

**Баубеков С.Д., Джураев А.Д.**

# **ДИНАМИКА МАШИН И МЕХАНИЗМОВ**

**Теория и практика**

**Учебник**

**Для технических специальностей ВУЗов**

**Тараз 2014**

## **Рецензенты:**

- Ж.Т.Сулейменов Академик НАН РК, д.т.н., профессор, Таразского государственного университета имени М.Х.Дулати
- Ж.А.Абдула Д.т.н., профессор, заведующий кафедрой «Физики и информатики» Таразского инновационно-гуманитарного университета
- П.Сейтпанов К.т.н., доцент, преподаватель дисциплины «Экология» ТИГУ

Баубеков С.Д., Джураев А.Д. Динамика машин и механизмов. Теория и практика. Учебник.Для технических специальностей ВУЗов, -Тараз. Типография ТИГУ, 2014, - 162 с.

В книге рассмотрены основные стадии проектирования и исследование динамики машин и механизмов. Описаны способы решения инженерной задачи проектирования и эксплуатации машин и механизмов. Приведены описания работы роботов и манипуляторов.

Представлены современные способы повышения производительности и качества работы машин.

Книга предназначена в качестве учебника для студентов технических специальностей ВУЗов, а также полезна для магистров и инженеров.

№/№	Оглавление	Стр.
	<b>ПРЕДИСЛОВИЕ</b>	6
	<b>ВВЕДЕНИЕ</b>	7
1	<b>Динамика машин и механизмов (силовой расчет)</b>	13
1.1	Прямая и обратная задачи динамики.	13
1.2	Механическая работа, энергия и мощность.	13
1.3	Преобразование механической энергии механизмами.	14
1.4	Аксиома об освобождении от связей.	15
1.5	Классификация сил, действующих в механизмах.	15
1.6	Силы в кинематических парах плоских механизмов (без учета трения).	16
1.7	Силовой расчет типовых механизмов.	18
1.8	Кинетостатический силовой расчет типовых механизмов.	19
1.9	Кинетостатический расчет четырехшарнирного механизма (метод проекций или аналитический).	21
2	<b>Уравновешивание механизмов и балансировка роторов.</b>	25
2.1	Вибрации и колебания в машинах и механизмах, виброактивность и виброзащита.	25
2.2	Понятие о неуравновешенности звена и механизма, статической и динамической уравновешенности механической системы	25
2.3	Метод замещающих масс.	27
2.4	Полное статическое уравновешивание механизма	28
2.5	Балансировка роторов при проектировании.	31
3	<b>Динамическая модель машинного агрегата.</b>	33
3.1	Прямая задача динамики машин.	38
3.2	Понятие о динамической модели машины при $W=I$ .	39
3.3	Уравнение движения динамической модели, в дифференциальной форме	40
3.4	Механические характеристики машин.	41
3.5	Пример на определение параметров динамической модели.	45
4	<b>Динамика машины при неустановившемся режиме.</b>	49
4.1	Режимы движения машины	49
4.2	. Режим движения «пуск-останов»	49
4.3	. Определение управляющих сил по параметрам движения при пуске и останов	51
4.4	Алгоритм решения прямой задачи динамики при неустановившемся режиме движения машины.	53
5	<b>Установившийся режим движения машины.</b>	66
5.1	Установившийся режим движения машины.	66
5.2	Неравномерность движения и методы ее регулирования. Коэффициент неравномерности.	66
5.3	. Решение задачи регулирования хода машины по методу	69

	Н.И.Мерцалова.	
5.4	Алгоритм решения прямой задачи динамики при установившемся режиме движения машины.	69
6	<b>Виброзащита машин и механизмов.</b>	84
6.1	Методы виброзащиты.	84
6.2	Взаимодействие двух подвижных звеньев.	84
6.3	Подрессоривание и виброизоляция.	85
6.4	Динамическое гашение колебаний.	86
6.5	Трение в механизмах. Виды трения	88
6.6	. Силы в кинематических парах с учетом трения.	90
6.7	Силовой расчет механизмов с учетом сил трения.	92
6.8	Понятие о КПД механической системы.	93
6.9	КПД механической системы при последовательном и параллельном соединении механизмов.	93
7	<b>Динамика механизмов при учете податливости звеньев.</b>	96
7.1	Задачи динамики механизмов с учетом податливости звеньев (с упругими связями).	96
7.2	Виды механических колебаний.	96
7.3	Динамические модели механизмов с упругими связями	97
7.3.1	Двухмассовая модель привода с упругими связями.	97
7.3.2	Определение закона движения динамической модели.	100
7.3.3	Упругие вынужденные колебания в системе.	100
7.3.4	Определение собственных частот колебаний системы.	101
7.3.5	Определение форм колебаний.	102
7.4	Моделирование динамических процессов в приводе с упругими связями	103
8	<b>Промышленные роботы и манипуляторы.</b>	105
8.1	Назначение и области применения.	105
8.2	Классификация промышленных роботов.	105
8.3	Принципиальное устройство промышленного робота	106
8.4	Основные понятия и определения. Структура манипуляторов. Геометро-кинематические характеристики Системы координат "руки" манипулятора	108
8.5	Задачи механики манипуляторов	116
8.6	.Кинематический анализ механизма манипулятора.	117
8.7	Динамика манипуляторов промышленных роботов.	123
8.8	Уравновешивание манипуляторов.	128
8.9	Точность манипуляторов ПР.	130
9	<b>«Применение промышленных роботов в индустрии»</b>	132
9.1	Характеристика промышленных роботов	132
9.2	Управление промышленным роботом	133
9.3	Классификация и конструктивно технологические параметры ПР	134
9.4	Движения в ПР	135

9.5	Технические характеристики ПР	135
9.6	Целесообразность использования ПР	136
9.7	Методика выполнение курсовых работ	136
	Список использованных литератур	162

## Предисловие

Динамика - раздел механики машин и механизмов, изучающий закономерности движения звеньев механизма под действием приложенных к ним сил. Есть такое определение: "Динамика рассматривает силы в качестве причины движения тел".

В основе динамики лежат три закона, сформулированные Ньютоном, из которых следует:

*Из первого закона:* Если равнодействующая всех внешних сил, действующих на механическую систему равно нулю, то система находится в состоянии покоя.

*Из второго закона:* Изменение состояния движения механической системы может быть вызвано либо изменением действующих на нее внешних сил, либо изменением ее массы. Из этих же законов следует, что динамическими параметрами механической системы являются:

- инерциальные (массы  $m$  и моменты инерции  $I$ );
- силовые (силы  $F_{ij}$  и моменты сил  $M_{ij}$ );
- кинематические (линейные  $a$  и угловые  $\varepsilon$  ускорения).

В общей постановке динамика - изучение каких-либо процессов или явлений в функции времени. Динамическая модель - модель системы, предназначенная для исследования ее свойств в функции времени (или модель системы, предназначенная для исследования в ней динамических явлений).

В книге рассмотрены основные стадии проектирования и исследования динамики машин и механизмов. Описаны способы решения инженерной задачи проектирования и эксплуатации машин и механизмов. Приведены описания работы роботов и манипуляторов.

Представлены современные способы повышения производительности и качества работы машин.

Книга предназначена в качестве учебника для студентов технических специальностей ВУЗов, а также полезна для магистров и инженеров.

## **ВВЕДЕНИЕ**

### **Понятие о инженерном проектировании.**

Инженерное проектирование - это процесс, в котором научная и техническая информация используется для создания новой системы, устройства или машины, приносящих обществу определенную пользу [ 1 ].

Проектирование (по ГОСТ 22487-77) - это процесс составления описания, необходимого для создания еще несуществующего объекта (алгоритма его функционирования или алгоритма процесса), путем преобразования первичного описания, оптимизации заданных характеристик объекта (или алгоритма его функционирования), устранения некорректности первичного описания и последовательного представления (при необходимости) описаний на различных языках.

Проект (от латинского *projectus* - брошенный вперед) - совокупность документов и описаний на различных языках (графическом - чертежи, схемы, диаграммы и графики; математическом - формулы и расчеты; инженерных терминов и понятий - тексты описаний, пояснительные записки), необходимая для создания какого-либо сооружения или изделия.

### **Методы проектирования.**

- Прямые аналитические методы синтеза (разработаны для ряда простых типовых механизмов);
- Эвристические методы проектирования - решение задач проектирования на уровне изобретений (например, алгоритм решения изобретательских задач [2]);
- Синтез методами анализа - перебор возможных решений по определенной стратегии (на пример, с помощью генератора случайных чисел - метод Монте-Карло) с проведением сравнительного анализа по совокупности качественных и эксплуатационных показателей (часто используются методы оптимизации - минимизация сформулированной разработчиком целевой функции, определяющей совокупность качественных характеристик изделия);
- Системы автоматизированного проектирования или САПР - компьютерная программная среда моделирует объект проектирования и определяет его качественные показатели, после принятия решения - выбора проектировщиком параметров объекта, система в автоматизированном режиме выдает проектную документацию.
- Другие методы проектирования [3,4,5].

### Основные этапы процесса проектирования.

1.	Осознание общественной потребности в разрабатываемом изделии
2.	Техническое задание на проектирование (первичное описание)
3.	Анализ существующих технических решений
4.	Разработка функциональной схемы
5.	Разработка структурной схемы
6.	Метрический синтез механизма (синтез кинематической схемы)
7.	Статический силовой расчет
8.	Эскизный проект
9.	Кинетостатический силовой расчет
10.	Силовой расчет с учетом трения
11.	Расчет и конструирование деталей и кинематических пар (прочностные расчеты, уравнивание, балансировка, виброзащита)
12.	Технический проект
13.	Рабочий проект (разработка рабочих чертежей деталей, технологии изготовления и сборки)
14.	Изготовление опытных образцов
15.	Испытания опытных образцов
16.	Технологическая подготовка серийного производства
17.	Серийное производство изделия

### Понятие о технической системе и ее элементах.

(из теории технических систем по[1])

Техническая система - ограниченная область реальной действительности, взаимодействующая с окружающей средой  $U$ , выполняющая определенные функции  $F$  и имеющая структуру  $S$ .

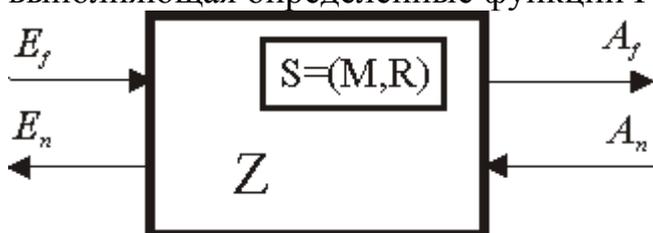


Рис. 1.1

$E_f$ ,  $A_f$  - параметры, характеризующие функции  $F$  системы;  
 $E_n$ ,  $A_n$  - параметры, не относящиеся к функциям прибора (условия работы, внешние и дополнительные воздействия);

**Z** - системный оператор;  
**M** - элементы системы;  
**R** - отношения между элементами системы.

Окружающая среда U - совокупность внешних объектов, взаимодействующих с системой.

Функция F - свойство системы, используемое для преобразования входных величин  $E_f$ , при внешних и дополнительных воздействиях  $A_n$  и условиях работы  $E_n$ , в выходные величины  $A_f$ . Функция является объективно измеряемое свойство, которое может быть охарактеризовано параметрами системы. Количество реализуемых системой функций соответствует количеству используемых системой физических свойств. Если система выполняет несколько функций, то различают общую и частные функции. Общая функция охватывает множество всех входных и выходных величин, которое характеризует рассматриваемую систему как одно целое. Частные функции делятся на: главные и вспомогательные - по их значению в выполнении задачи; основные и элементарные - по типу изменения изменений функций в процессе их выполнения.

Структура S - совокупность элементов **M** и отношений **R** между ними внутри системы  $S=(M,R)$ . Элемент системы при проектировании рассматривается, как одно целое, хотя он может иметь различную степень сложности. Если при рассмотрении элемента, не принимается во внимание его форма и внутреннее строение, а рассматривается только выполняемая им функция, то такой элемент называется функциональным. Для механической системы элементами могут быть: деталь, звено, группа, узел, простой или типовой механизм.

Деталь - элемент конструкции не имеющий в своем составе внутренних связей (состоящий из одного твердого тела).

Звено - твердое тело или система жестко связанных твердых тел (может состоять из одной или нескольких деталей) входящая в состав механизма.

Группа - кинематическая цепь, состоящая из подвижных звеньев, связанных между собой кинематическими парами (отношениями), и удовлетворяющая некоторым заданным условиям.

Узел - несколько деталей связанных между собой функционально, конструктивно или каким-либо другим образом. С точки зрения системы узлы, группы, простые или типовые механизмы рассматриваются как подсистемы. Самым низким уровнем разбиения системы при конструировании является уровень деталей ; при проектировании - уровень звеньев. Элементы из системы можно выделить только после определения взаимосвязей между ними, которые описываются отношениями. Для механических систем интерес представляют отношения определяющие структуру системы и ее функции, т.е. расположения и связи.

Расположения - такие отношения между элементами, которые описывают их геометрические относительные положения.

Связи - отношения между элементами, предназначенные для передачи материала, энергии или информации между элементами. Связи могут

осуществляться с помощью различных физических средств: механических соединений, жидкостей, электромагнитных или других полей, упругих элементов.

Механические соединения могут быть подвижными (кинематические пары) и неподвижными. Неподвижные соединения делятся на разъемные (винтовые, штифтовые) и неразъемные (сварные, клеевые).

### Машины и их классификация.

Машина - техническое устройство, выполняющее преобразование энергии, материалов и информации с целью облегчения физического и умственного труда человека, повышения его качества и производительности.

Существуют следующие виды машин:

**1. Энергетические машины** - преобразующие энергию одного вида в энергию другого вида. Эти машины бывают двух разновидностей:

Двигатели (рис.1.2), которые преобразуют любой вид энергии в механическую (например, электродвигатели преобразуют электрическую энергию, двигатели внутреннего сгорания преобразуют энергию расширения газов при сгорании в цилиндре).

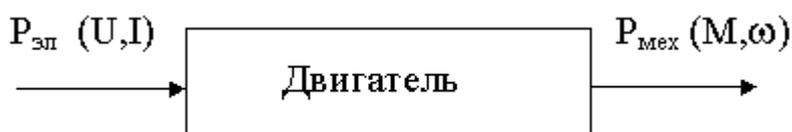


Рис.1.2

Генераторы (рис.1.3), которые преобразуют механическую энергию в энергию другого вида (например, электрогенератор преобразует механическую энергию паровой или гидравлической турбины в электрическую).

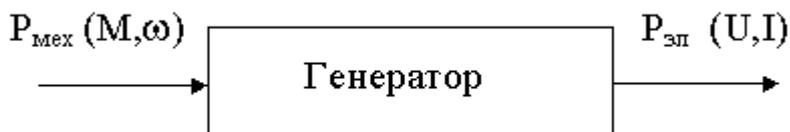


Рис.1.3

**2. Рабочие машины** - машины использующие механическую энергию для совершения работы по перемещению и преобразованию материалов. Эти машины тоже имеют две разновидности:

Транспортные машины (рис.1.4), которые используют механическую энергию для изменения положения объекта (его координат).



Рис.1.4

Технологические машины (рис.1.5), использующие механическую энергию для преобразования формы, свойств, размеров и состояния объекта.

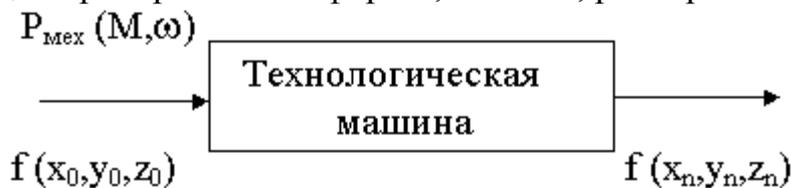


Рис.1.5

**3. Информационные машины** - машины, предназначенные для обработки и преобразования информации. Они подразделяются на:

Математические машины (рис.1.6), преобразующие входную информацию в математическую модель исследуемого объекта.



Рис.1.6

Контрольно-управляющие машины (рис.1.7), преобразующие входную информацию (программу) в сигналы управления рабочей или энергетической машиной.

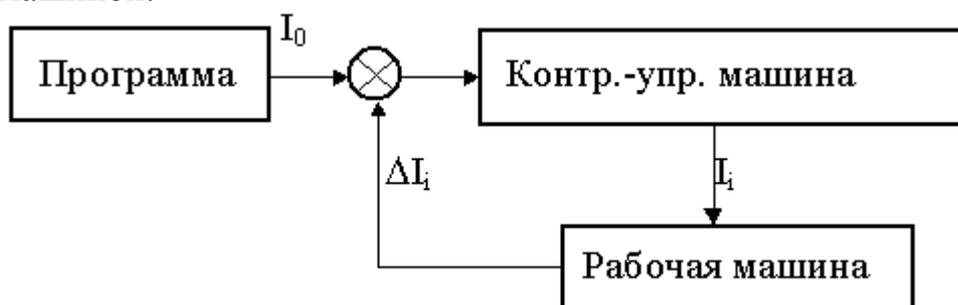


Рис.1.7

**4. Кибернетические машины** (рис.1.8) - машины управляющие рабочими или энергетическими машинами, которые способны изменять программу

своих действий в зависимости от состояния окружающей среды (т.е. машины обладающие элементами искусственного интеллекта).

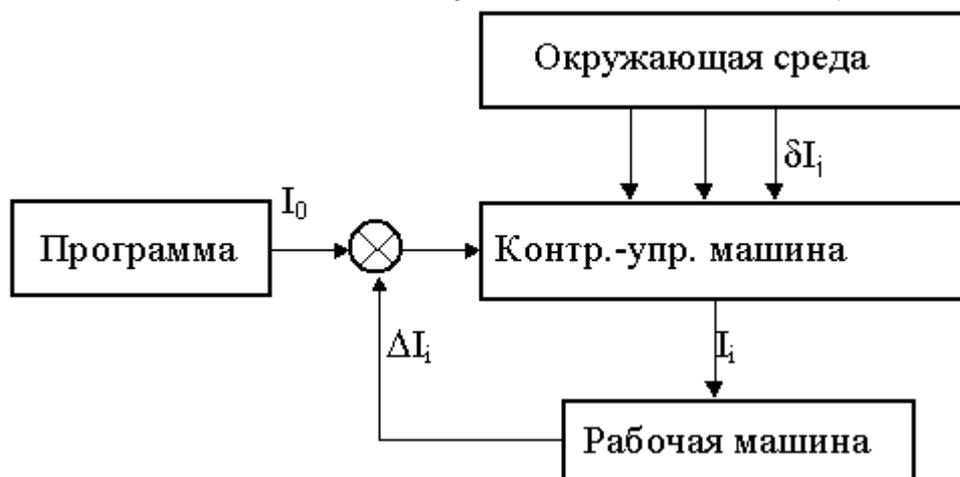


Рис.1.8

### Понятие о машинном агрегате.

Машинным агрегатом называется техническая система, состоящая из одной или нескольких соединенных последовательно или параллельно машин и предназначенная для выполнения каких-либо требуемых функций. Обычно в состав машинного агрегата входят : двигатель, передаточный механизм и рабочая или энергетическая машина. В настоящее время в состав машинного агрегата часто включается контрольно-управляющая или кибернетическая машина. Передаточный механизм в машинном агрегате необходим для согласования механических характеристик двигателя с механическими характеристиками рабочей или энергетической машины.

Схема машинного агрегата.

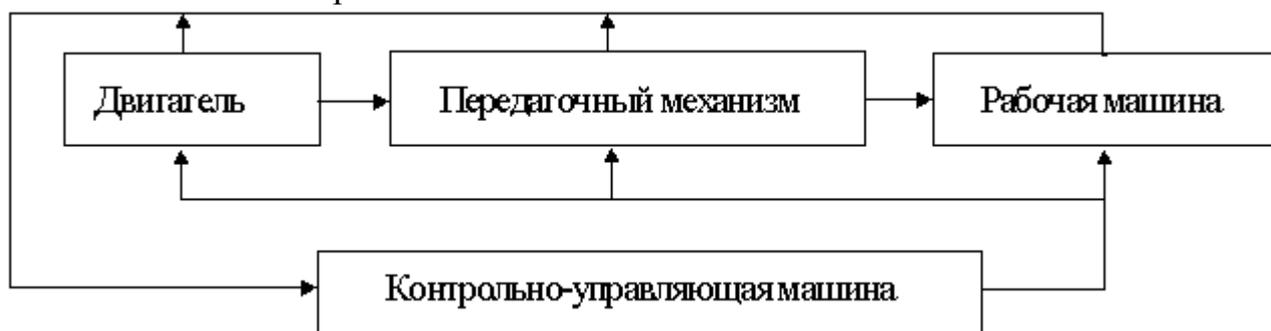


Рис.1.9

## 1. Динамика машин и механизмов

Динамика - раздел механики машин и механизмов, изучающий закономерности движения звеньев механизма под действием приложенных к ним сил. Есть такое определение: "Динамика рассматривает силы в качестве причины движения тел" [6].

В основе динамики лежат три закона, сформулированные Ньютоном, из которых следует:

*Из первого закона:* Если равнодействующая всех внешних сил, действующих на механическую систему равно нулю, то система находится в состоянии покоя.

*Из второго закона:* Изменение состояния движения механической системы может быть вызвано либо изменением действующих на нее внешних сил, либо изменением ее массы. Из этих же законов следует, что динамическими параметрами механической системы являются:

- инерциальные (массы  $m$  и моменты инерции  $I$ );
- силовые (силы  $F_{ij}$  и моменты сил  $M_{ij}$ );
- кинематические (линейные  $a$  и угловые  $\varepsilon$  ускорения).

В общей постановке динамика - изучение каких-либо процессов или явлений в функции времени. Динамическая модель - модель системы, предназначенная для исследования ее свойств в функции времени (или модель системы, предназначенная для исследования в ней динамических явлений).

### 1.1. Прямая и обратная задачи динамики машин.

Прямая задача динамики - определение закона движения системы при заданном управляющем силовом воздействии.

Обратная задача динамики - определение требуемого управляющего силового воздействия, обеспечивающего заданный закон движения системы.

Методы составления уравнений (динамической модели системы):

- энергетический (уравнения энергетического равновесия - закон сохранения энергии);
- кинетостатический (уравнения силового равновесия с учетом сил инерции по принципу Д'Аламбера).

### 1.2. Механическая работа, энергия и мощность.

Работой называется интеграл скалярного произведения вектора силы  $F$  на вектор элементарного приращения перемещения точки ее приложения  $dS$

$$A = \int_{s_0}^{s_k} F \cdot dS \cdot \cos(\angle F, dS)$$

где  $s_k, s_0$  - конечное и начальное перемещение точки приложения силы  $F$ ,  $(F, dS)$  - острый угол между вектором силы  $F$  и вектором перемещения точки ее приложения  $dS$ .

Энергией называется способность системы совершать работу или запас работы. Любая работа совершаемая над системой увеличивает его энергию. В

механических системах различают кинетическую и потенциальную энергии. Чтобы сообщить системе ускорение и заставить ее двигаться с требуемой скоростью, нужно совершить работу. Эта работа запасается системой в виде энергии движения или кинетической энергии. Для механической системы, в которой  $r$  звеньев вращаются,  $p$  совершают поступательное движение и  $k$  -

$$T = \sum_{i=1}^{p+k} m_i \cdot V_{si}^2/2 + \sum_{i=1}^{r+k} I_{si} \cdot \omega_i^2/2,$$

плоское, кинетическая энергия равна:

где  $m_i$  - масса  $i$ -го звена,  $V_{si}$  - скорость центра масс  $i$ -го звена,  $I_{si}$  - момент инерции  $i$ -го звена относительно его центра масс,  $\omega_i$  - угловая скорость  $i$ -го звена.

Перемещение системы или ее элемента в потенциальном поле из точки с низким потенциалом в точку с более высоким или деформация звена системы требует совершения работы, которая запасается системой в виде потенциальной энергии. Для системы, в которой  $a$  звеньев подвергаются скручиванию и  $s$  звеньев - линейной деформации, потенциальная энергия

$$U = \sum_{i=1}^a \frac{c_i \cdot \delta\varphi_i^2}{2} + \sum_{i=1}^s \frac{k_i \cdot \delta s_i^2}{2}$$

деформации равна:

где  $c_i$  - крутильная жесткость  $i$ -го звена,  $\delta\varphi_i$  - угловая деформация  $i$ -го звена,  $k_i$  - линейная жесткость  $i$ -го звена,  $\delta s_i$  - линейная деформация  $i$ -го звена.

Мощностью называется производная от работы по времени. Средняя мощность - отношение совершенной работы ко времени ее выполнения. Рассмотрим механическую систему на которую воздействуют  $m$  моментов и  $f$  сил. Элементарное приращение энергии системы (элементарная работа

внешних сил, действующих на систему)

$$dA = \sum_{i=1}^f F_i \cdot dS_i \cdot \cos(F_i, dS_i) + \sum_{i=1}^m M_i \cdot d\varphi_i,$$

ее мощность

$$P = dA/dt = \sum_{i=1}^f F_i \cdot V_i \cdot \cos(F_i, V_i) + \sum_{i=1}^m M_i \cdot \omega_i.$$

### 1.3. Преобразование энергии в механизмах.

Рассмотрим как преобразуется поток механической энергии в идеальном механизме с жесткими звеньями (по идеальным механизмом здесь понимаем механизм, в котором не потерь энергии, т.е. КПД которого равно  $\eta=1$ ). При этом входная мощность равна выходной  $P_{вх} = P_{вых}$ .  
1. Механизм преобразующий вращательное движение во вращательное.

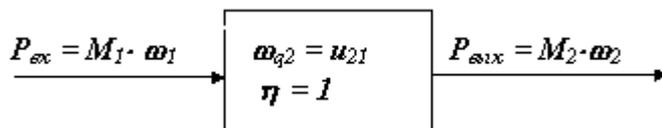


Рис. 1.10

так как  $P_{вх} = P_{вых}$ , то  $M_1 \cdot \omega_1 = M_2 \cdot \omega_2$  и  $M_1 = M_2 \cdot \omega_2 / \omega_1 = M_2 \cdot u_{21}$ .

2. Механизм преобразующий вращательное движение в поступательное.

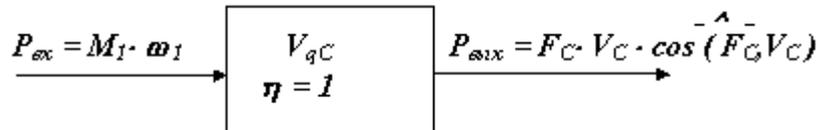


Рис. 1.11

$$P_{вх} = P_{вых}, \text{ то } M_1 \cdot \omega_1 = F_C \cdot V_C \cdot \cos(\angle F_C V_C) \text{ и } M_1 = F_C \cdot V_C \cdot$$

так как  $\cos(\angle F_C V_C) / \omega_1 = M_2 \cdot V_{qC} \cdot \cos(\angle F_C V_C)$ .

**1.4. Аксиома освобождения от связей.**

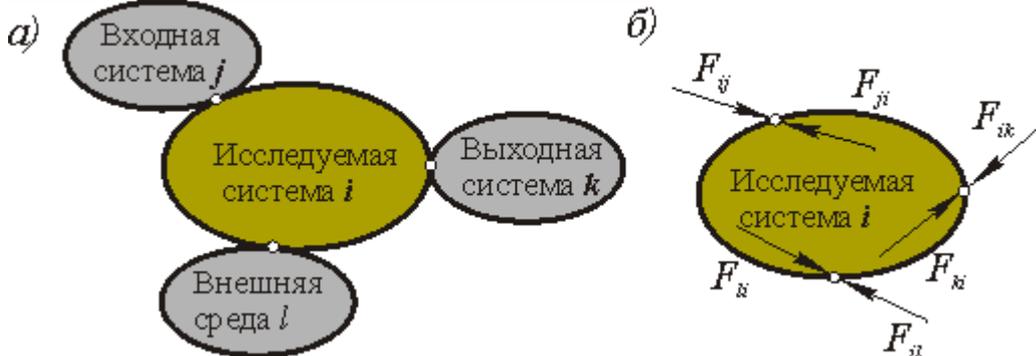


Рис. 1.12

Из теоретической механики: Не изменяя состояния механической системы (движения или равновесия) связь, наложенную на нее можно отбросить, заменив действие связи ее реакцией. На рис. 1.12 изображена исследуемая система *i* вместе с действующими на нее входной системой *j* и выходной системой *k* и внешней средой *l*.

Освобождаясь от связей наложенных на исследуемую систему внешними системами, мы заменяем действие этих связей реакциями  $F_{ij}$ ,  $F_{ik}$  и  $F_{il}$ .

Силой называется мера механического воздействия одного материального тела на другое, характеризующая величину и направление этого воздействия. Т.е. сила - векторная величина, которая характеризуется величиной и направлением действия. Если одно тело действует с некоторой силой на другое тело, то на него со стороны последнего также действует сила, равная по величине и противоположно по направлению (третий закон Ньютона). Таким образом, силы всегда действуют парами, т.е. каждой силе  $F_{ij}$ , действующей с тела *i* на тело *j*, соответствует противодействующая сила  $F_{ji}$ . Согласно действующей договоренности, в индексе обозначения на первом месте указывается тело на которое действует сила, на втором - с которого.

**1.5. Классификация сил, действующих в механизмах.**

Все силы, действующие в механизмах, условно подразделяются на:

- внешние, действующие на исследуемую систему со стороны внешних систем и совершающие работу над системой.

Эти силы в свою очередь подразделяются на:

- движущие, работа которых положительна (увеличивает энергию системы);  
- сопротивления, работа которых отрицательна (уменьшает энергию системы).

Силы сопротивления делятся на:

- силы полезного (технологического) сопротивления - возникающие при выполнении механической системы ее основных функций (выполнение требуемой работы по изменению координат, формы или свойств изделия и т.п.);

- силы трения (диссипативные) - возникающие в месте связи в КП и определяемые условиями физико-механического взаимодействия между звеньями (работа всегда отрицательна);

- взаимодействия с потенциальными полями (позиционные) - возникают при размещении объекта в потенциальном поле, величина зависит от потенциала точки, в которой размещается тело (работа при перемещении из точки с низким потенциалом в точку с более высоким - положительна; за цикл, т.е. при возврате в исходное положение, работа равна нулю). Потенциальное поле - силы тяжести или веса. Существуют электромагнитные, электростатические и другие поля;

- внутренние, действующие между звеньями механической системы. Работа этих сил не изменяет энергии системы. В механических системах эти силы называются реакциями в КП;

- расчетные (теоретические) - силы, которые не существуют в реальности, а только используются в различных расчетах с целью их упрощения:

- силы инерции - предложены Д'Аламбером для силового расчета подвижных механических систем. При добавлении этих сил к внешним силам, действующим на систему, устанавливается квазистатическое равновесие системы и ее можно рассчитывать, используя уравнения статики (метод кинестатики);

- приведенные (обобщенные) силы - силы, совершающие работу по обобщенной координате равную работе соответствующей реальной силы на эквивалентном перемещении точки ее приложения.

Необходимо отметить, что под силами понимаются равнодействующие соответствующих распределенных в месте контакта КП нагрузок. Все вышесказанное относительно сил распространяется и на моменты сил.

## **1.6. Силы в кинематических парах плоских механизмов (без учета трения).**

Сила, как векторная величина характеризуется относительно звеньев механизма тремя параметрами: координатами точки приложения, величиной и направлением. Рассмотрим с этих позиций реакции в КП плоских механизмов.

1. **Поступательная КП.** В поступательной КП связи, наложенные на относительное движение звеньев запрещают относительное поступательное движение по оси  $y$  и относительное вращение. Заменяя эти связи реакциями, получим реакцию  $F_{ij}$  и реактивный момент  $M_{ij}$  (см. рис. 1.13) [7].

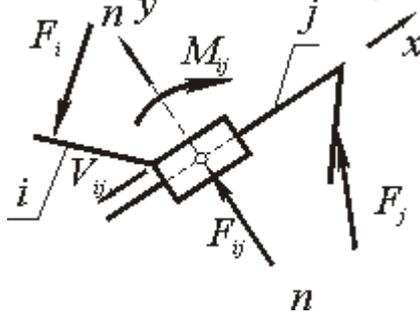


Рис. 1.13

При силовом расчете поступательной КП определяются:

- реактивный момент  $M_{ij}$ ,
- величина реакции  $F_{ij}$

известны: точка приложения силы - геометрический центр кинематической пары  $A_{1n}$  и направление - нормаль к контактирующим поверхностям звеньев. Число связей в КП  $S^{мп} = 2$ , подвижность звеньев в КП  $W^{мп} = 1$ , число неизвестных при силовом расчете  $n_s = 2$ .

2. **Вращательная КП.** Во вращательной КП связи, наложенные на относительное движение звеньев запрещают относительное поступательное движение по осям  $y$  и  $x$ . Заменяя эти связи реакциями, получим реакцию  $F_{ij}$  (см. рис. 1.14).

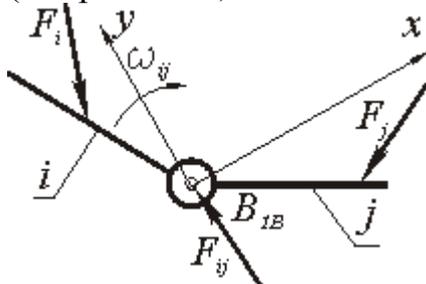


Рис. 1.14

При силовом расчете поступательной КП определяются:

- направление реакции  $F_{ij}$ ;
- величина реакции  $F_{ij}$ ;

- известна: точка приложения силы - геометрический центр кинематической пары  $B_{1a}$ . Число связей в КП  $S^{мп} = 2$ , подвижность звеньев в КП  $W^{мп} = 1$ , число неизвестных при силовом расчете  $n_s = 2$ .

3. **Высшая КП.** В высшей паре связи, наложенные на относительное движение звеньев, запрещают движение в направлении нормали к контактирующим поверхностям (ось  $y$ ). Заменяя эту связь реакцией, получим реакцию  $F_{ij}$  (см. рис. 1.14).

При силовом расчете в высшей КП определяются:

- величина реакции  $F_{ij}$ ;
- известны: точка приложения силы - точка контакта рабочих профилей кинематической пары  $C_{2en}$ ;
- направление вектора силы - контактная нормаль к профилям.

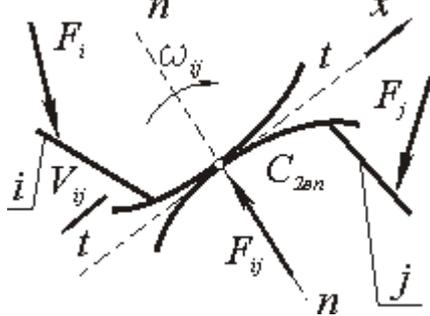


Рис. 1.16

Число связей в КП  $S^{III} = 1$ , подвижность звеньев в КП  $W^{III} = 2$ , число неизвестных при силовом расчете  $n_s = 1$ .

### 1.7. Силовой расчет типовых механизмов.

Постановка задачи силового расчета: для исследуемого механизма при известных кинематических характеристиках и внешних силах определить уравновешивающую силу или момент (управляющее силовое воздействие) и реакции в кинематических парах механизма.

#### Виды силового расчета:

- статический - для механизмов находящихся в покое или движущихся с малыми скоростями, когда инерционные силы пренебрежимо малы, или в случаях, когда неизвестны массы и моменты инерции звеньев механизма (на этапах, предшествующих эскизному проектированию); Уравнения

статического равновесия:

$$\sum_{i=1}^f F_i = 0; \quad \sum_{i=1}^m M_i = 0;$$

где  $F_i$  - внешние силы, приложенные к механизму или его звеньям,  $M_i$  - внешние моменты сил, приложенные к механизму или его звеньям.

- кинетостатический - для движущихся механизмов при известных массах и моментах инерции звеньев, когда пренебрежение инерционными силами приводит к существенным погрешностям; Уравнения

кинетостатического равновесия:

$$\sum_{i=1}^f F_i + \sum_{i=1}^n F_{ui} = 0; \quad \sum_{i=1}^m M_i + \sum_{i=1}^k M_{ui} = 0;$$

где  $F_{ui}$  - инерционные силы, приложенные к звеньям,  $M_{ui}$  - моменты сил инерции, приложенные к звеньям.

- кинетостатический с учетом трения - может быть проведен когда определены характеристики трения в КП и размеры элементов пар.

#### Определение числа неизвестных при силовом расчете.

Для определения числа неизвестных, а, следовательно, и числа независимых уравнений, при силовых расчетах необходимо провести

структурный анализ механизма и определить число и классы кинематических пар, число основных подвижностей механизма, число избыточных связей.

Чтобы силовой расчет можно было провести, используя только уравнения кинестатики, необходимо устранить в нем избыточные связи. В противном случае, к системе уравнений кинестатики необходимо добавить уравнения деформации звеньев, необходимые для раскрытия статической неопределенности механизма. Так как каждая связь в КП механизма соответствует одной компоненте реакции, то число неизвестных компонент реакций равно суммарному числу связей накладываемых КП механизма.

Уравновешивающая сила или момент должны действовать по каждой основной подвижности механизма. Поэтому суммарное число неизвестных в силовом расчете определяется суммой связей в КП механизма и его

$$n_s = W_0 + \sum_{i=1}^{H-1} (H-i) \cdot p_i,$$

основных подвижностей

где  $n_s$ - число неизвестных в силовом расчете.

### 1.8. Кинестатический силовой расчет типовых механизмов.

Рассмотрим механизм, состоящий из трех соединенных последовательно простых механизмов: зубчатой передачи, кулачкового механизма и четырехшарнирного рычажного механизма (рис. 1.17).

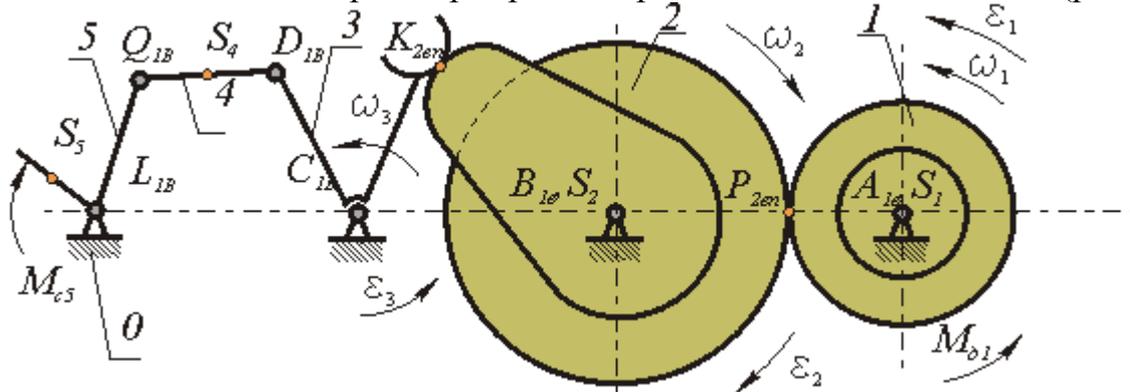


Рис. 1.17.

Представим этот механизм в виде комбинации типовых механизмов:

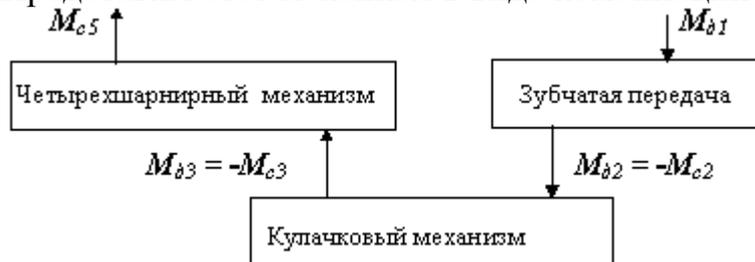


Рис. 1.18

#### 1. Кинестатический расчет зубчатой передачи (метод планов сил).

Для примера рассмотрим цилиндрическую эвольвентную зубчатую

передачу. При проведении расчета нам необходима информация о размерах зубчатых колес и положении контактной нормали в высшей КП. Для эвольвентной передачи необходимо знать радиусы основных  $r_{b1}$ ,  $r_{b2}$  или начальных окружностей  $r_{w1}$ ,  $r_{w2}$ , и угол зацепления  $\alpha_w$ , т.к.  $r_{bi} = r_{wi} \cos \alpha_w$ . По этим размерам в масштабе изображается кинематическая схема механизма, на которую наносятся все известные силы и моменты. Главные вектора и моменты сил инерции рассчитываются по формулам

$$F_{wi} = -m_i \cdot a_{Si}, \quad M_{wi} = I_{Si} \cdot \varepsilon_i,$$

так как кинематические параметры  $a_{Si}$ ,  $\varepsilon_i$  механизма при кинетостатическом расчете заданы.

Определим подвижность, число избыточных связей в механизме, а также число неизвестных в силовом расчете: т.е. в нашем механизме неизвестно 6 компонент реакций, для решения задачи силового расчета необходимо составить 6 уравнений кинетостатики.

Структурный анализ механизма показывает что механизм состоит из одного первичного механизма (звено 1 и стойка) и монады (структурной группы, состоящей из одного звена 2). Анализ начнем со второго звена, так как о нем больше известно.

Расчетная схема для звена 2 приведена на рис. 1.19.

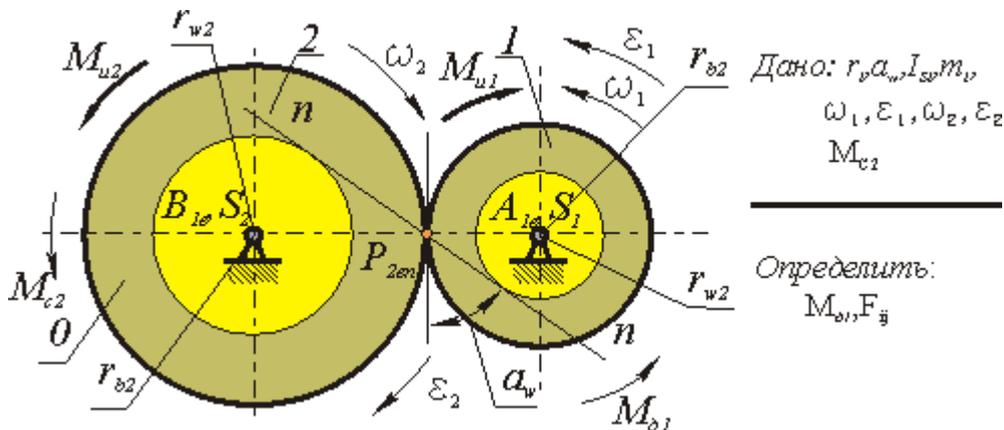


Рис. 1.19.

Уравнения равновесия для звена 2: векторное уравнение силового равновесия  $\sum \bar{F} = \mathbf{0}$ ;  $\bar{F}_{21} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{20} = \mathbf{0}$ ;

уравнение моментов относительно точки В  $\sum M_B = \mathbf{0}$ ;  $M_{c2} + M_{u2} + F_{21} \cdot r_{b2} = \mathbf{0}$ .

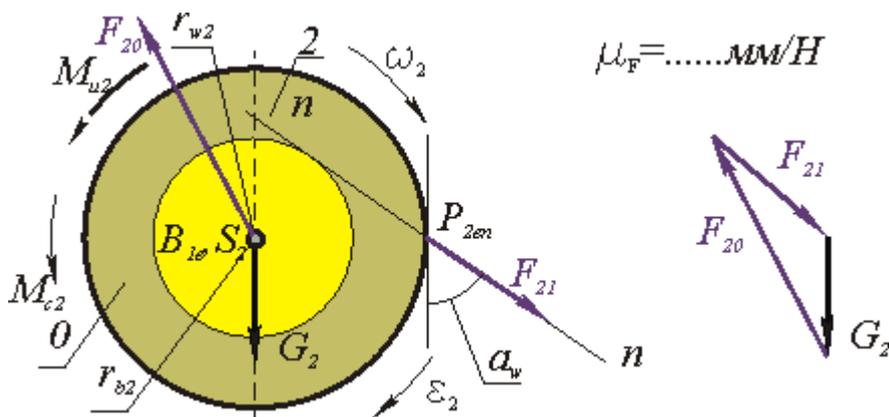


Рис. 1.20

Вначале решается уравнение моментов и определяется величина силы  $F_{21}$ . Затем графически в масштабе  $\mu_F$ , по векторному уравнению сил строится многоугольник (рис.1.20), из которого определяется величина и направление реакции  $F_{20}$ .

Звено

1.

Расчетная схема для звена 1 приведена на рис. 1.21. Уравнения равновесия для звена 1: векторное уравнение силового равновесия  $\Sigma \vec{F} = 0; \vec{F}_{12} + \vec{G}_1 + \vec{F}_{10} = 0;$

уравнение моментов относительно точки А  $\Sigma M_A = 0; M_{c1} - M_{u1} + F_{12} \cdot r_{b1} = 0.$

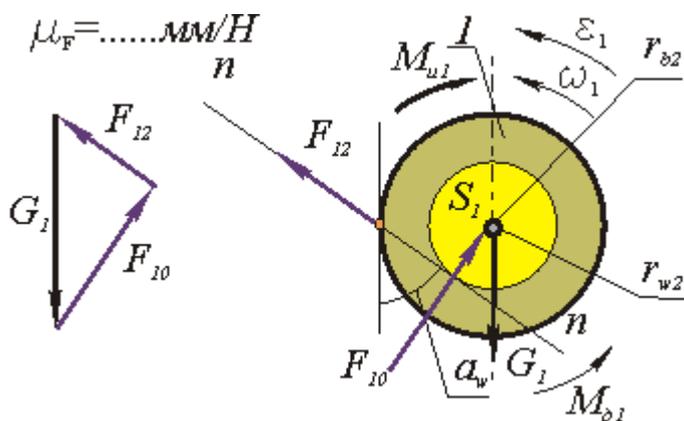


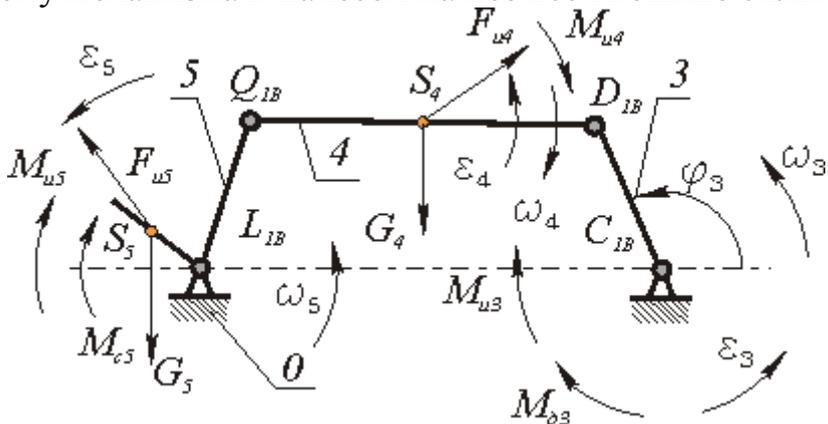
Рис. 1.21

Для звена 1 движущий момент  $M_{d1}$  рассчитывается по уравнению моментов, а величина и направление реакции  $F_{10}$  определяется графически (рис.1.22), построением плана сил в масштабе  $\mu_F$ .

Примечание: Кулачковый механизм рассчитывается аналогично, поэтому его силовой расчет не рассматриваем.

### 1.9. Кинетостатический расчет четырехшарнирного механизма (метод проекций или аналитический).

Изобразим расчетную схему механизма и нанесем на нее все внешние силы и



моменты (рис.1.22) [8,9].

Рис. 1.22

Постановка задачи.

Дано:  $l_i, \varphi_3, \omega_3, \varepsilon_3, m_i, I_{si}, M_{c5}$ .

Определить:  $F_{ij}, M_{o3}$ .

1. Определение подвижности механизма, числа избыточных связей в КП и числа неизвестных в силовом расчете.

$$W^m = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1, \quad q^m = 1 + 0 - 1 = 0, \quad n_s = 2 \cdot 4 + 1 = 9.$$

2. Определение скоростей и ускорений звеньев и центров их масс.

3. Определение главных векторов и главных моментов сил инерции.

$$F_{ui} = -m_i \cdot a_{Si}, \quad M_{ui} = I_{Si} \cdot \varepsilon_i.$$

4. Кинестатический расчет механизма[10].

4.1 Звено 5 (рис. 4.13).

Уравнения силового равновесия в проекциях на оси координат

$$\sum F^x_5 = 0; \quad -F^x_{54} + F^x_{50} - F^x_{u5} = 0;$$

$$\sum F^y_5 = 0; \quad -F^y_{54} + F^y_{50} + F^y_{u5} - G_5 = 0,$$

и сумма моментов сил относительно точки L

$$\sum M_L = 0; \quad -F^y_{54} \cdot x_Q + F^x_{54} \cdot y_Q - M_{o5} - M_{u5} + (-F^y_{u5} + G_5) \cdot x_{S5} + F^x_{u5} \cdot y_{S5} = 0.$$

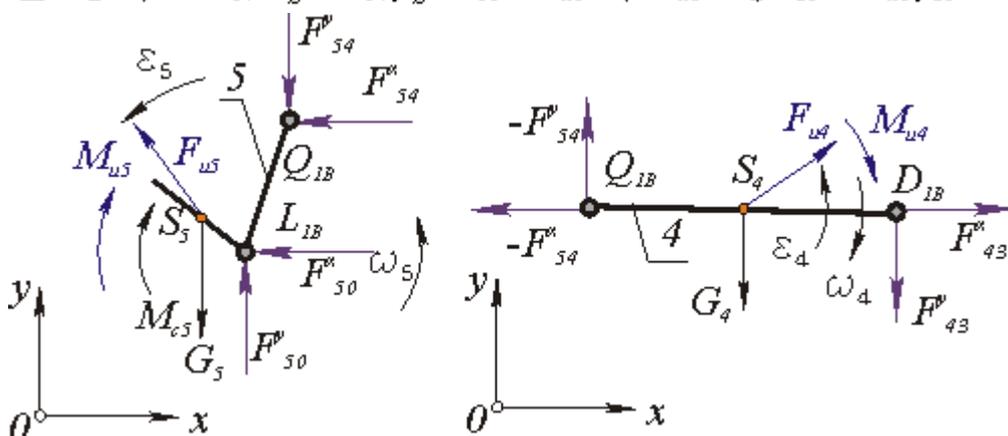


Рис. 1.23

4.2 Звено 4. (рис. 1.23).

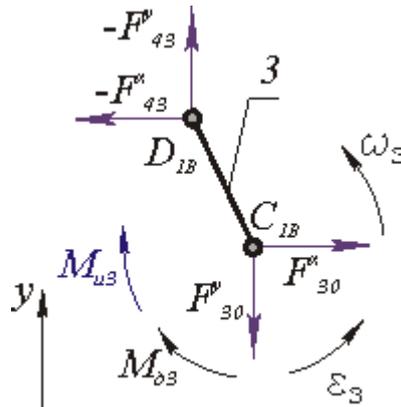
Уравнения силового равновесия в проекциях на оси координат

$$\sum F^x_4 = 0; \quad F^x_{54} + F^x_{43} + F^x_{u4} = 0;$$

$$\sum F^y_4 = 0; \quad -F^y_{54} - F^y_{43} + F^y_{u4} - G_4 = 0;$$

и сумма моментов сил относительно точки Q

$$\sum M_Q = 0; \quad -F^y_{43} \cdot x_{D4} + F^x_{43} \cdot y_{D4} - M_{u4} + (F^y_{u4} - G_4) \cdot x_{S4} + F^x_{u4} \cdot y_{S4} = 0.$$



4.3 Звено 4. (рис. 1.24). O

Рис. 1.24

Уравнения силового равновесия в проекциях на оси координат

$$\sum F^x_3 = 0;$$

$$F^x_{30} + F^x_{43} = 0;$$

$$\sum F^y_3 = 0;$$

$$-F^y_{30} - F^y_{43} = 0;$$

и сумма моментов сил относительно точки C

$$F^y_{43} \cdot x_{D3} - F^x_{43} \cdot y_{D3} - M_{u3} - M_{d3} = 0.$$

Таким образом мы составили систему 9-и уравнение с 9-ю неизвестными. При составлении этой системы были учтены равенства действия и противодействия  $F_{ij} = -F_{ji}$  ( без учета этих равенств общее число

неизвестных и уравнений системы 18 ). Составим матрицу этой системы [11]:

$F^y_{30}$	$F^x_{30}$	$F^y_{34}$	$F^x_{34}$	$F^y_{43}$	$F^x_{43}$	$F^y_{30}$	$F^x_{30}$	$M_{03}$
	<b>I</b>		<b>-I</b>					
<b>I</b>		<b>-I</b>						
		$-x_{D2}$	$y_{D2}$					
			<b>I</b>		<b>I</b>			
		<b>-I</b>		<b>-I</b>				
				$-x_{D4}$	$y_{D4}$			
					<b>I</b>		<b>I</b>	
				<b>-I</b>		<b>-I</b>		
				$x_{D3}$	$-y_{D3}$			<b>-I</b>

=	$F^x_{u5}$
=	$-F^y_{u5} + G_5$
=	$M_{u5} + M_{u5} + (F^y_{u5} - G_5) \cdot x_{D5} - F^x_{u5} \cdot y_{D5}$
=	$-F^x_{u4}$
=	$-F^y_{u4} + G_4$
=	$M_{u4} + (-F^y_{u4} + G_4) \cdot x_{D4} - F^x_{u4} \cdot y_{D4}$
=	$\theta$
=	$\theta$
=	$M_{u3}$

Из решения этой системы уравнений определяются реакции в КП и движущий момент  $M_{03}$

Примечание: Более подробно с силовым расчетом рычажных механизмов Вы познакомитесь на упражнениях и при выполнении 2-го домашнего задания.

#### Контрольные вопросы к лекции 4.

1. Что изучается в разделе курса динамика машин и механизмов ?
2. Как формулируются прямая и обратная задачи динамики машин ?
3. Что называется "энергией", "работой" и "мощностью" ?
4. Как идеальные механизмы преобразуют энергию ?
5. Сформулируйте аксиому освобожденности от связей ?
6. Дайте классификацию сил, действующих в кинематических парах механизмов ?
7. Изобразите реакции в идеальных кинематических парах плоского механизма ?
8. Перечислите виды силового расчета механизмов ?
9. Запишите уравнения кинетостатического равновесия механической системы ?
10. Как определить число неизвестных в силовом расчете ?
11. Опишите алгоритм силового расчета простого зубчатого механизма ?
12. Опишите алгоритм силового расчета четырехшарнирного механизма ?

## **2. Уравновешивание механизмов и балансировка роторов.**

### **2.1. Вибрации и колебания в машинах и механизмах.**

При движении механической системы под действием внешних сил в ней могут возникать механические колебания или вибрации. Причинами возникновения вибраций могут быть периодические изменения сил (силовое возмущение), перемещений (кинематическое возмущение) или инерционных характеристик (параметрическое возмущение). Вибрацией (от лат. vibratio - колебание) называют механические колебания в машинах или механизмах.

Колебание - движение или изменение состояния, обладающие той или иной степенью повторяемости или периодичностью. Если источник возникновения вибраций определяется внутренними свойствами машины или механизма, то говорят о его виброактивности [13]. Чтобы вибрации механизма не распространялись на окружающие его системы или чтобы защитить механизм от вибраций, воздействующих на него со стороны внешних систем, применяются различные методы виброзащиты. Различают внешнюю и внутреннюю виброактивность.

Под внутренней виброактивностью понимают колебания возникающие внутри механизма или машины, которые происходят по его подвижностям или обобщенным координатам. Эти колебания не оказывают непосредственного влияния на окружающую среду. При внешней виброактивности изменение положения механизма приводит к изменению реакций в опорах (т.е. связях механизма с окружающей средой) и непосредственному вибрационному воздействию на связанные с ним системы. Одна из основных причин внешней виброактивности - неуравновешенность его звеньев и механизма в целом.

### **2.2. Понятие о неуравновешенности механизма (звена).**

Неуравновешенным будем называть такой механизм (или его звено), в котором при движении центр масс механизма (или звена) движется с ускорением. Так как ускоренное движение системы возникает только в случае, если равнодействующая внешних силовых воздействий не равна нулю. Согласно принципу Д'Аламбера, для уравновешивания внешних сил к системе добавляются расчетные силы - силы и моменты сил инерции.

Поэтому уравновешенным будем считать механизм, в котором главные вектора и моменты сил инерции равны нулю, а неуравновешенным механизм, в котором эти силы неравны нулю. Для примера рассмотрим

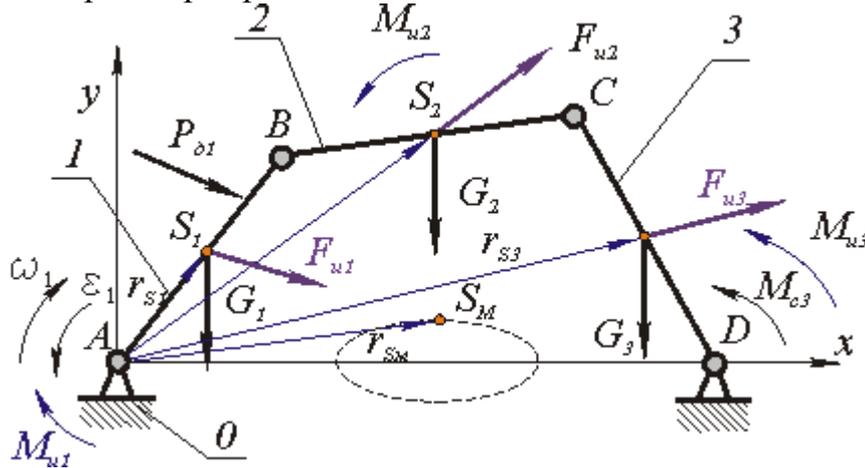


Рис. 2.1

Механизм будет находиться в состоянии кинестатического равновесия, если сумма действующих на него внешних сил и моментов сил (включая силы и моменты сил инерции) будет равна нулю

$$\sum_{i=1}^n G_i + \sum_{i=1}^n F_{ui} + P_{\delta 1} = 0; \quad \sum_{i=1}^n M_{ui} + M_{c3} = 0.$$

Уравновешенность является свойством или характеристикой механизма и не должна зависеть от действующих на него внешних сил. Если исключить из рассмотрения все внешние силы, то в уравнении равновесия останутся только инерционные составляющие, которые определяются инерционными параметрами механизма - массами и моментами инерции и законом движения (например, центра масс системы). Поэтому уравновешенным считается механизм для которого главный вектор и главный момент сил

$$F_{SM} = \sum_{i=1}^n F_{ui} = -\sum_{i=1}^n m_i \cdot a_{SM} = 0; \quad M_{uM} = \sum_{i=1}^n M_{ui} = 0.$$

инерции равны нулю:

Неуравновешенность - такое состояние механизма при котором главный вектор или главный момент сил инерции не равны нулю. Различают:

- статическую неуравновешенность  $F_{SM}$  не равно  $0$  ;
- моментную неуравновешенность  $M_{uM}$  не равно  $0$  ;
- динамическую неуравновешенность  $F_{SM}$  не равно  $0$  и  $M_{uM}$  не равно  $0$  .

При статическом уравновешивании механизма необходимо обеспечить

$$F_{SM} = 0, \text{ так как } \sum_{i=1}^n m_i \neq 0, \text{ то } a_{SM} = 0.$$

Это условие можно выполнить если: скорость центра масс механизма равна нулю  $V_{SM}=0$  или она постоянна по величине и направлению  $V_{SM} = const$ . Обеспечить выполнение условия  $V_{SM} = const$  в механизме практически невозможно. Поэтому при статическом уравновешивании обеспечивают выполнение условия  $V_{SM}=0$  . Это возможно, когда центр масс механизма лежит на оси вращения звена 1 -  $r_{SM}=0$  или когда он неподвижен

$$r_{SM} = const, \text{ где } r_{SM} = (m \cdot r_{S1} + m_2 \cdot r_{S2} + \dots + m_i \cdot r_{Si}) / (m_1 + m_2 + \dots + m_i)$$

На практике наиболее часто статическое уравновешивание проводят:

- выбирая симметричные схемы механизма (рис.2.2);

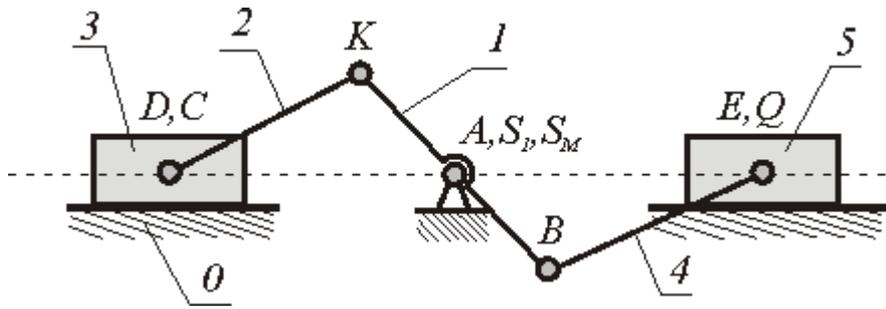


Рис 2.2

- устанавливая на звеньях механизма противовесы (или корректирующие массы);
- размещая противовесы на дополнительных звеньях или кинематических цепях.

### 2.3. Метод замещающих масс.

При использовании метода замещающих масс, звено механизма с распределенной массой заменяется расчетной моделью, которая состоит из точечных масс.

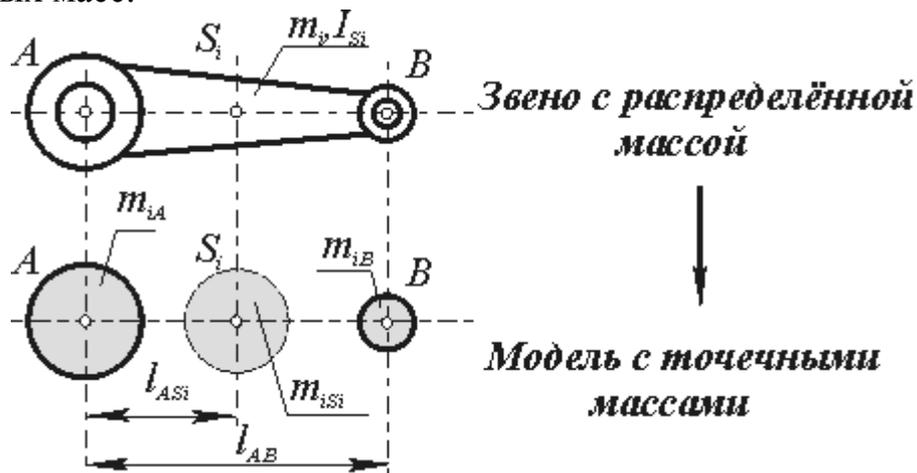


Рис. 2.3

**Условия перехода от звена с распределенной массой к модели с точечными массами.**

- Сохранение массы звена:  $m_{iA} \cdot l_{ASi}^2 + m_{iB} \cdot (l_{AB} - l_{ASi})^2 = I_{Si}$ .
- Сохранение положения центра масс:  $l_{ASi} = const, m_{iA} \cdot l_{ASi} = m_{iB} \cdot (l_{AB} - l_{ASi})$
- Сохранение момента инерции  $m_B = m_{B1} + m_{B2}, m_C = m_B + m_{C2}, m_A = m_{A1}$ ,

Очевидно, что выполнить три условия системой с двумя массами невозможно, поэтому при статическом уравнивании механизмов ограничиваются выполнением только двух первых условий [12]. Чтобы обеспечить выполнение всех трех условий необходимо ввести третью массу  $m_{isi}$ . Рассмотрим применение метода замещающих масс при полном и частичном статическом уравнивании кривошипно-ползунного механизма.

## 2.4. Полное статическое уравновешивание кривошипно-ползунного механизма.

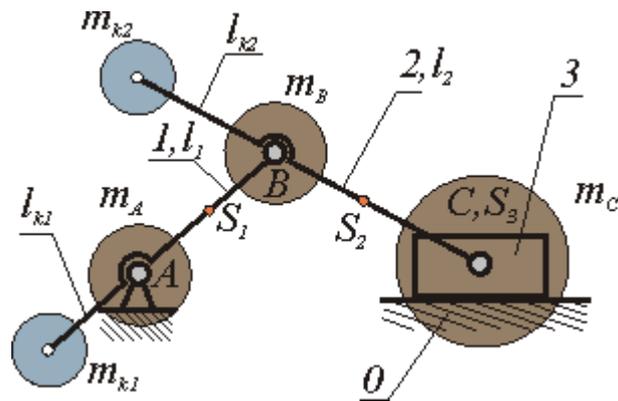


Рис 2.4

Постановка задачи:

Дано:  $l_{AB}, l_{BC}, l_{AS1}, l_{BS2}, l_{CS3} = 0, m_1, m_2, m_3$

Определить:  $m_{k1}, m_{k2}$

Распределим массы звеньев по методу замещающих масс и сосредоточим их в центрах шарниров  $A, B, C$ . Тогда

$$m_B = m_{B1} + m_{B2}, m_C = m_3 + m_{C2}, m_A = m_{A1},$$

где  $m_1 = m_{A1} + m_{B1}$  - масса первого звена, распределенная между массами, сосредоточенными в точках  $B$ ;

$m_2 = m_{B2} + m_{C2}$  - масса второго звена, распределенная между массами, сосредоточенными в точках  $B$  и  $C$

Вначале проведем уравновешивание массы  $m_C$  корректирующей массой  $m_{k2}$ .

Составим уравнение статических моментов относительно точки  $B$  для звеньев 2 и 3:

$$m_{k2} \cdot l_{k2} = m_C \cdot l_{BC}.$$

Задаемся величиной  $l_{k2}$  и получаем корректирующую массу

$$m_{k2} = m_C \cdot l_{BC} / l_{k2}.$$

Затем уравновешиваем массы центр, которых после установки корректирующей массы расположился в точке  $B$ :

$$m_B = m_2 + m_{k2} + m_3 + m_{B1}.$$

Составляем уравнение статических моментов относительно точки  $A$ :

$$m_{k1} \cdot l_{k1} = m_B \cdot l_{AB}.$$

Задаемся величиной  $l_{k1}$  и получаем корректирующую массу

$$m_{k1} = m_B \cdot l_{AB} / l_{k1}.$$

Окончательно величины корректирующих масс для полного уравновешивания кривошипно-ползунного механизма

$$m_{k2} = m_C \cdot l_{BC} / l_{k2} = (m_{C2} + m_3) \cdot l_{BC} / l_{k2};$$

$$m_{k1} = m_B \cdot l_{AB} / l_{k1} = (m_2 + m_{k2} + m_3 + m_{B1}) \cdot l_{AB} / l_{k1}.$$

**Частичное статическое уравновешивание кривошипно-ползунного механизма.**

1) Уравновешивание вертикальной составляющей главного вектора сил инерции.

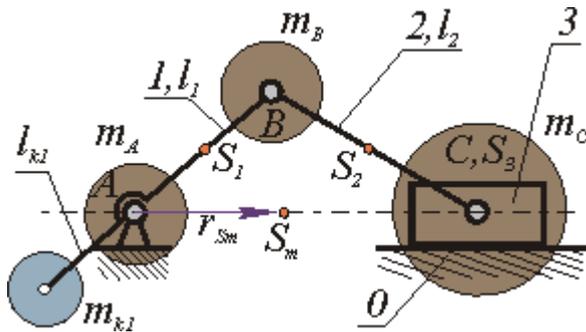


Рис 2.5

Постановка задачи:

Дано:  $l_{AB}, l_{BC}, l_{AS_1}, l_{BS_2}, l_{CS_3} = 0,$

$m_1, m_2, m_3$  Определить:  $m_{k1}$

В этом случае необходимо добиться, чтобы центр масс механизма при движении перемещался вдоль направляющей ползуна (для схемы на рис. 2.5 по горизонтали). Для этого достаточно уравновесить только массу  $m_B$ .

Составляем уравнение статических моментов относительно точки  $A$ :

$$m_{k1} \cdot l_{k1} = m_B \cdot l_{AB}.$$

Задаемся величиной  $l_{k1}$  и получаем корректирующую массу  $m_{k1} = m_B \cdot l_{AB} / l_{k1}$ .

Окончательно величина корректирующей массы для уравновешивания вертикальной составляющей главного вектора сил инерции кривошипно-ползунного механизма

$$m_{k1} = m_B \cdot l_{AB} / l_{k1} = (m_{B2} + m_{B1}) \cdot l_{AB} / l_{k1}.$$

2. Уравновешивание горизонтальной составляющей главного вектора сил инерции.

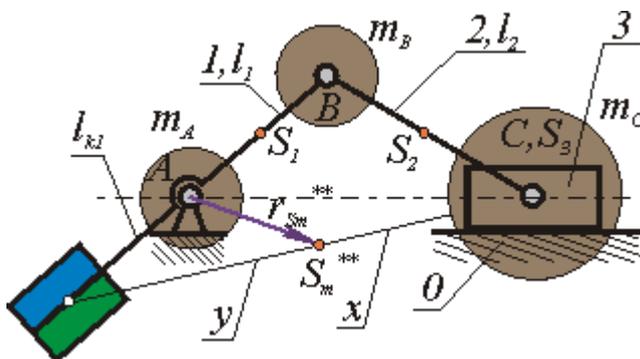


Рис 2.6

Постановка задачи:

Дано:  $l_{AB}, l_{BC}, l_{AS1}, l_{BS2},$

$l_{CS3}=0, m_1, m_2, m_3$

Определить:  $m_{k1}$

В этом случае необходимо добиться, чтобы центр масс механизма при движении перемещался по дуге окружности радиуса  $r_{Sm}$  (рис.2.6). Расчет корректирующей массы ведется в два этапа. В начале первой составляющей корректирующей массы  $m_{k1}$  уравнивается масса  $m_B$ . Составляется, как и в предыдущем примере, уравнение статических моментов относительно точки  $A$ :

$$m_{k1} \cdot l_{k1} = m_B \cdot l_{AB}.$$

Задается величина  $l_{k1}$  и рассчитывается корректирующая масса

$$m_{k1} = m_B \cdot l_{AB} / l_{k1} = (m_{B2} + m_{B1}) \cdot l_{AB} / l_{k1}.$$

Затем с помощью второй составляющей корректирующей массы  $m_{k1}$  центр массы  $m_c$  перемещается в точку  $S_m$ . Величина  $m_{k1}$  определяется следующим образом: центр шарнира  $C$  соединяется прямой с концом отрезка  $l_{k1}$  точкой

$S_k$ . Радиус  $r_{Sm}$  проводится параллельно отрезку  $BC$ . Тогда

$$S_k BC = S_k A S_m \text{ и } x/y = l_{k1} / l_{AB}$$

Статический момент относительно точки  $S_m$ :  $m_{k1}$

$$x = m_c \cdot y, m_{k1} = m_c$$

$$\frac{y}{x} = m_c \cdot \frac{l_{AB}}{l_{k1}}$$

Радиус-вектор  $r_{Sm}$  определяется из подобия треугольников из пропорций

$$\frac{x}{r_{Sm}} = \frac{(x+y)}{l_{BC}}, \quad \frac{x}{x+y} = \frac{l_{k1}}{l_{k1} + l_{AB}},$$

$$r_{Sm} = \frac{l_{k1}}{l_{k1} + l_{AB}} \cdot l_{BC} = const.$$

откуда

Корректирующая масса, обеспечивающая уравнивание горизонтальной составляющей главного вектора сил инерции кривошипно-ползунного механизма, размещается на первом звене механизма и равна сумме составляющих [14]

$$m_{k1} = (m_2 + m_3 + m_{B1}) \cdot \frac{l_{AB}}{l_{k1}}$$

Центр массы механизма при таком уравнивании расположен в точке  $S_m$ , которая движется по дуге радиуса  $r_{Sm}$

$$r_{Sm} = r_{Sm}^{**} \cdot \frac{m_{C2} + m_3 + m_{k1}^*}{m_1 + m_2 + m_3 + m_{k1}^*}$$

Схема распределения масс в механизме после уравнивания дана на рис. 2.7.

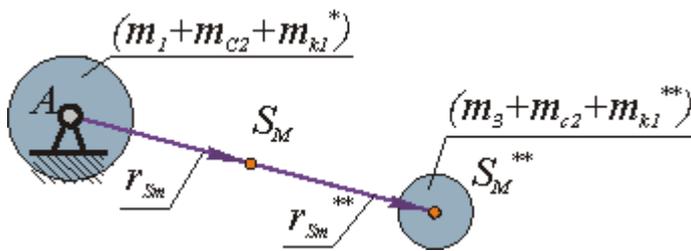


Рис 2.7

## 2.5. Балансировка роторов при проектировании

Общие сведения о балансировке. Ротор, неуравновешенность ротора и ее виды. Задачи балансировки. Ротором ( по гост 19534-74 ) называют звенья механизмов, совершающие вращательное движение и удерживаемые при этом своими несущими поверхностями в опорах [13].

Если масса ротора распределена относительно оси вращения равномерно, то главная центральная ось инерции  $x-x$  совпадает с осью вращения и ротор является уравновешенным или идеальным. При несовпадении оси вращения с осью  $x-x$ , ротор будет неуравновешенным и в его опорах при вращении возникнут переменные реакции, вызванные действием инерционных сил и моментов ( точнее, движением центра масс с ускорением ).

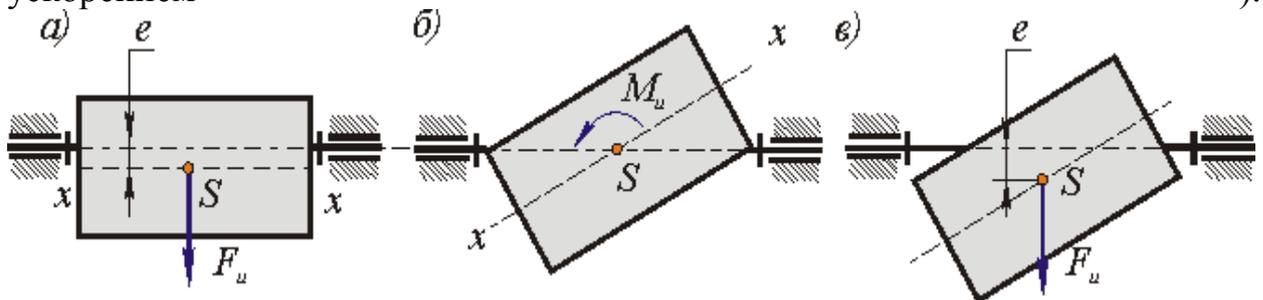


Рис 2.8

В зависимости от взаимного расположения оси вращения и главной центральной оси инерции  $x-x$ , по ГОСТ 19534-74, различают следующие виды неуравновешенности роторов (рис. 2.8): а - статическую, когда эти оси параллельны; б - моментную, когда оси пересекаются в центре масс ротора  $S$ ; в - динамическую, когда оси либо пересекаются вне центра масс, либо не пересекаются, а перекрещиваются в пространстве.

Как отмечено выше, неуравновешенность определяется конструктивными характеристиками ротора или механизма и не зависит от параметров движения. Поэтому при балансировке оперируют не инерционными силами, а дисбалансами. Дисбаланс - мера статической неуравновешенности ротора, векторная величина, равная произведению неуравновешенной массы  $m$  на ее эксцентриситет  $e$ , где эксцентриситет  $e$  - радиус-вектор центра этой массы относительно оси ротора. Направление

главного вектора дисбаланса  $D$  совпадает с направлением главного вектора сил инерции  $F_u$ , действующих на ротор при вращении:

$$F_u = m \cdot e \cdot \omega^2 = D \cdot \omega^2.$$

Моментная неуравновешенность характеризуется главным моментом дисбалансов ротора  $M_D$ , который пропорционален главному моменту сил инерции (рис. 2.9):

$$M_u = D_M \cdot l \cdot \omega^2 = M_D \cdot \omega^2.$$

Главный момент дисбалансов ротора полностью определяется моментом пары равных по величине и противоположных по направлению дисбалансов  $D_{M1} + D_{M2} = D_M$ , расположенных в двух произвольных плоскостях ( I и II ), перпендикулярных оси вращения ротора. Дисбаланс и момент дисбалансов не зависят от частоты вращения, они полностью определяются конструкцией ротора и точностью его изготовления. Балансировкой называют процесс определения значений и угловых координат дисбалансов ротора и их уменьшения с помощью корректировки размещения его масс. Балансировка эквивалентна уравниванию системы инерционных сил, прикладываемых к подвижному ротору для его равновесия.

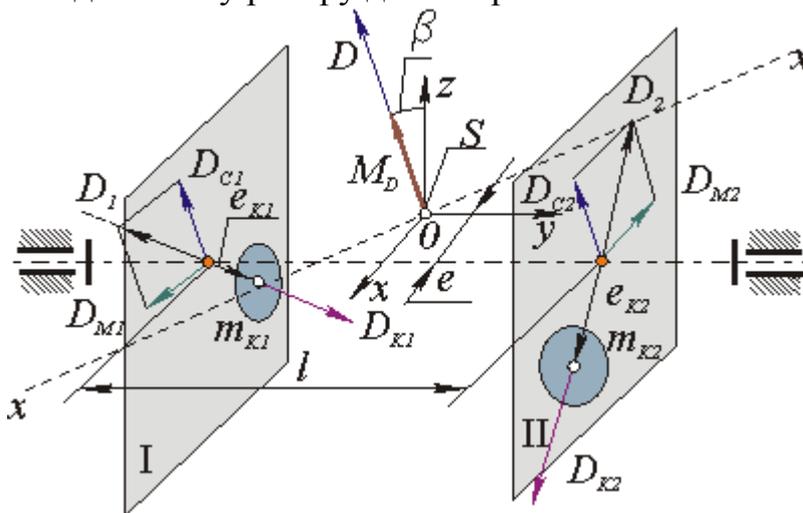


Рис 2.9

Эту систему, как и любую произвольную систему сил, можно заменить равнодействующими - главным вектором и главным моментом или двумя векторами, расположенными в произвольных параллельных плоскостях. Для уравнивания системы сил достаточно уравновесить эти равнодействующие. При балансировке операции над силами заменяют действиями над дисбалансами. Поэтому для жестких роторов вышесказанное можно сформулировать так: жесткий ротор можно уравновесить двумя корректирующими массами, расположенными в двух произвольно выбранных плоскостях, перпендикулярных оси его вращения. Эти плоскости называют плоскостями коррекции.

Задача балансировки ротора заключается в определении, в выбранных плоскостях коррекции, значений и углов дисбалансов и размещении в этих плоскостях корректирующих масс, дисбалансы которых равны по величине и противоположны по направлению найденным дисбалансам ротора. На практике балансировку проводят: при конструировании - расчетными методами, в процессе изготовления деталей и узлов - экспериментально на специальных балансировочных станках. Балансировка на станках является более точным и надежным методом, по сравнению с расчетными. Поэтому она применяется для ответственных деталей с высокими рабочими частотами вращения.

Корректировка масс ротора осуществляется либо присоединением к нему дополнительных корректирующих масс (наплавлением, наваркой или привинчиванием противовесов), либо удалением части массы ротора с "тяжелой" стороны (фрезерованием или высверливанием). Точность балансировки характеризуется величиной остаточного дисбаланса  $D_0$  ротора в каждой из плоскостей коррекции. Величина  $D_0$  не должна превышать допустимых для данного класса точности значений, регламентируемых ГОСТ 22061-76.

### Балансировка роторов при различных видах неуравновешенности.

#### 1. Статическая неуравновешенность.

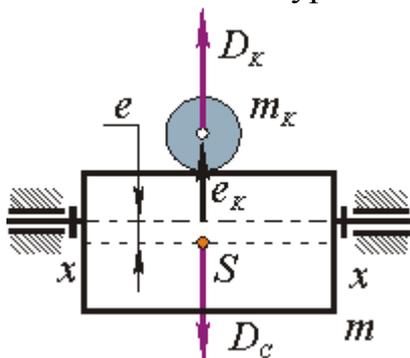


Рис 2.10

При статической неуравновешенности (рис.2.10) главная центральная ось инерции параллельна оси вращения ротора, главный вектор дисбалансов больше нуля, а главный момент дисбалансов равен нулю [14]

$$D_c \neq 0; M_D = 0,$$

т.е. необходимо уравновесить только вектор  $D_c = m e$ . Для этого достаточно установить на роторе только одну корректирующую массу  $m_k$  величине которой определяется из равенства  $D_k = m_k e_k = -D_c m_k = D_c / e_k$ , где величиной  $e_k$  задаются из соображений удобства размещения противовесов. Направление вектора  $D_k$  противоположно направлению  $D_c$ .

Условие статической уравновешенности ротора:

$$\sum_{i=1}^n D_i = 0$$

## 2. Моментная неуравновешенность.

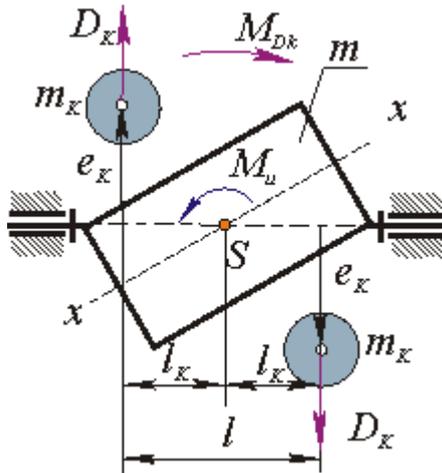


Рис 2.11

При моментной неуравновешенности (рис.2.11) главная центральная ось инерции пересекает ось вращения в центре масс ротора точке  $S$ , главный вектор дисбалансов  $D_c$  равен нулю, главный момент дисбалансов  $M_D$  не равен нулю т.е. необходимо уравновесить только момент дисбалансов  $M_D$ . Для этого достаточно разместить на роторе две одинаковых корректирующих массы  $m_k$  на равных расстояниях от оси вращения  $e_k$  и от центра масс  $S - l_k$ . Массы выбираются и размещаются так, чтобы момент их дисбалансов  $M_{Dk}$  был по величине равен, а по направлению противоположен моменту дисбалансов ротора  $M_D$ :

$$M_{Dk} = -M_D, \quad M_{Dk} = D_k \cdot l_k + D_k \cdot l_k = M_{Dk1} + M_{Dk2},$$

где  $D_k = m_k e_k$ . В этих зависимостях величинами  $l_k$  и  $e_k$  задаются по условиям удобства размещения противовесов на роторе, а величину  $m_k$  рассчитывают.

Необходимо отметить, что величины  $D_k$  в плоскостях коррекции обязательно должны быть равными, необходимо выполнять только неизменность положения центра масс - он должен оставаться на оси вращения.

Условие моментной неуравновешенности

$$\sum_{i=1}^n M_{Di} = 0$$

## 3. Динамическая неуравновешенность.

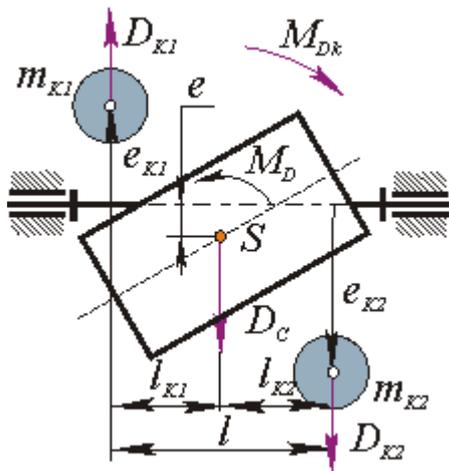


Рис 2.12

При динамической неуравновешенности (рис. 2.12) главная центральная ось инерции пересекает ось вращения не в центре масс ротора точке  $S$ , либо перекрещивается с ней; и главный вектор дисбалансов  $D_c$ , и главный момент дисбалансов  $M_D$  не равны нулю т.е. необходимо уравновесить вектор  $D_c$  и момент дисбалансов  $M_D$ . Для этого достаточно разместить на роторе две корректирующих массы  $m_{k1}$  и  $m_{k2}$  на расстояниях от оси вращения  $e_{k1}$  и  $e_{k2}$ , а от центра масс  $S$ , соответственно на  $l_{k1}$  и  $l_{k2}$ . Массы выбираются и размещаются так, чтобы момент их дисбалансов  $M_{Dk}$  был по величине равен, а по направлению противоположен моменту дисбалансов ротора  $M_D$ :

$$M_{Dk} = -M_D, \quad M_{Dk} = D_{k1} \cdot l_{k1} + D_{k2} \cdot l_{k2} = M_{Dk1} + M_{Dk2},$$

$$\text{где } D_{k1} = m_{k1} \cdot e_{k1} \text{ и } D_{k2} = m_{k2} \cdot e_{k2},$$

$$\text{где } D_c = -D_k = -(D_{k1} + D_{k2}).$$

а векторная сумма дисбалансов была равна и противоположно направлена вектору  $D_c$ :

В этих зависимостях величинами  $l_{ki}$  и  $e_{ki}$  задаются по условиям удобства размещения противовесов на роторе, а величины  $m_{ki}$  рассчитывают.

$$\sum_{i=1}^n M_{Di} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n D_i = 0$$

Условие динамической уравновешенности ротора:

Уравновешивание роторов при проектировании.

1. Статическое уравновешивание при проектировании.

При проектировании статически уравновешивают детали, имеющие небольшие осевые размеры и конструктивно неуравновешенные, например, дисковые кулачки (рис. 2.13) Когда кулачок неподвижен  $D_I = 0$ , реакция в опоре  $F_{I0} = -G$ . При вращении кулачка, реакция в опоре равна векторной

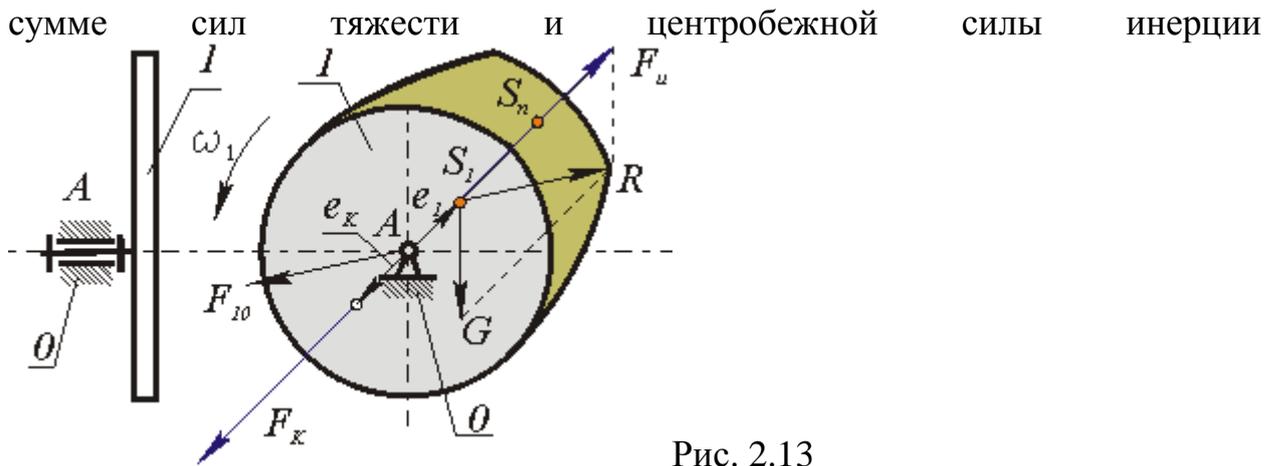


Рис. 2.13

При проектировании детали типа кулачка уравниваются так: в деталь с центром на оси вращения вписывается окружность, подсчитываются площади ограниченные контуром кулачка и расположенные вне или внутри окружности, определяется массы и центры масс  $S_n$  неуравновешенных частей кулачка, находится эксцентриситет  $e_l$  центра масс  $S_l$  кулачка по величине и направлению и определяется его дисбаланс с помощью корректирующей массы  $m_k$ , размещаемой на эксцентриситете  $e_k$ , создается дисбаланс  $D_k$  равный по величине и противоположный по направлению  $D_l$ .

## 2. Динамическое уравнивание при проектировании.

Динамическое уравнивание при проектировании проводят с деталями и узлами, в которых массы распределены относительно оси вращения неравномерно, например, детали типа коленчатого вала. Эти детали делят на несколько дисков и в каждом диске, также как при статическом уравнивании, определяют величину и направление дисбаланса  $D_i$ .

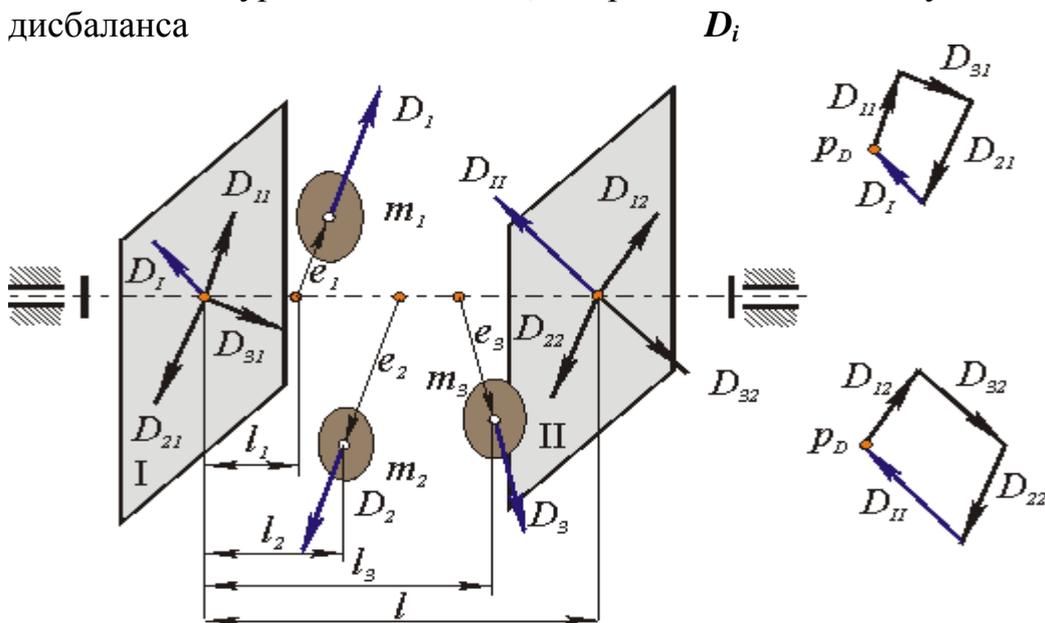


Рис 2.14

На детали выбирают две плоскости коррекции и каждый вектор дисбаланса раскладывают на две составляющие, расположенные в

плоскостях коррекции. Затем составляющие векторы дисбалансов в плоскостях коррекции суммируются и их равнодействующий дисбаланс, например,  $D_I$ , уравнивается соответствующей корректирующей массой  $m_{KI}$ . Пример такого уравнивания изображен на рис. 2.14.

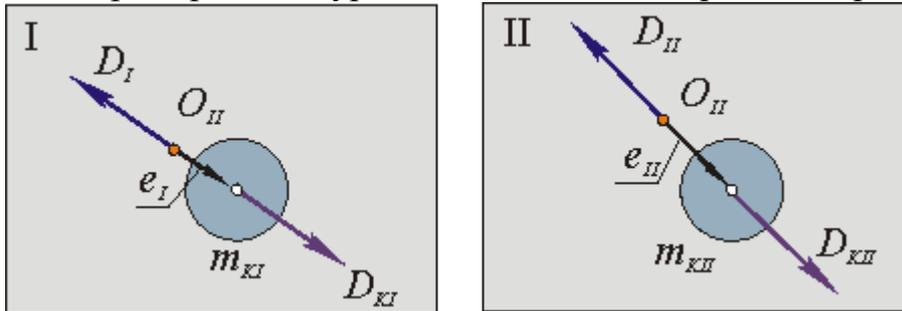


Рис 2.15. Схема размещения корректирующих масс в плоскостях коррекции.

### Контрольные вопросы к лекции .

1. Что в механических системах называется вибрациями ?
2. Какую виброактивность механизма или машины называют внешней, а какую - внутренней ?
3. Какая механическая система или звено считаются неуравновешенными ?
4. Изложите основные положения метода замещающих масс ?
5. Как осуществить полное статическое уравнивание кривошипно-ползунного механизма ?
6. Как осуществить статическое уравнивание вертикальной составляющей сил инерции в кривошипно-ползунном механизме ?
7. Какие звенья механизмов называются роторами ?
8. Что понимают под динамической балансировкой ротора ?
9. Перечислите виды неуравновешенности роторов ?
10. Как проводится статическое уравнивание ротора при проектировании ?
11. Как проводится динамическое уравнивание ротора при проектировании ?

### 3. Динамическая модель машинного агрегата.

#### 3.1. Прямая задача динамики машин.

Прямая задача динамики машины, как отмечалось и ранее, является задачей анализа, задачей по определению закона движения механической системы под действием заданных внешних сил [11]. При решении этой задачи параметры машинного агрегата и действующие на него внешние силы известны, необходимо определить закон движения: скорости и ускорения в функции времени или обобщенной координаты. Иначе эту задачу можно сформулировать так: заданы управляющие силы и силы внешнего сопротивления, определить обеспечиваемый ими закон движения машины.

Обратная задача - это задача синтеза управления, когда задан требуемый закон движения машины и внешние силы сопротивления, а определяются управляющие силы. При решении задач динамики используются либо уравнения силового равновесия системы - метод кинетостатики, либо уравнения энергетического равновесия - закон сохранения энергии. Для идеальной механической системы, в которой не потеря энергии и звенья абсолютно жесткие, этот закон можно применять в виде теоремы о изменении кинетической энергии. Согласно этой теореме работа всех внешних сил действующих на систему расходуется только на изменение ее кинетической энергии. При этом потенциальные силы - силы

$$\Delta T = T - T_{нач} = \sum_{i=1}^{f+m} A_i,$$

веса рассматриваются как внешние

где  $\Delta T$  - изменение кинетической энергии системы,  $T$  - текущее значение кинетической энергии системы,  $T_{нач}$  - начальное значение кинетической

$$\sum_{i=1}^n A_i$$

энергии системы, суммарная работа внешних сил, действующих на систему.

Рассмотрим сложную механическую систему (рис.6.1), состоящую из  $n$  подвижных звеньев из которых  $r$  - звеньев совершают вращательное движение,  $j$  - плоское,  $k$  - поступательное. Основная подвижность системы равна  $W=I$ . На систему действуют:  $f$  - внешних сил и  $m$  - внешних моментов.

Движение этой системы определяется изменением одной независимой обобщенной координаты. Такую систему при решении задач динамики можно заменить более простой динамической моделью. Положение звена этой модели определяется обобщенной координатой, а динамические параметры заменяются: инерционные - суммарным приведенным моментом инерции  $I^{mp} \Sigma$ , силовые - суммарным приведенным моментом  $M^{mp} \Sigma$ .

Эти параметры динамической модели рассчитываются по критериям подобия модели и объекта, которые определяются соответственно из равенства правых и левых частей уравнений изменения кинетической энергии для модели и объекта, т.е.

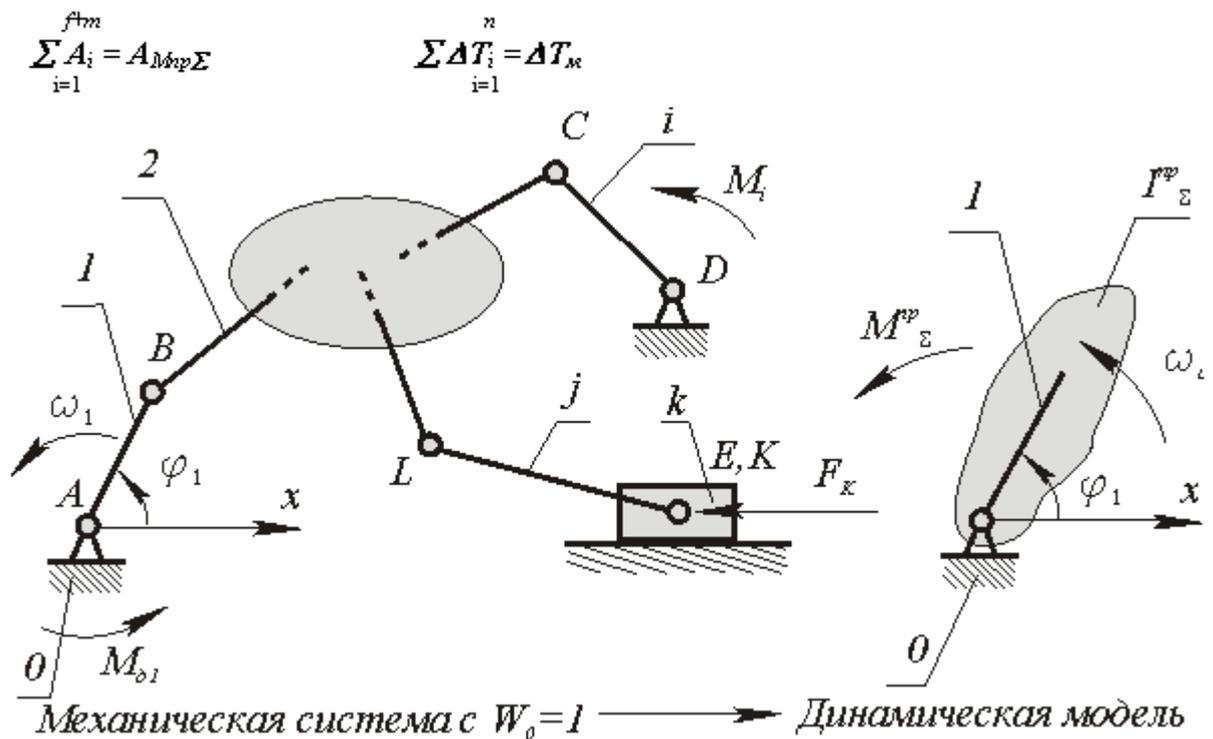


Рис 3.1

где

$$\sum_{i=1}^{f_{tm}} A_i$$

- сумма работ всех внешних сил, действующих на систему,

$A_{M_{\Sigma}}$  - работа суммарного приведенного момента,

$$\sum_{i=1}^n \Delta T_i$$

- сумма кинетических энергий звеньев системы,

$\Delta T_{\Sigma}$  - кинетическая энергия динамической модели.

### 3.2. Уравнения движения динамической модели

Уравнение движения динамической модели в интегральной форме.

Запишем для динамической модели теорему о изменении кинетической энергии  $\Delta T = T - T_{нач} = A_{M_{\Sigma}}$ ,

$$T = I^{\Sigma} \cdot \omega^2 / 2; \quad T_{нач} = I^{\Sigma}_{нач} \cdot \omega^2_{нач} / 2; \quad A_{M_{\Sigma}} = \int_{\varphi_{нач}}^{\varphi_1} M^{\Sigma} d\varphi_1;$$

где

и уравнение движения динамической модели в интегральной или энергетической форме  $I^{\Sigma} \cdot \omega^2 / 2 - T_{нач} = A_{M_{\Sigma}}$

Из этого уравнения после преобразований  $\omega_1 = \sqrt{2 \cdot (A_{M_{\Sigma}} + T_{нач}) / I^{\Sigma}}$ ,

получим формулу для расчета угловой скорости звена приведения.

Для машин работающих в режиме пуск-останов  $\omega_{нач} = 0$  и  $T_{нач} = 0$ ,

формула принимает вид  $\omega_1 = \sqrt{2 \cdot A_{мвп\Sigma} / I^{вп\Sigma}}$ .

### Уравнение движения динамической модели в дифференциальной форме.

Продифференцируем полученное выше уравнение по обобщенной координате  $I^{вп\Sigma} \cdot d(\omega_1^2) / (2 \cdot d\varphi_1) + (d I^{вп\Sigma} / d\varphi_1) \cdot (\omega_1^2 / 2) = d(A_{мвп\Sigma}) / d\varphi_1$ ,

где  $0.5 \cdot (d(\omega_1^2) / dt) \cdot (dt / d\varphi_1) = 0.5 \cdot 2 \cdot \omega_1 \cdot d\omega_1 / dt \cdot (1 / \omega_1) = d\omega_1 / dt = \varepsilon_1$ ,

$$d(A_{мвп\Sigma}) / d\varphi_1 = M^{вп\Sigma}.$$

$$I^{вп\Sigma} \cdot d\omega_1 / dt + (\omega_1^2 / 2) \cdot (d I^{вп\Sigma} / d\varphi_1) = M^{вп\Sigma},$$

После подстановки получим

уравнение движения динамической модели в дифференциальной форме.

Из этого уравнения после преобразований

$$\varepsilon_1 = d\omega_1 / dt = M^{вп\Sigma} / I^{вп\Sigma} - \omega_1^2 / (2 \cdot I^{вп\Sigma}) \cdot (d I^{вп\Sigma} / d\varphi_1),$$

получим формулу для расчета углового ускорения звена приведения.

Для механических систем в которых приведенный момент не зависит от положения звеньев механизма.  $\varepsilon_1 = d\omega_1 / dt = M^{вп\Sigma} / I^{вп\Sigma}$ .

### 3.3. Определение параметров динамической модели машины (приведение сил и масс).

Рассмотрим изображенную на рис.3.2 механическую систему и ее динамическую модель. Запишем для них уравнение изменения кинетической энергии. Кинетическая энергия:

$$T_c = \sum_{i=1}^{r+k} m_i \cdot V_{Si}^2 / 2 + \sum_{i=1}^{r+j} I_{Si} \cdot \omega_i^2 / 2,$$

- для механической системы
- для модели  $T_m = I^{вп\Sigma} \cdot \omega_1^2 / 2$ ;

Суммарная работа внешних сил:

$$A_{\Sigma c} = \sum_{i=1}^f \int F_i \cdot dS_i \cdot \cos(\bar{F}_i, \bar{dS}_i) + \sum_{i=1}^m \int M_i \cdot d\varphi_i,$$

- для механической системы
- для модели  $A_{\Sigma m} = \int M^{вп\Sigma} \cdot d\varphi_1$

Модель будет энергетически эквивалентна рассматриваемой механической системе, если правые и левые части уравнений изменения кинетической энергии для модели и для системы будут соответственно равны. То есть для левых частей выполняется условие  $T_c = T_m$ , а для правых -  $A_{\Sigma c} = A_{\Sigma m}$ . Для того чтобы второе равенство выполнялось в течение всего диапазона изменения обобщенной координаты, необходимо обеспечить не равенство интегралов, а равенство подынтегральных выражений  $dA_{\Sigma c} = dA_{\Sigma m}$ . Подставляя в равенства, записанные ранее выражения для кинетических энергий и работ получим:

$$I_{\Sigma}^{\text{сп}} \cdot \omega_1^2 / 2 = \sum_{i=1}^{r+k} m_i \cdot V_{Si}^2 / 2 + \sum_{i=1}^{r+j} I_{Si} \cdot \omega_i^2 / 2,$$

для левых частей

$$M_{\Sigma}^{\text{сп}} \cdot d\varphi_1 = \sum_{i=1}^f F_i \cdot dS_i \cdot \cos(F_i, \overline{dS_i}) + \sum_{i=1}^m M_i \cdot d\varphi_i.$$

для правых частей

Из уравнения для левых частей получаем формулу для определения приведенного суммарного момента инерции динамической модели

$$I_{\Sigma}^{\text{сп}} = \sum_{i=1}^{r+k} m_i \cdot (V_{Si} / \omega_1)^2 + \sum_{i=1}^{r+j} I_{Si} \cdot (\omega_i / \omega_1)^2,$$

$$I_{\Sigma}^{\text{сп}} = \sum_{i=1}^{r+k} m_i \cdot (V_{qSi})^2 + \sum_{i=1}^{r+j} I_{Si} \cdot (\omega_{qi})^2.$$

Из уравнения для правых частей получаем формулу для определения приведенного суммарного момента динамической модели

$$M_{\Sigma}^{\text{сп}} = \sum_{i=1}^f F_i \cdot (dS_i / d\varphi_1) \cdot \cos(F_i, \overline{dS_i}) + \sum_{i=1}^m M_i \cdot (d\varphi_i / d\varphi_1).$$

$$M_{\Sigma}^{\text{сп}} = \sum_{i=1}^f F_i \cdot V_{qSi} \cdot \cos(F_i, \overline{dS_i}) + \sum_{i=1}^m M_i \cdot \omega_{qi}.$$

### 3.4. Механические характеристики машин.

Механической характеристикой машины называется зависимость силы или момента на выходном валу или рабочем органе машины от скорости или перемещения точки или звена ее приложения.

Рассмотрим примеры механических характеристик различных машин.

- Двигатели внутреннего сгорания (ДВС):
  - четырехтактный ДВС

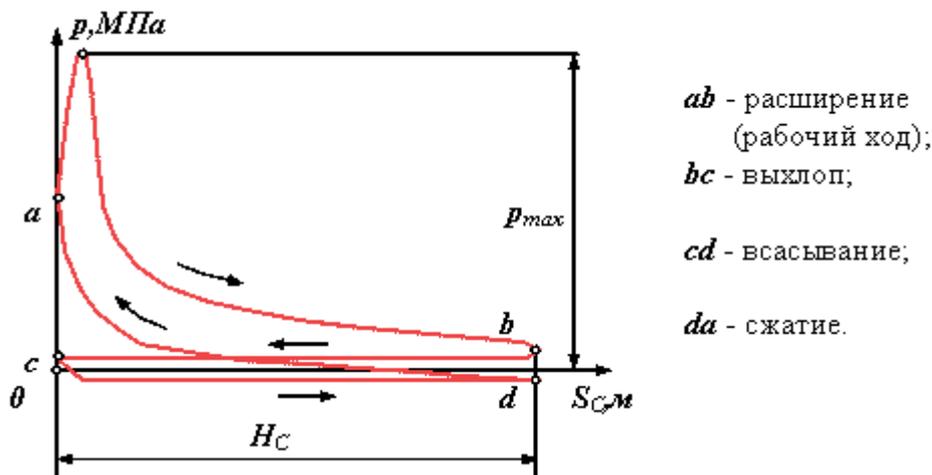


Рис 3.2

Индикаторная диаграмма - графическое изображение зависимости давления в цилиндре поршневой машины от хода поршня.

- двухтактный ДВС

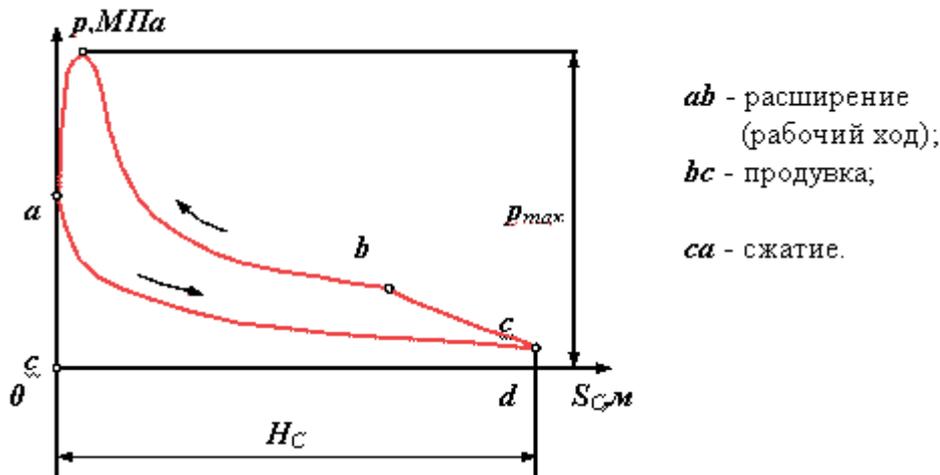


Рис 3.3

- 
- Электродвигатели - асинхронный электродвигатель переменного тока.

На диаграмме:  $M_{\partial n}$  - пусковой момент;  $M_{\partial n}$  - номинальный крутящий момент;  $M_{\partial k}$  или  $M_{\partial max}$  - критический или максимальный момент;  $\omega_{\partial n}$  - номинальная круговая частота вращения вала двигателя;  $\omega_{\partial x}$  или  $\omega_{\partial c}$  - частота вращения вала двигателя холостого хода или синхронная. Уравнение статической характеристики асинхронного электродвигателя на

$$M_{\partial} = b_1 + k_1 \cdot \omega_{\partial},$$

линеаризованном участке устойчивой части

где  $M_{\partial}$  - движущий момент на валу двигателя,

$\omega_{\partial}$  - круговая частота вала двигателя,

$$b_1 = M_{\partial n} \cdot \omega_{\partial c} / (\omega_{\partial c} - \omega_{\partial n}), \quad k_1 = -M_{\partial n} / (\omega_{\partial c} - \omega_{\partial n}).$$

Статическая характеристика асинхронного двигателя, выражающая зависимость нагрузки от скольжения, определяется формулой Клосса

$$M_{\partial} = 2 \cdot M_{\partial k} \cdot (S/S_x + S_x/S), \quad \text{где } S = 1 - \omega_{\partial} / \omega_{\partial c}, \quad S_x = 1 - \omega_{\partial k} / \omega_{\partial c}, \quad \omega_{\partial} \geq \omega_{\partial c}.$$

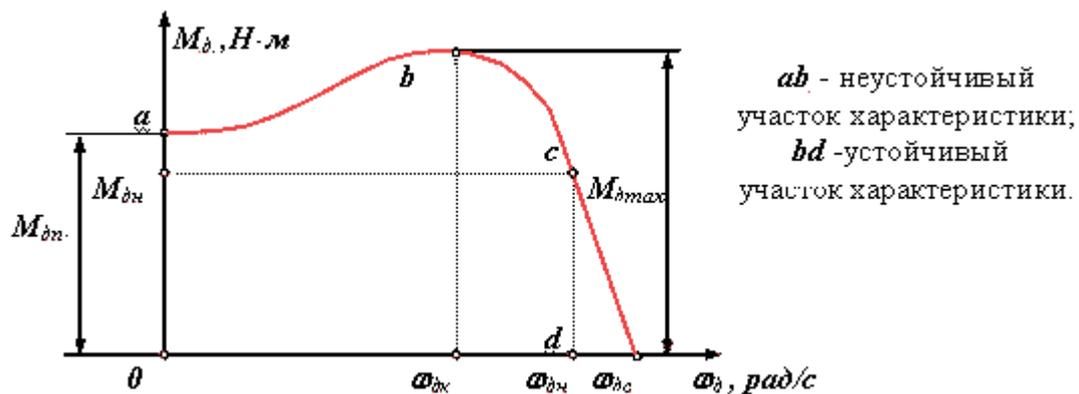


Рис 3.4

- ДВИГАТЕЛЬ ПОСТОЯННОГО ТОКА С НЕЗАВИСИМЫМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ

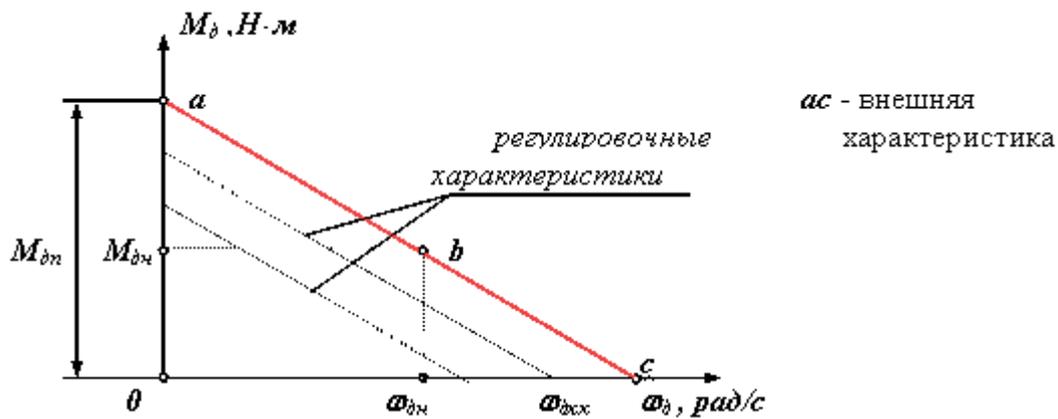


Рис 3.5

Уравнение статической характеристики для двигателя постоянного тока с

$$M_{\delta} = M_{\delta н} + k \cdot (\omega_{\delta н} - \omega_{\delta}),$$

независимым возбуждением

где  $k = M_{\delta н} (\omega_{\delta с х} - \omega_{\delta н})$ .

В электрических параметрах характеристика записывается в следующем виде

$$M_{\delta} = M_{\delta н} + k \cdot (\omega_{\delta н} - \omega_{\delta}),$$

где  $k_M = M_{\delta н} / I_{я н}$  - коэффициент момента,  $k_M = (U_{я н} - R_{я н} I_{я н}) / I_{\delta н}$  - коэффициент противоэлектродвижущей силы,  $U_{я}$  - напряжение в цепи якоря,  $R_{я}$  - сопротивление цепи якоря

- Рабочие машины
- поршневой насос

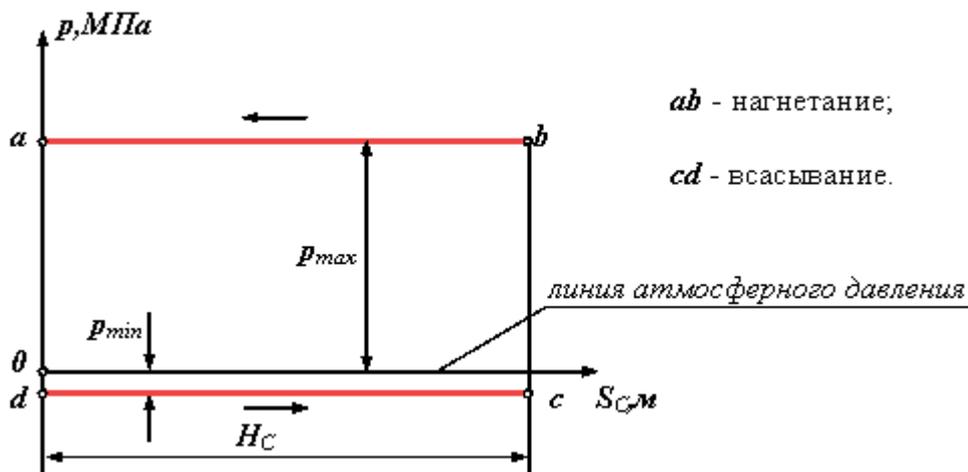


Рис 3.6

- поршневой компрессор

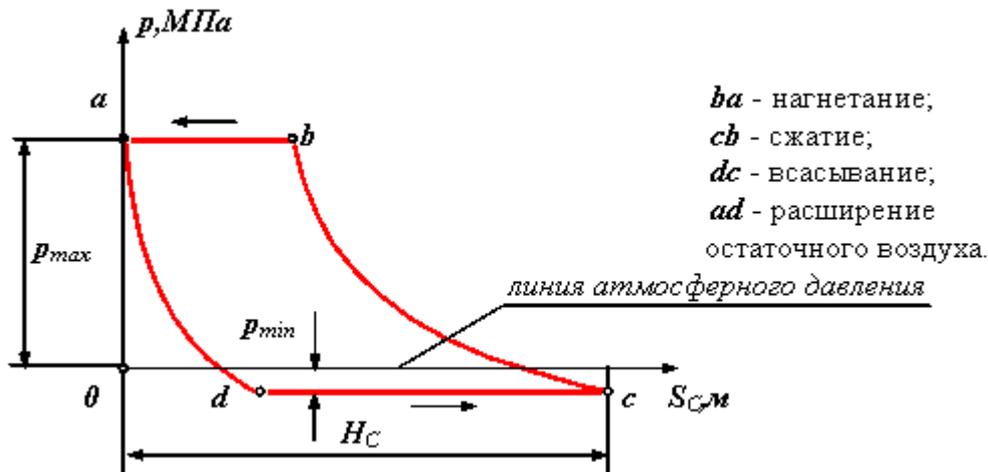


Рис 3.7

Линии *bc* и *ad* - линии сжатия и расширения газа (воздуха) определяются параметрами газа (объемом, давлением и температурой) и в общем виде описываются уравнением политропы  $p_{min} V^n = const$ , где  $n$  - показатель политропы ( $1 > n > 0$ ).

- строгальный станок

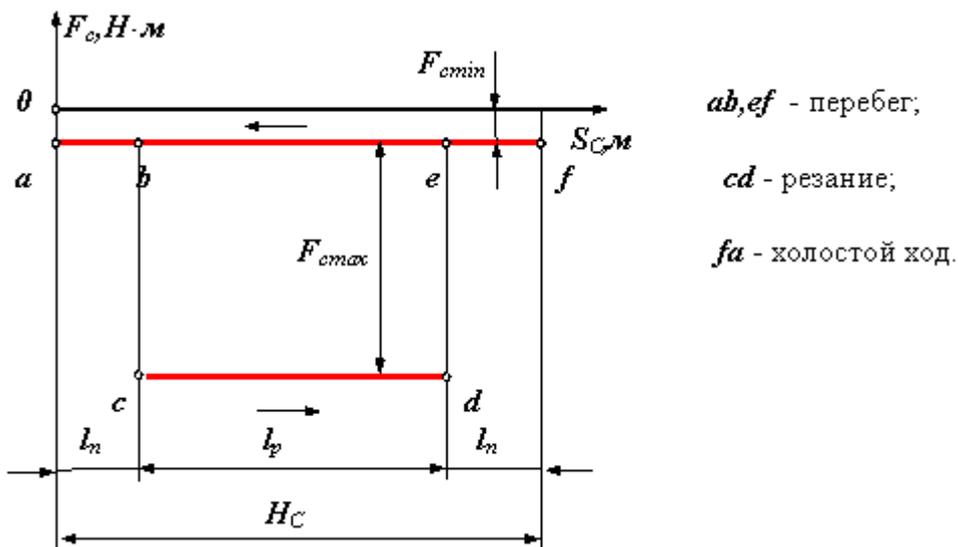


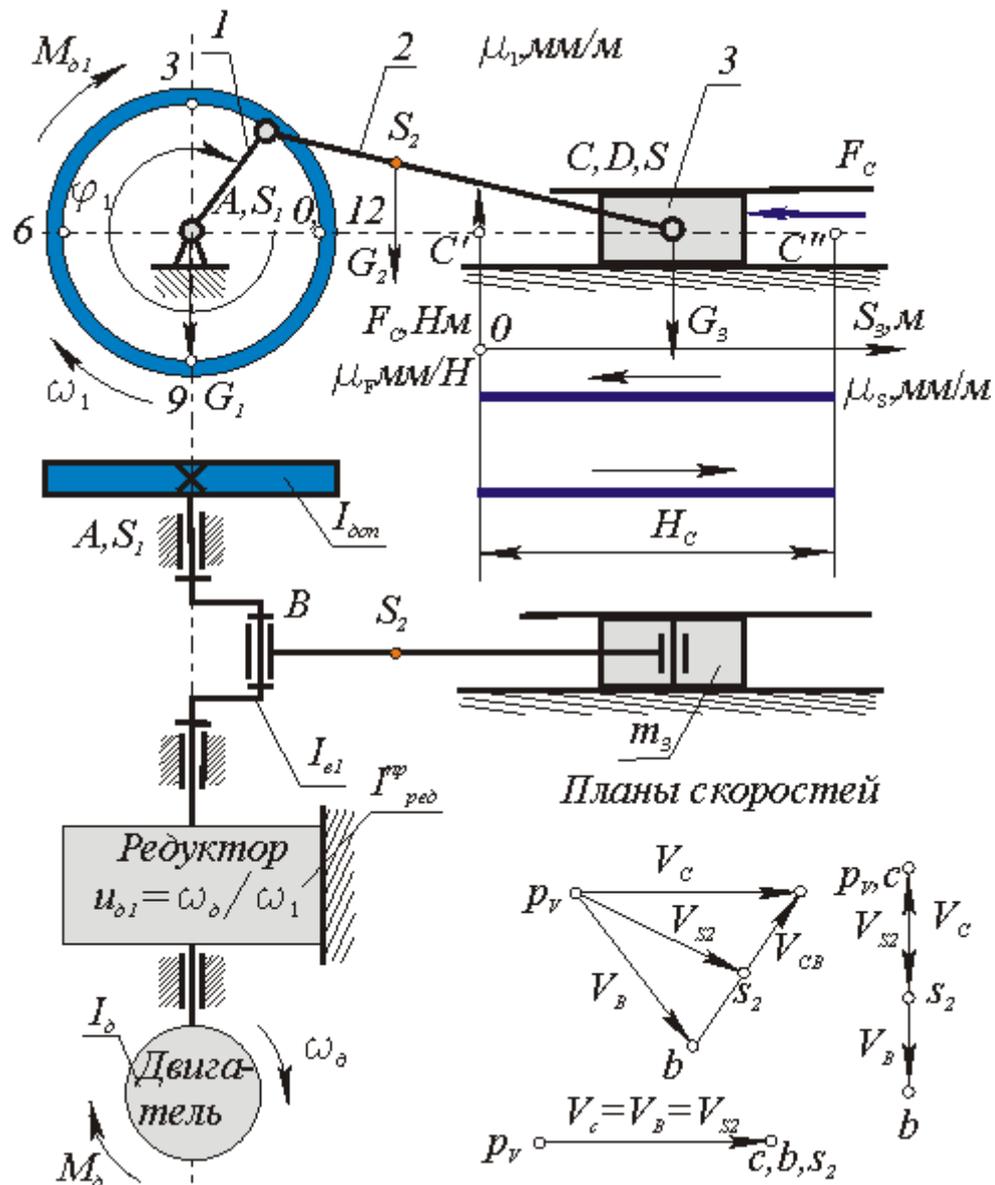
Рис 3.8

Механические характеристики определяют внешние силы и моменты, действующие на входные и выходные звенья, рассматриваемой механической системы со стороны взаимодействующих с ней внешних систем и окружающей среды.

Характеристики определяются экспериментально, по результатам экспериментов получают регрессионные эмпирические модели, которые в дальнейшем используются при проведении динамических расчетов машин и механизмов.

**3.5. Пример на определение параметров динамической модели (на приведение сил и масс).**

Дано: Кинематическая схема механизма поршневого насоса ( $I_b, \omega_i$ ),  $M_d, F_c$ ,



$m_i, I_{Si};$

Рис 3.9

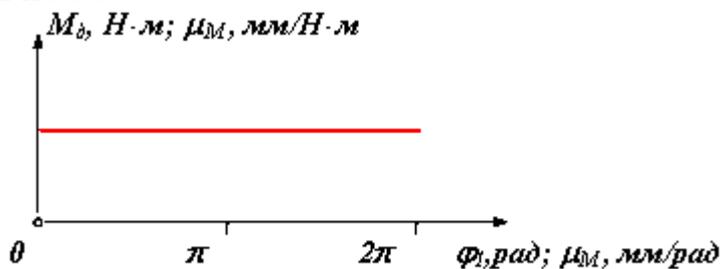


Рис 3.10

Определить:  $M^{np \Sigma}, I^{np \Sigma} = ?$

1. Определение сил веса  $G_i = m_i \cdot g$ .

## 2. Определение кинематических передаточных функций.

Простой и наглядный метод определения передаточных функций - графоаналитический метод планов возможных скоростей. При этом в произвольном масштабе строятся планы скоростей для ряда положений цикла движения механизма. По отрезкам плана скоростей рассчитываются соответствующие передаточные функции по следующим формулам (для машины, схема которой изображена на рис.3.9):

Передаточные		функции:
точки С	$V_{qC} = dS_C/d\varphi_1 = V_C/\omega_1 = (V_C/V_B) \cdot l_{AB} = (p_{vC}/p_{vb}) \cdot l_{AB};$	
точки S <sub>2</sub>	$V_{qS_2} = dS_{S_2}/d\varphi_1 = V_{S_2}/\omega_1 = (V_{S_2}/V_B) \cdot l_{AB} = (p_{vS_2}/p_{vb}) \cdot l_{AB};$	
звена 2	$\omega_{q2} = u_{21} = d\varphi_2/d\varphi_1 = \omega_2/\omega_1 = (V_{CB}/V_B) \cdot (l_{AB}/l_{BC}) = (cb/p_{vb}) \cdot (l_{AB}/l_{BC});$	

По этим формулам строятся цикловые диаграммы передаточных функций для рассматриваемого механизма ( см. рис. 3.11 ).

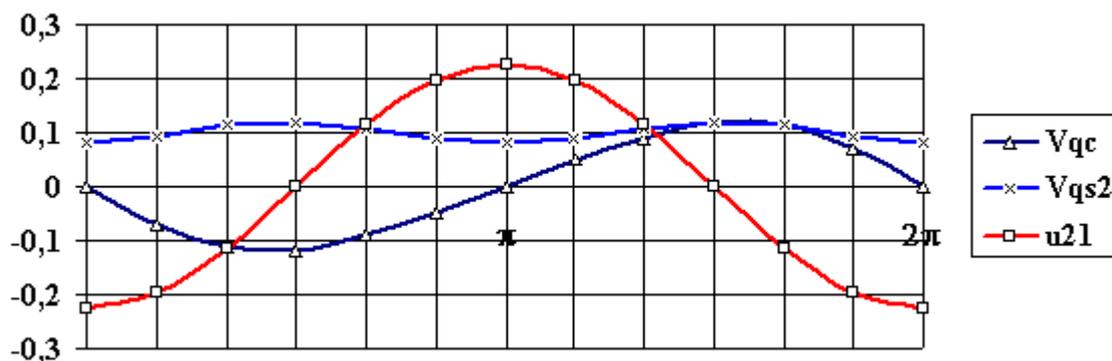


Рис. 3.11.

## 3. Определение суммарного приведенного момента $M^{np}\Sigma$

Для определения суммарного приведенного момента необходимо просуммировать приведенные моменты от всех внешних сил, действующих на рассматриваемую систему. Приведенный момент от силы равен скалярному произведению вектора силы на вектор передаточной функции точки ее приложения, от момента - произведению момента на передаточное отношение от звена приложения момента к звену приведения.

На рассматриваемую систему действуют силы веса звеньев  $G_i$ , сила сопротивления  $F_c$  и движущий момент  $M_\delta$ . Приведенный момент от этих сил рассчитывается по формуле:

$$\begin{aligned}
 M^{np}\Sigma &= M^{np}_\delta + M^{np}_{G_2} + M^{np}_{G_3} + M^{np}_{F_c} = M_\delta \cdot u_{\delta 1} + G_2 \cdot V_{qS_2} \cdot \cos(G_2, V_{qS_2}) + G_3 \cdot V_{qC} \cdot \\
 &\cdot \cos(G_3, V_{qC}) + F_c \cdot V_{qC} \cdot \cos(F_c, V_{qC}) = M_\delta \cdot u_{\delta 1} + G_2 \cdot V_{qS_2y} + G_3 \cdot V_{qCy} + \\
 &+ F_c \cdot V_{qC} \cdot \cos(F_c, V_{qC}).
 \end{aligned}$$

Диаграмма приведенных моментов.

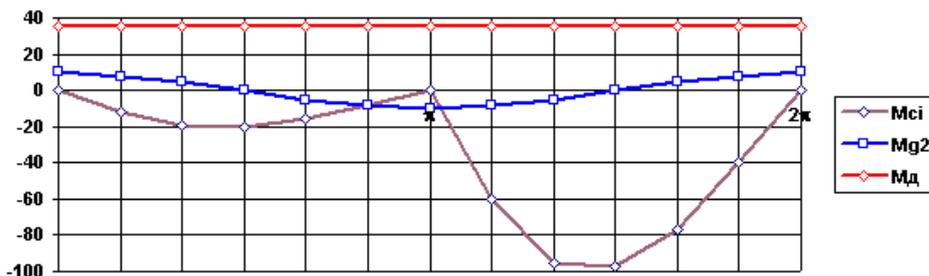


Диаграмма суммарного приведенного момента.

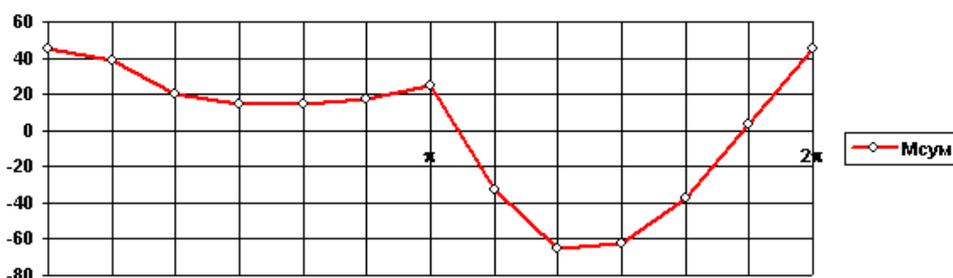


Рис. 3.12

#### 4. Определение суммарного приведенного момента инерции $I^{np}$ .

Для определения суммарного приведенного момента инерции необходимо просуммировать приведенные моменты инерции от всех масс и моментов инерции подвижных звеньев рассматриваемой системы.

Приведенный момент инерции от массы равен произведению массы на квадрат передаточной функции ее центра, от момента инерции - произведению момента инерции звена на квадрат передаточного отношения от этого звена к звену приведения. Инерционность рассматриваемой системы определяется массами звеньев **2** и **3** и моментами инерции ротора двигателя, редуктора, коленчатого вала, маховика и звена **2**. В суммарный приведенный момент инерции входят как составляющие не зависящие от положения механизма, так и составляющие, зависящие от обобщенной координаты. Первые имеют постоянный момент инерции и относятся к первой группе звеньев, момент инерции других - переменный, они образуют вторую группу.

Приведенный момент для рассматриваемой системы определяется по формуле:

$$I^{np}_{\Sigma} = I^{np}_I + I^{np}_{II} = I^{np}_C + I^{np}_V =$$

$$= I_d \cdot (\omega_{q\delta 1})^2 + I^{np}_{ped} + I_{01} + I_M + m_2 \cdot (V_{qS2})^2 + I_{S2} \cdot (\omega_{q2})^2 + m_3 \cdot (V_{qC})^2,$$

где  $I^{np}_I = I^{np}_C = I_d \cdot (\omega_{q\delta 1})^2 + I^{np}_{ped} + I_{01} + I_M = const,$

$$I^{np}_{II} = I^{np}_V = m_2 \cdot (V_{qS2})^2 + I_{S2} \cdot (\omega_{q2})^2 + m_3 \cdot (V_{qC})^2 = I^{np}_{2II} + I^{np}_{2B} + I^{np}_3 = var.$$

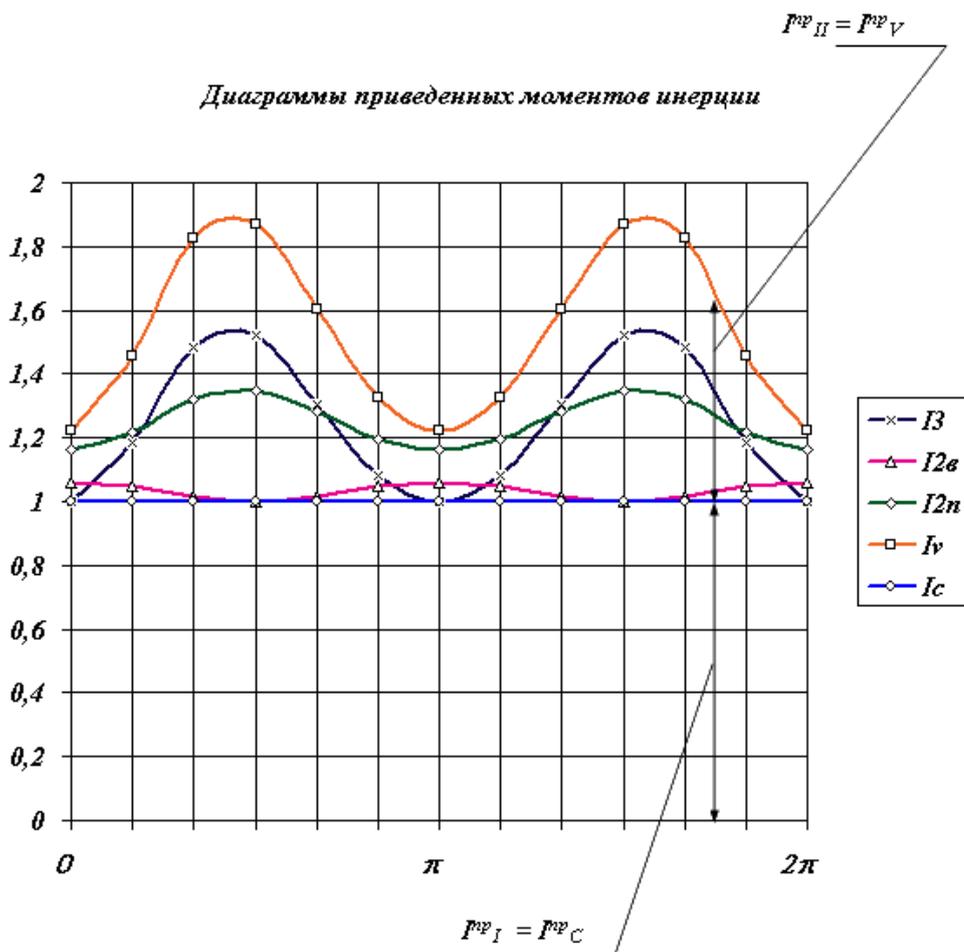


Рис. 3.13

Таким образом выполнена поставленная задача - определены параметры динамической модели поршневого насоса: приведенный суммарный момент  $M^{np I}$  и приведенный суммарный момент инерции  $I^{np I}$ .

### Контрольные вопросы к лекции .

1. Определите прямую задачу динамики машин ?
2. Сформулируйте теорему о изменении кинетической энергии для идеальной механической системы ?
3. Запишите уравнения движения динамической модели в интегральной и дифференциальной форме ?
4. Что называется динамической моделью машины ?
5. Какие параметры характеризуют динамическую модель машины ?
6. Что называется механической характеристикой машины ?
7. Изобразите механические характеристики (д.в.с., асинхронного электродвигателя, поршневого компрессора) и укажите их основные параметры ?
8. Изложите алгоритм определения параметров динамической модели для поршневого насоса ?

## 4. Динамика машины при неустановившемся режиме.

### 4.1. Режимы движения машины.

В зависимости от того какую работу совершают внешние силы за цикл движения машины различают три режима движения: разгон, торможение и установившееся движение. Циклом называют период времени или период изменения обобщенной координаты через который все параметры системы принимают первоначальные значения [11].

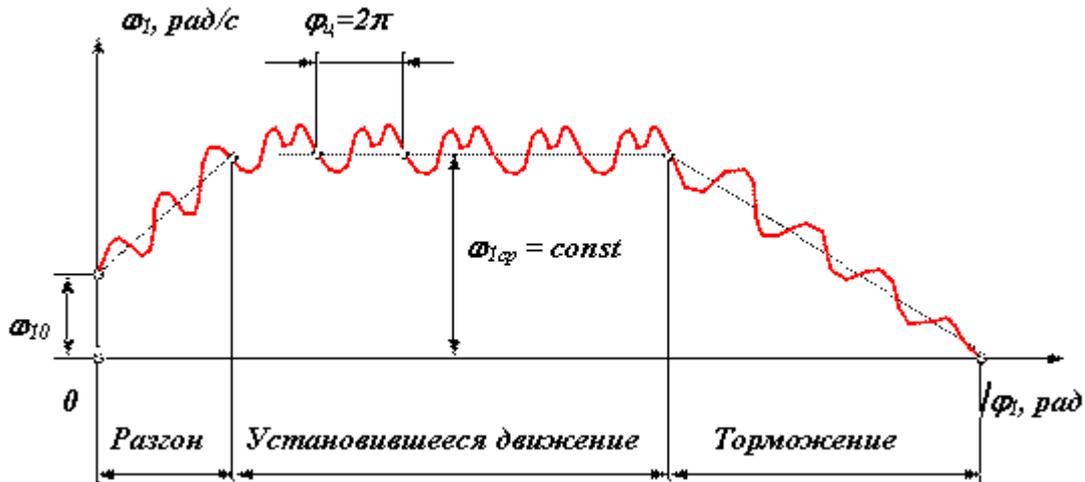


рис. 4.1

1. **Разгон**  $\Rightarrow A_{\delta}'' > A_{c}''$ ,  $A_{y}'' > 0$ ;
2. **Установившееся движение**  $\Rightarrow A_{\delta}'' = A_{c}''$ ,  $A_{y}'' = 0$ ;
3. **Торможение (выбег)**  $\Rightarrow A_{\delta}'' < A_{c}''$ ,  $A_{y}'' < 0$ .

### 4.2. Режим движения "пуск - останов".

Существует большое количество машин и механизмов: гидроподъемники, манипуляторы, механизмы управления метательными аппаратами, механизмы шасси, механизмы автоматических дверей и многие другие, исполнительное звено которых перемещается из начального положения в конечное. При этом в начале и в конце цикла движения исполнительное звено неподвижно. Такой режим движения механизма называется режимом "пуск-останов". Механизм начинает движение из состояния покоя, в конце цикла выходное звено механизма должно остановиться и зафиксироваться в заданном положении. Возможны три варианта остановки выходного звена:

- остановка с жестким ударом (рис.4.2)  $\omega_{In} > 0$ ,  $\varepsilon_{In}$  стремиться к бесконечности ;
- остановка с мягким ударом (рис. 4.3 )  $\omega_{In} = 0$ ,  $\varepsilon_{In}$  **не равно 0** .

Для динамической модели в конечном положении

$$\omega_{In} = \sqrt{2 \cdot (A_{\Sigma n} + T_{неч}) / I_{\Sigma n}^{сп}}$$

Если  $T_{неч} = 0$ ,  $I_{\Sigma n}^{сп} > 0$ , то  $A_{\Sigma n} = 0$ .

безударная остановка или остановка с удержанием в конечном положении (рис. 7.4)  $\omega_{In} = 0$ ,  $\varepsilon_{In} = 0$  .

В этом случае к рассмотренному выше условию  $\omega_{1n} = 0$ , добавляется условие  $\varepsilon_{1n} = 0$ . Для динамической модели в конечном положении

$$\varepsilon_{1n} = \frac{d\omega_{1n}}{dt} = \frac{M^{\text{нп}}_{\Sigma n}}{I^{\text{нп}}_{\Sigma n}} - \frac{\omega_{1n}^2}{2 \cdot I^{\text{нп}}_{\Sigma n}} \cdot \frac{dI^{\text{нп}}_{\Sigma n}}{d\varphi_1},$$

Если  $\omega_{1n} = 0, I^{\text{нп}}_{\Sigma} > 0$ , то  $\varepsilon_{1n} = 0$  при  $M^{\text{нп}}_{\Sigma n} = 0$ .

Таким образом, при остановке с мягким ударом необходимо выполнить условие

$$\omega_{1n} = 0 \Rightarrow A_{\Sigma n} = 0;$$

при безударной установке и фиксации объекта в конечном положении нужно выполнить одновременно два условия

$$\omega_{1n} = 0 \Rightarrow A_{\Sigma n} = 0;$$

$$\varepsilon_{1n} = 0 \Rightarrow M^{\text{нп}}_{\Sigma n} = 0.$$

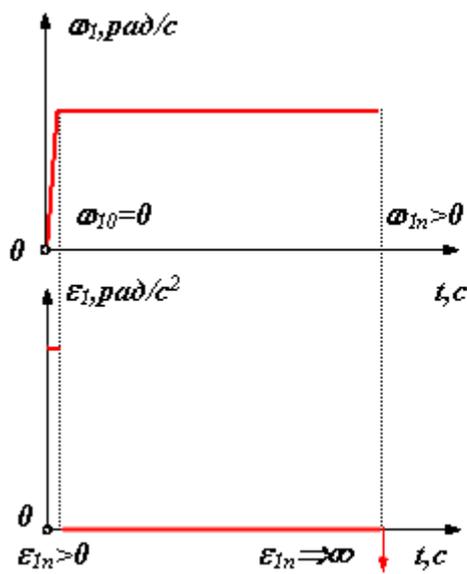


рис. 4.2

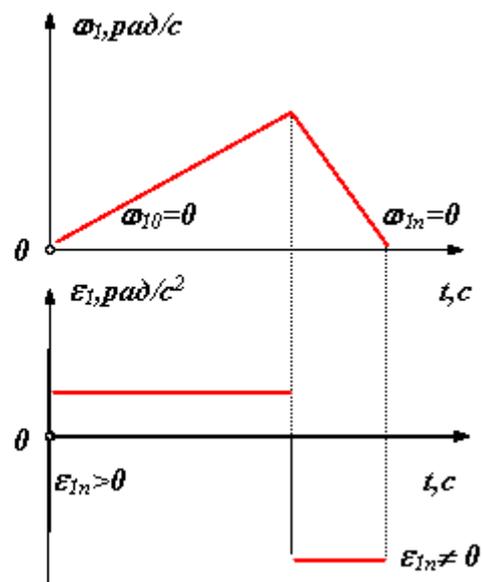


рис. 4.3

### 3. Безударная остановка объекта в конечном положении с фиксацией.

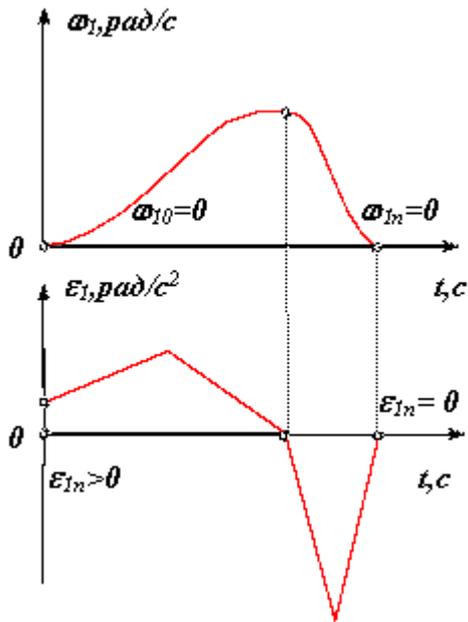


рис. 4.4

### 4.3. Определение управляющих сил по параметрам движения при пуске и останове.

Для того, чтобы выполнить условия начала движения и остановки выходного звена в конечном положении необходимо соответствующим образом выбрать закон изменения движущих или управляющих сил. Три возможных диаграммы изменения движущих сил даны на рис. 4.5. Определение величин сил на этих диаграммах осуществляется из рассмотренных выше условий. Выведем формулы для расчета сил, используя в качестве примера механизм гидравлического подъемника, схема которого приведена на рис. 4.6.

#### Типовые диаграммы движущей силы.

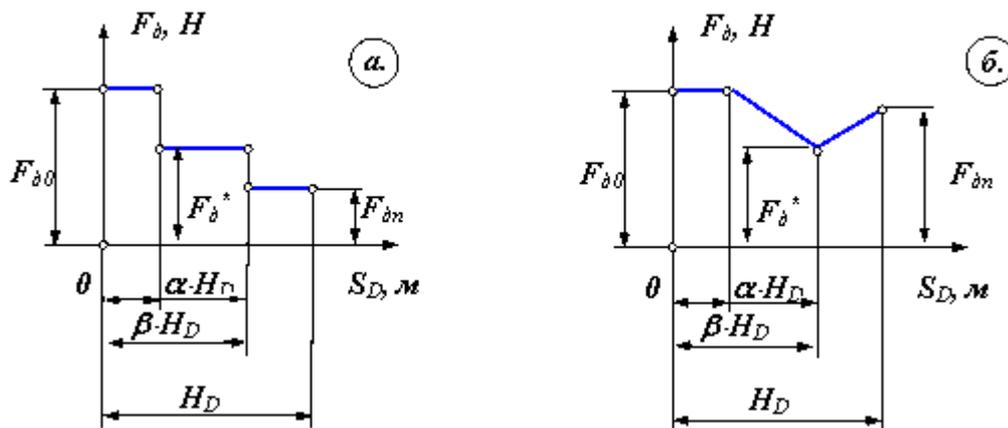


Рис. 4.5

Гидроподъемник поворачивает платформу - звено 1 на заданный угол  $\Delta\varphi_1$ , при этом центр масс  $S_1$  поднимается на высоту  $H_{S1}$  под воздействием силы давления в гидроцилиндре  $F_\delta$ , закон изменения которой за цикл определяется одной из диаграмм, изображенных на рис.4.5.



$$F_{\partial 0} \cdot \alpha \cdot H_D + 0.5 \cdot (F_{\partial 0} + F_{\partial}^*) \cdot (\beta - \alpha) \cdot H_D + 0.5 \cdot (F_{\partial}^* + F_{\partial n}) \cdot (1 - \beta) \cdot H_D = G_1 \cdot H_{S1},$$

$$F_{\partial}^* = G_1 \cdot H_{S1} - [F_{\partial 0} \cdot \alpha + 0.5 \cdot F_{\partial 0} \cdot (\beta - \alpha) + 0.5 \cdot F_{\partial n} \cdot (1 - \beta)] / \{0.5 \cdot [(\beta - \alpha) + (1 - \beta)] \cdot H_D\}.$$

### Прямая задача динамики машины: определение закона движения при неустановившемся (переходном) режиме.

В отличие от установившегося режима движения режимы разгона и торможения называются неустановившимися. К этому режиму относят и режим движения "пуск-останов". Прямая задача динамики: определение закона движения машины при заданных внешних силовых воздействиях (как сил и моментов сопротивления, так и движущих или управляющих сил). Эта задача относится к задачам анализа, при которых параметры механизмов заданы, либо могут быть определены на предварительных этапах расчета.

Для простоты и наглядности рассмотрим алгоритм решения этой задачи на примере конкретного механизма гидроподъемника. По условиям функционирования гидроподъемник за цикл движения должен переместить платформу **1** (рис. 4.6) на угол  $\Delta\varphi_1$  и зафиксировать ее в конечном положении. При этом силы сопротивления определяются силами веса платформы и звеньев гидроцилиндра, движущие силы - давлением жидкости в цилиндре.

### 4.3. Алгоритм решения прямой задачи динамики при неустановившемся режиме.

Постановка задачи.

*Дано:* Кинематическая схема механизма и его размеры

$$l_{AB} = 1 \text{ м}, l_{BS1} = 2 \text{ м}, l_{BD} = 0.7 \text{ м}, l_{AC} = 1.45 \text{ м},$$

$$l_{BS2} = 0.35 \text{ м}, l_{BS3} = 0.4 \text{ м}; \text{ массы и моменты инерции звеньев } m_1 = 1000 \text{ кг}, I_{S1} = 800 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, m_2 = 50 \text{ кг}, I_{S2} = 2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, m_3 = 100 \text{ кг}, I_{S3} = 5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$\varphi_{1нач} = 0, \Delta\varphi_1; \varphi_1 = 30^\circ, I_{1нач} = 0$$

*Определить:*  $\omega_1 = f(t)$ ,  $t = f(\omega_1)$ ,  $\varepsilon_1 = f(t)$ ,  $M_{np\Sigma} = f(\varphi_1)$

1. Выбор динамической модели и определение ее параметров.

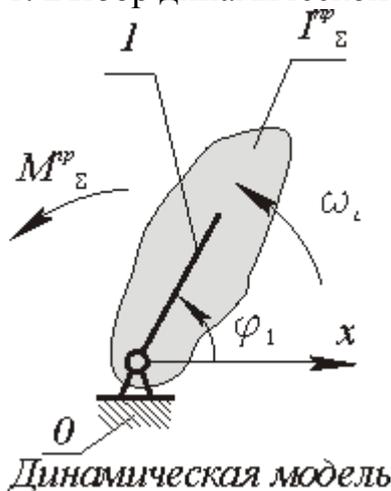


рис. 4.7

В качестве динамической модели принимаем звено **1**, совершающее вращательное движение вокруг точки **A** с круговой частотой  $\omega_1$ , положение которого определяется обобщенной координатой  $\varphi_1$ . Параметры динамической модели: суммарный приведенный момент инерции звеньев механизма  $I^{np\Sigma}$  и суммарный приведенный момент, действующих на него внешних сил,  $M^{np\Sigma}$  определяются в следующей последовательности:

1.1. Определение кинематических передаточных функций для звеньев механизма  $u_{21} = u_{31}$ , центров масс  $V_{qS1}$ ,  $V_{qS2}$  и  $V_{qS3}$  и точки приложения движущей силы  $V_{qD}$ . Для определения этих функций воспользуемся методом проекций векторного контура механизма [10].

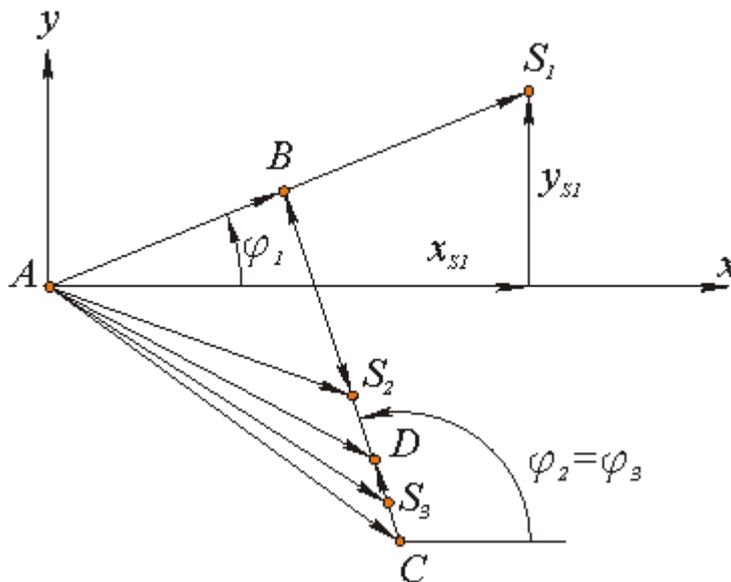


рис. 4.8

Рассмотрим следующие векторные контуры:

$$\begin{aligned} l_{AB} &= l_{AC} + l_{CB}; \\ l_{AD} &= l_{AB} + l_{BD}; \\ l_{AS2} &= l_{AC} + l_{CS2}; \\ l_{AS3} &= l_{AC} + l_{CS3}; \\ l_{AS1} &= x_{S1} + y_{S1}. \end{aligned}$$

Для первого векторного контура  $l_{AB} = l_{AC} + l_{CB}$  проекции на оси координат

$$\begin{aligned} l_{AB} \cdot \cos \varphi_1 &= x_C + l_{CB} \cdot \cos \varphi_2, \\ l_{AB} \cdot \sin \varphi_1 &= y_C + l_{CB} \cdot \sin \varphi_2, \\ \varphi_2 &= \arctg [(l_{AB} \cdot \sin \varphi_1 - y_C) / (l_{AB} \cdot \cos \varphi_1 - x_C)]. \end{aligned}$$

Производные от этих выражений по  $\varphi_1$

$$\begin{aligned} -l_{AB} \cdot \sin \varphi_1 &= V_{qCB} \cdot \cos \varphi_2 - l_{CB} \cdot u_{21} \cdot \sin \varphi_2, \\ l_{AB} \cdot \cos \varphi_1 &= V_{qCB} \cdot \sin \varphi_2 + l_{CB} \cdot u_{21} \cdot \cos \varphi_2, \end{aligned}$$

позволяют определить первые передаточные функции

$$u_{21} = l_{AB} \cdot (\sin \varphi_1 \cdot \operatorname{tg} \varphi_2 + \cos \varphi_1) / [l_{CB} \cdot (\sin \varphi_2 \cdot \operatorname{tg} \varphi_2 + \cos \varphi_2)],$$

$$V_{qCB} = -l_{AB} \cdot (\sin \varphi_1 - \cos \varphi_1 \cdot \operatorname{tg} \varphi_2) / (\sin \varphi_2 \cdot \operatorname{tg} \varphi_2 + \cos \varphi_2).$$

Для второго векторного контура  $l_{AD} = l_{AB} + l_{BD}$  проекции на оси координат

$$x_D = x_B + l_{BD} \cdot \cos(\varphi_2 + \pi),$$

$$y_D = y_B + l_{BD} \cdot \sin(\varphi_2 + \pi).$$

Производные от этих выражений по  $\omega_1$

$$V_{qDx} = V_{qBx} - l_{BD} \cdot u_{21} \cdot \sin(\varphi_2 + \pi),$$

$$V_{qDy} = V_{qBy} + l_{BD} \cdot u_{21} \cdot \cos(\varphi_2 + \pi),$$

позволяют определить первую передаточную функцию

$$V_{qD} = \sqrt{V_{qDx}^2 + V_{qDy}^2}.$$

Для третьего векторного контура  $l_{AS2} = l_{AB} + l_{BS2}$  проекции на оси координат

$$x_{S2} = x_B + l_{BS2} \cdot \cos(\varphi_2 + \pi),$$

$$y_{S2} = y_B + l_{BS2} \cdot \sin(\varphi_2 + \pi).$$

Производные от этих выражений

$$V_{qS2x} = V_{qBx} - l_{BS2} \cdot u_{21} \cdot \sin(\varphi_2 + \pi),$$

$$V_{qS2y} = V_{qBy} + l_{BS2} \cdot u_{21} \cdot \cos(\varphi_2 + \pi),$$

позволяют определить первую передаточную функцию

$$V_{qS2} = \sqrt{V_{qS2x}^2 + V_{qS2y}^2}.$$

Для четвертого векторного контура  $l_{AS3} = l_{AC} + l_{CS3}$  проекции на оси координат

$$x_{S3} = x_C + l_{CS3} \cdot \cos \varphi_2,$$

$$y_{S3} = y_C + l_{CS3} \cdot \sin \varphi_2.$$

Производные от этих выражений

$$V_{qS3x} = -l_{CS3} \cdot u_{21} \cdot \sin \varphi_2,$$

$$V_{qS3y} = l_{CS3} \cdot u_{21} \cdot \cos \varphi_2,$$

позволяют определить первую передаточную функцию

$$V_{qS3} = \sqrt{V_{qS3x}^2 + V_{qS3y}^2}.$$

Для последнего пятого векторного контура  $l_{AS1} = x_{S1} + y_{S1}$  проекции на оси координат

$$x_{S1} = l_{AS1} \cdot \cos \varphi_1,$$

$$y_{S1} = l_{AS1} \cdot \sin \varphi_1.$$

Производные от этих выражений по  $\varphi_1$

$$V_{qS1x} = l_{AS1} \cdot \sin \varphi_1,$$

$$V_{qS1y} = l_{AS1} \cdot \cos \varphi_1,$$

позволяют определить первую передаточную функцию

$$V_{qS1} = \sqrt{V_{qS1x}^2 + V_{qS1y}^2}.$$

Построим графики передаточных функций и передаточных отношений, которые необходимы для определения параметров динамической модели в нашем примере.

**Диаграмма передаточных функций.**

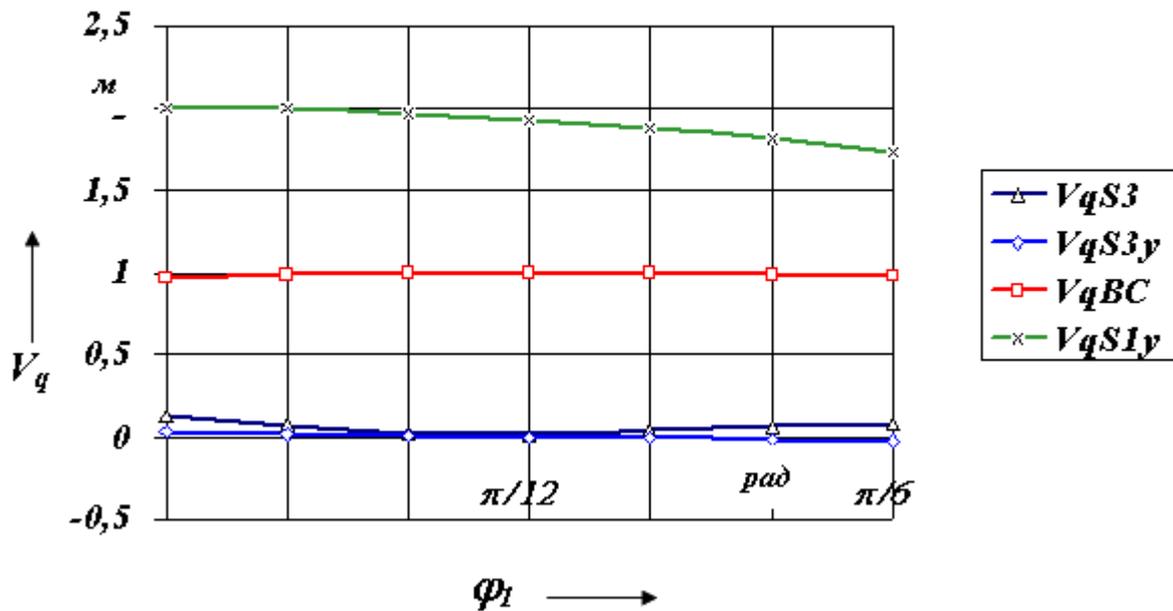


рис. 4.9

1.2. Определение движущей силы по условиям в начале и в конце цикла.

Расчет проведем для закона изменения движущей силы, который изображен на рис.4.5. Величина движущей силы в начальном положении механизма рассчитывается по формуле

**Диаграмма передаточных отношений.**

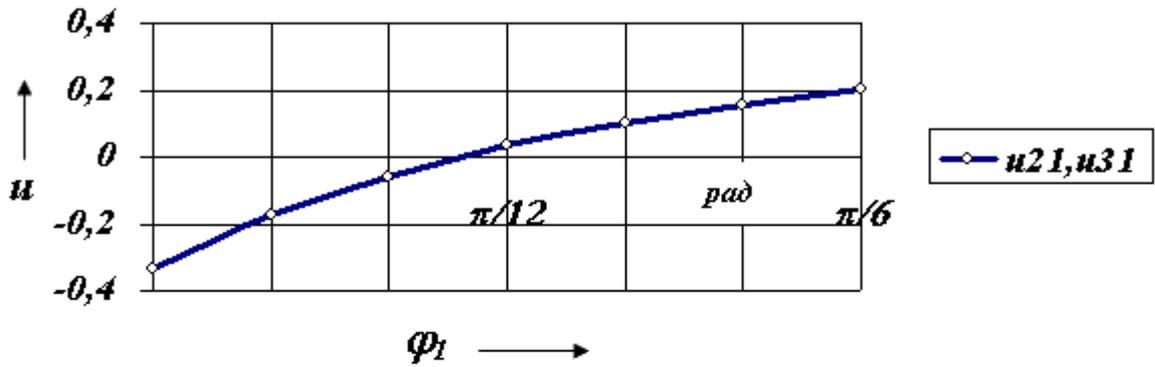


Рис.4.10

**Диаграммы передаточных функций.**

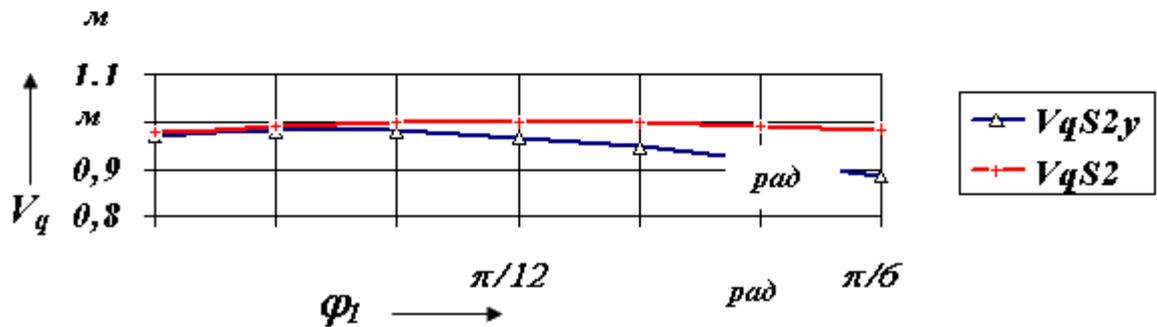


Рис. 4.11

Принимаем  $k=1.1$  и получаем

$$F_{\partial 0} = 1.1 \cdot \text{abs}(10000 \cdot 2 + 500 \cdot 0.97 + 1000 \cdot 0.0342) / 0.967 = 23341.3 \text{ Н.}$$

В конечном положении величина движущей силы рассчитывается по формуле:

$$F_{\partial 0} = \{ k \cdot \text{abs} [ G_1 \cdot V_{qS10} \cdot \cos(G_1, dS_{S10}) + G_2 \cdot V_{qS20} \cdot \cos(G_2, dS_{S20}) + G_3 \cdot V_{qS30} \cdot \cos(G_3, dS_{S30}) ] \} / V_{qD0} \cdot \cos(F_{\partial 0}, dS_{D0}) =$$

$$= [ k \cdot \text{abs} (G_1 \cdot V_{qS1y0} + G_2 \cdot V_{qS2y0} + G_3 \cdot V_{qS3y0}) ] / V_{qBC0}.$$

$$F_{\partial n} = \text{abs}(10000 \cdot 1.732 + 500 \cdot 0.984 + 1000 \cdot 0.0207) / 0.9731 = 18325.7 \text{ Н.}$$

Значение движущей силы в интервале  $(\beta - \alpha) \cdot H_D$  определим по формуле:

$$F_{\partial}^* = \{ \text{abs}(G_1 \cdot H_{S1} + G_2 \cdot H_{S2} + G_3 \cdot H_{S3}) - [ F_{\partial 0} \cdot \alpha + F_{\partial n} \cdot (1 - \beta) ] \cdot H_D \} / [ (\beta - \alpha) \cdot H_D ].$$

Примем  $\beta = 0.32$  и  $\alpha = 0.65$  и рассчитаем перемещения центров масс

$$H_{S1} = y_{S1n} - y_{S10} = 1 - 0 = 1 \text{ м}; H_{S2} = y_{y_{k,m}} - y_{S20} = 0.162 - (-0.338) = 0.5 \text{ м};$$

$$H_{S3} = y_{S3n} - y_{S30} = -0.364 - (-0.364) = 0;$$

подставим полученные значения в формулу и получим

$$F_{\delta} = \{ \text{abs}(10000 \cdot 1 + 500 \cdot 0.5 + 1000 \cdot 0) - [23341.3 \cdot 0.32 + 18325.7 \cdot (1 - 0.65)] \cdot 0.518 \} / [(0.65 - 0.32) \cdot 0.518] = (10250 - 7191) / 0.171 = 17889 \text{ Н.}$$

$$F_{\delta n} = \text{abs} [ G_1 \cdot V_{aS1n} \cdot \cos(G_1, dS_{S1n}) + G_2 \cdot V_{aS2n} \cdot \cos(G_2, dS_{S2n}) + G_3 \cdot V_{aS3n} \cdot \cos(G_3, dS_{S3n}) ] / V_{aDn} \cdot \cos(F_{\delta n}, dS_{Dn}) =$$

$$= \text{abs}(G_1 \cdot V_{aS1n} + G_2 \cdot V_{aS2n} + G_3 \cdot V_{aS3n}) / V_{aBCn}.$$

### Диаграмма движущей силы.

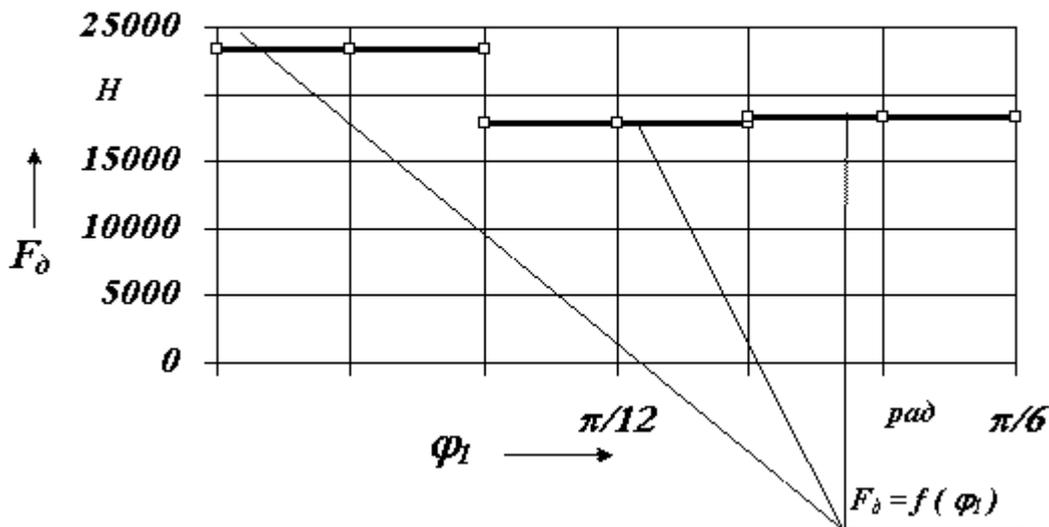


Рис.4.12

### 1.3. Определение приведенного суммарного момента.

$$M_{\Sigma c}^{np} = \sum_{i=1}^m G_i \cdot V_{aSi} \cdot \cos(F_i, dS_i) = \sum_{i=1}^m G_i \cdot V_{aSi}.$$

- Определение приведенного суммарного момента сил сопротивления. В нашем примере силами сопротивления являются силы веса звеньев механизма, поэтому расчет суммарного приведенного момента сил сопротивления проводим по формуле

$$M_{F_{\delta i}}^{np} = F_{\delta i} \cdot V_{aDi} \cdot \cos(F_{\delta i}, V_{Di}) = F_{\delta i} \cdot V_{aBCi}.$$

- Определение приведенного момента движущей силы. В нашем примере только одна движущая сила, создаваемая давлением жидкости в гидроцилиндре. Приведенный момент от этой силы

$$F_{\Sigma}^{np} = \sum_{i=1}^3 m_i \cdot (V_{aSi})^2 + \sum_{i=1}^3 I_{Si} \cdot (\omega_{a2})^2 =$$

$$= m_1 \cdot (V_{aS1})^2 + m_2 \cdot (V_{aS2})^2 + m_3 \cdot (V_{aS3})^2 + I_{S1} + I_{S2} \cdot (\omega_{a2})^2 + I_{S3} \cdot (\omega_{a3})^2.$$

На рис. 4.13 приведены диаграммы приведенных моментов: сопротивления  $M_{\Sigma c}^{np}$ , движущего  $M_{F_{\delta i}}^{np}$  и суммарного  $M_{\Sigma c}^{np} = M_{\Sigma c}^{np} + M_{F_{\delta i}}^{np}$ .

#### 1.4. Определение суммарного приведенного момента инерции

В рассматриваемом механизме приведенный момент инерции суммируется из масс и моментов инерции звеньев и может быть рассчитан по следующей зависимости

#### Диаграмма приведенных моментов

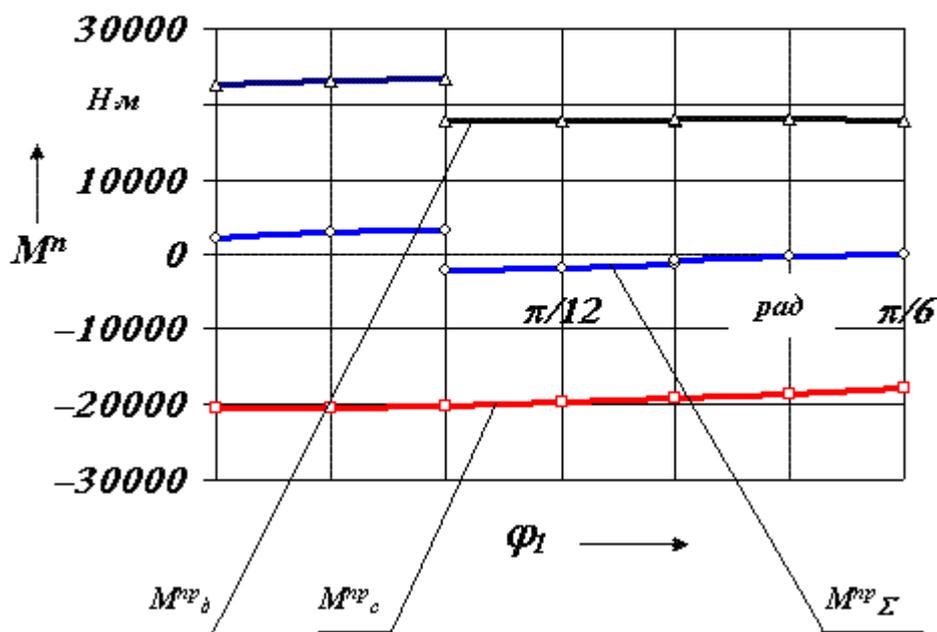


Рис. 4.13

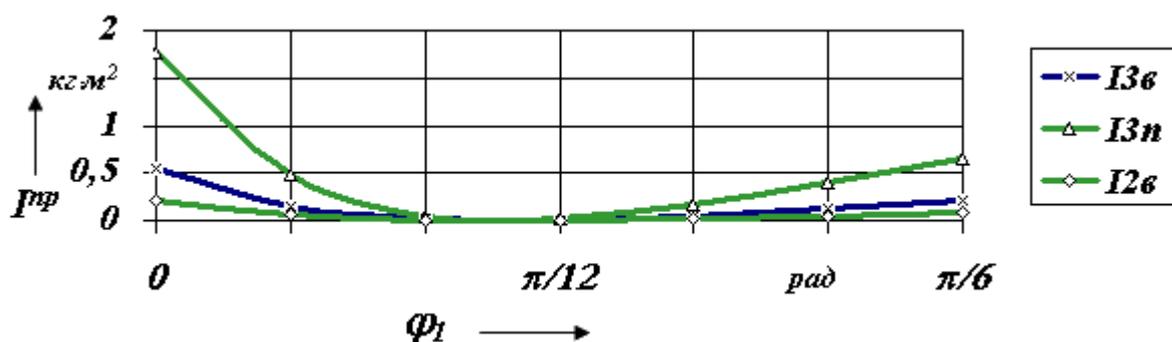


Рис. 4.14

Графики переменной части суммарного приведенного момента инерции даны на рис. 4.13 и 4.14. Кроме того, имеется и постоянная часть  $I^{np\Sigma}_c$ , определяемая массой и моментом инерции звена 1

$$I^{np\Sigma}_c = m_1 \cdot (V_{qs1})^2 + I_{S1} = 1000 \cdot (2)^2 + 800 = 4800 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Суммарный приведенный момент инерции и равен сумме постоянной и переменной частей

$$I^{np\Sigma} = I^{np\Sigma}_c + I^{np\Sigma}_v.$$

### Диаграммы приведенных моментов инерции

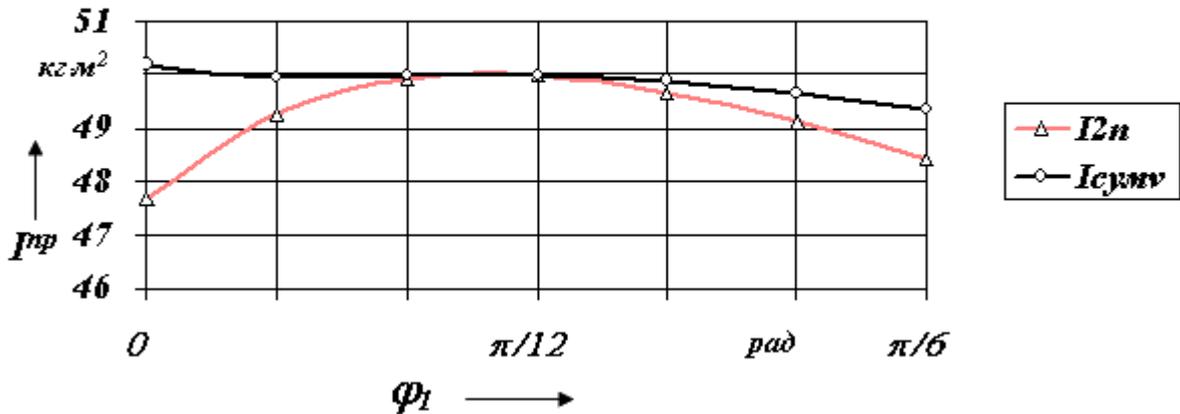


Рис. 4.15

#### 2. Определение суммарной работы внешних сил.

Суммарную работу внешних сил получим интегрированием суммарного приведенного момента  $M_{np\Sigma}$  по обобщенной координате  $d\varphi_1$

$$A_{\Sigma_{\text{вн}}} = \int_0^{\pi/6} M_{np\Sigma} \cdot d\varphi_1.$$

Интегрирование можно проводить различными методами. Воспользуемся методом графического интегрирования. При этом метод участка изменения обобщенной координаты, на котором проводится интегрирование, разбирается на несколько малых частей (в нашем примере 6). В пределах каждого  $i$ -го участка кривая  $M_{np\Sigma} = f(\varphi_1)$  заменяется прямой, соответствующей среднеинтегральному значению  $M_{np\Sigma i}$  на этом участке. На продолжении оси абсцисс, влево от начала координат откладываем отрезок интегрирования  $k_1$ . Ординаты среднеинтегральных значений  $M_{np\Sigma i}$  проецируем на ось ординат.

Точки пересечения проецирующих линий с осью ординат соединяем прямыми с концом отрезка интегрирования. На диаграмме работы из начала первого участка (и до его конца) под углом  $\varphi_1$  к оси абсцисс проводим прямую. Для второго участка аналогичная прямая проводится под углом  $\varphi_2$ . Ее начало выбирается в точке пересечения предыдущего отрезка прямой с вертикалью проходящей начало второго участка. Проведя построения для всего интервала интегрирования, получим график работы. Масштаб этого графика определим из подобия треугольников

$$\text{tg } \psi_1 = y_{M_{np\Sigma i_{cp}}} / k_1 = y \Delta A_{\Sigma 1} / x \Delta \varphi_1,$$

$$\text{или } \mu_M \cdot M_{np\Sigma i_{cp}} / k_1 = \mu_A \cdot \Delta A_{\Sigma 1} / \mu \varphi \cdot \Delta \varphi_1,$$

$$\text{так как } M_{np\Sigma i_{cp}} = \Delta A_{\Sigma 1} / \Delta \varphi_1, \text{ то } \mu_A = \mu_M \cdot \mu_{\varphi} / k_1.$$

Графики, иллюстрирующие построение диаграммы работы, приведены на рис. 4.16 и 4.17

#### 3. Определение угловой скорости звена приведения

Определение закона движения звена приведения в виде диаграммы изменения угловой скорости в функции обобщенной координаты  $\omega_1 = f(\varphi_1)$  проводится по формуле

$$\omega_{\dot{1}} = \sqrt{2 \cdot (A_{\text{лсп}} \Sigma_i + T_{\text{мех}}) / I_{\Sigma_i}^{\text{сп}}},$$

*Диаграмма приведенного суммарного момента.*

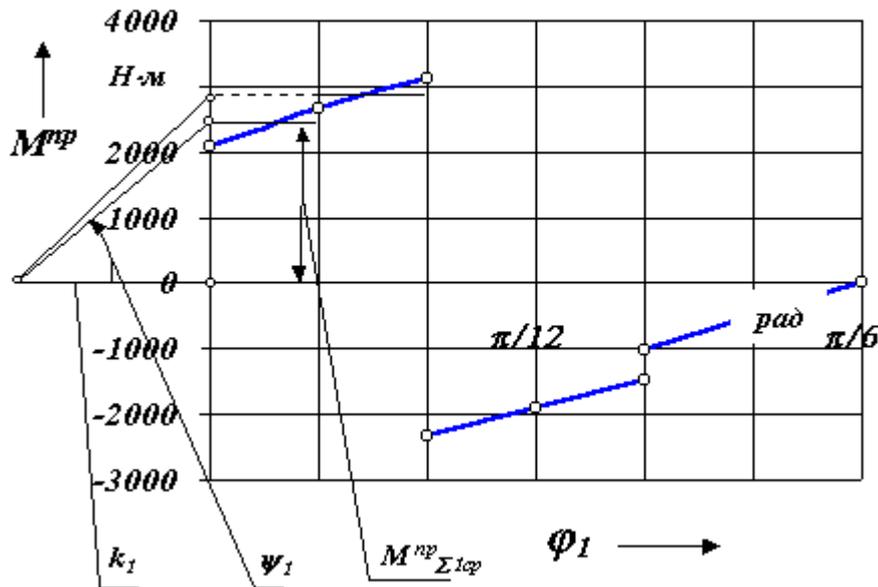


Рис. 4.16

*Диаграмма суммарной работы.*

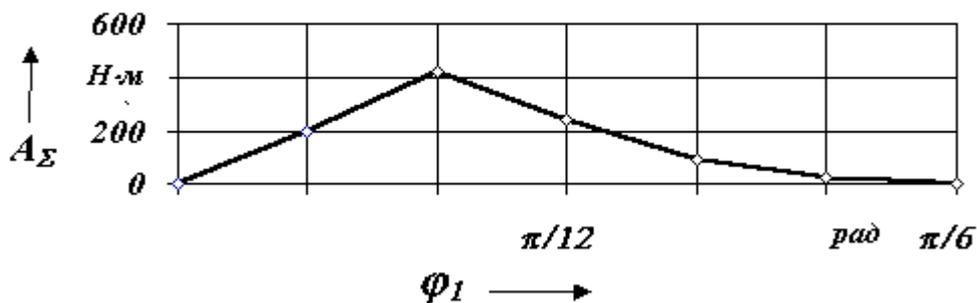


Рис.4.17

$$\omega_{\dot{1}} = \sqrt{2 \cdot A_{\text{лсп}} \Sigma_i / I_{\Sigma_i}^{\text{сп}}}.$$

Диаграмма  $\omega_1 = f(\varphi_1)$  приведена на рис. 4.18.

#### 4. Определение времени цикла.

Время цикла определяется по диаграмме  $t = f(\omega_1)$ . Для построения этой диаграммы проведем интегрирование диаграммы угловой скорости

$$d\varphi_1 / dt = \omega_1 \Rightarrow dt = d\varphi_1 / \omega_1, \quad t = \int_0^{\pi/6} d\varphi_1 / \omega_1.$$

Диаграмма угловой скорости звена приведения.

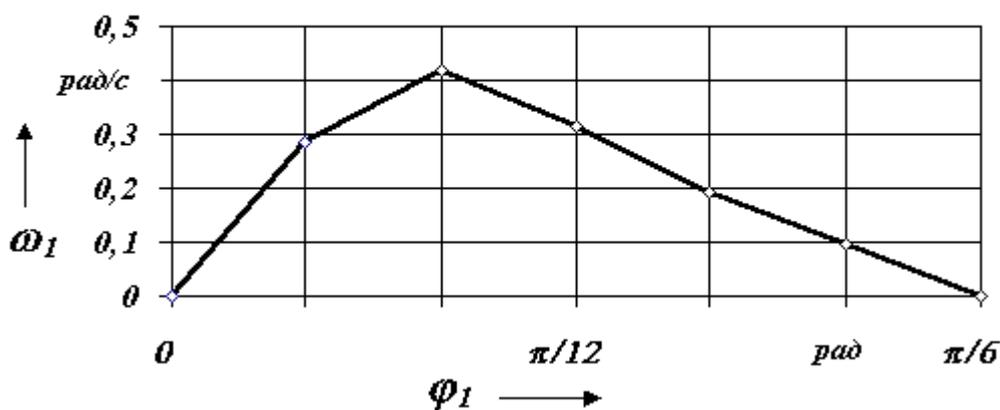


рис. 4.18

Воспользуемся методом графического интегрирования обратной величины. При этом участок изменения обобщенной координаты, на котором проводится интегрирование, разбивается на несколько малых участков. В пределах каждого  $i$ -го участка кривая  $\omega_1 = f(\varphi_1)$  заменяется прямой, соответствующей среднеинтегральному значению  $\omega_{1cp\ i}$  на этом участке. На оси ординат, откладываем отрезок интегрирования  $k_2$  (рис. 4.19). Ординаты среднеинтегральных значений  $\omega_{1cp\ i}$  проецируем на ось ординат. Точки пересечения проецирующих линий с осью ординат переносим по дугам окружности на продолжение оси абсцисс. Полученные на оси абсцисс точки, соединяем прямыми линиями с концом отрезка интегрирования. Из начала первого участка (на диаграмме времени) и до его конца под углом  $\varphi_1$  к оси абсцисс проводим прямую линию.

Для второго участка аналогичная прямая проводится под углом  $\varphi_2$ . Ее начало выбирается в точке пересечения предыдущего отрезка прямой с вертикалью проходящей начало второго участка. Проведя построения для всего интервала интегрирования, получим график времени. Масштаб этого графика определим из подобия треугольников

$$\text{tg } \psi_1 = k_2 / y \omega_{1cp1} = y \Delta_{t1} / x \Delta \varphi_1,$$

$$\text{или } k_1 / \mu \omega \cdot \omega_{1cp1} = \mu_t \cdot \Delta_{t1} / \mu \varphi \cdot \Delta \varphi_1,$$

$$\text{так как } 1 / \omega_{1cp1} = \Delta_{t1} / \Delta \varphi_1, \text{ то } \mu \omega = k_2 \cdot \mu \varphi / \mu \omega.$$

##### 5. Построение диаграммы угловой скорости в функции времени

Диаграмма угловой скорости  $\omega_1 = f(t)$  в функции времени строится по диаграммам  $\omega_1 = f(\varphi_1)$  и  $t = f(\varphi_1)$ , исключением переменной  $\varphi_1$ .

Диаграмма угловой скорости звена привода.

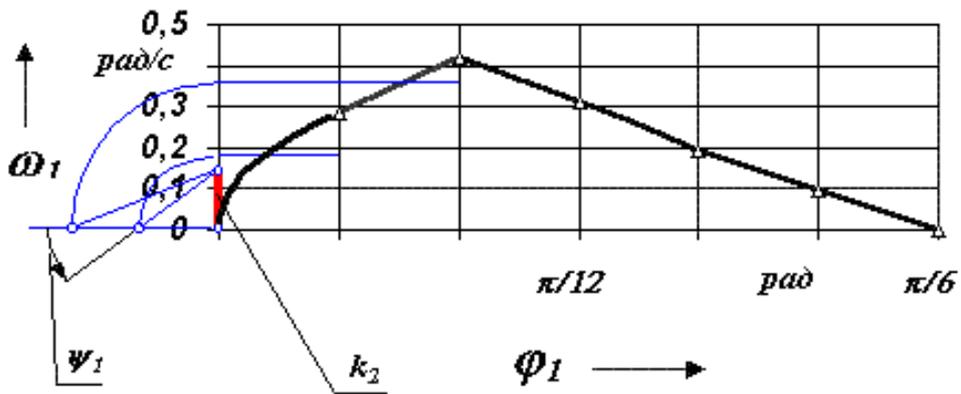


Рис. 4.19

Диаграмма времени.

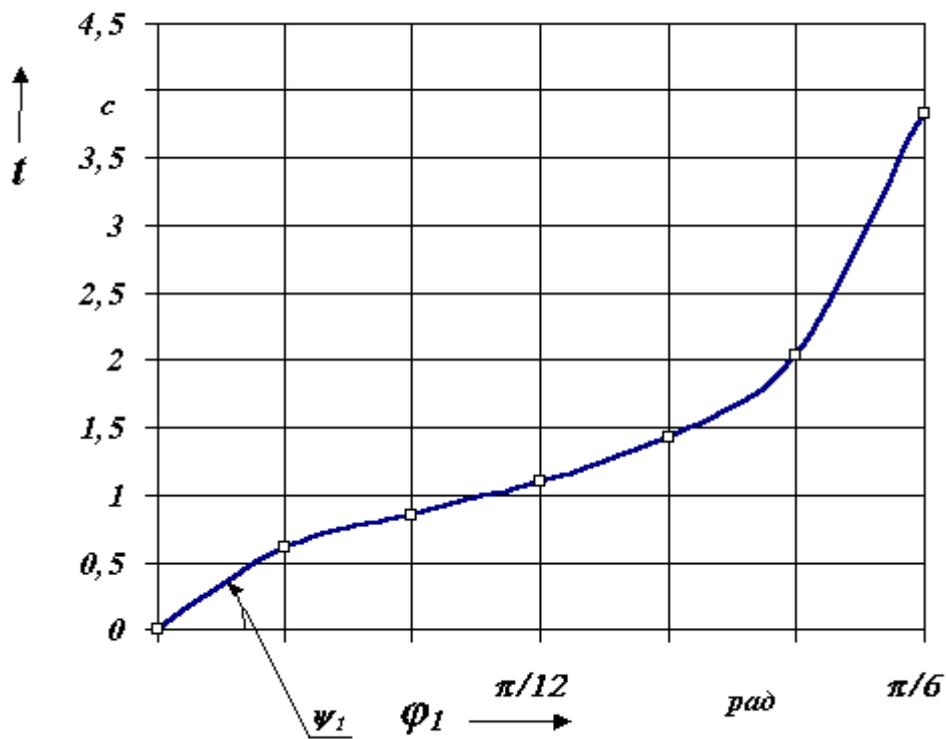


Рис. 4.20

Диаграмма угловой скорости от времени.

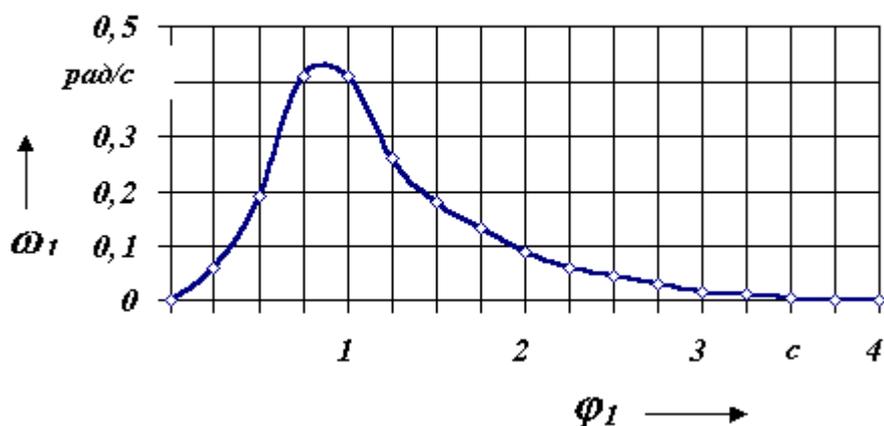


Рис. 4.21

6. Определение углового ускорения звена приведения

Для расчета углового ускорения звена приведения  $\varepsilon_1 = f(\varphi_1)$  можно воспользоваться двумя различными зависимостями:

$$a). \varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{d\omega_1}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} = \omega_1 \cdot \frac{d\omega_1}{d\varphi_1},$$

$$б). \varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{M^{np\Sigma}}{I^{np\Sigma}} - \frac{\omega_1^2}{2 \cdot I^{np\Sigma}} \cdot \frac{dI^{np\Sigma}}{d\varphi_1}.$$

Применение первой формулы приводит к большим погрешностям, так как она основывается на использовании одной из конечных зависимостей расчета  $\omega_1 = f(\varphi_1)$ . Кроме того, в точках с нулевыми значениями  $\varphi_1$  расчет по этой формуле дает неверный результат  $\varepsilon_1 = 0$ . Поэтому проведем расчет зависимости  $\varepsilon_1 = f(\varphi_1)$  по второй формуле. Диаграмма функции  $\varepsilon_1 = f(\varphi_1)$  приведена на рис. 4.22.

Диаграмма углового ускорения звена приведения.

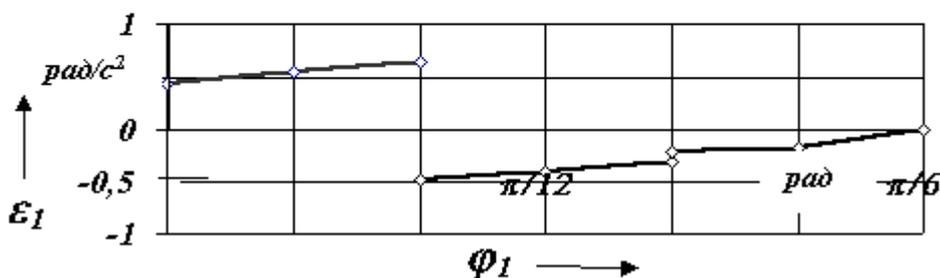


Рис. 4.22

Метод поднормали (графическое определение производной).

При определении в формуле углового ускорения производной  $dI^{np\Sigma}/d\varphi_1$  часто используется метод поднормали. На графике дифференцируемой

функции (рис. 4.23) в рассматриваемой точке проводят касательную  $t - t$ , нормаль  $n - n$  и ординату  $y_{Imp\Sigma i}$ . Измеряют отрезок  $x_i$  между точками пересечения с осью  $x$  ординаты и нормали. Рассчитывают производную с учетом масштабов по осям по формуле

$$\begin{aligned} dI_{\Sigma}^{mp} / d\varphi_1 &= (dy_{Imp\Sigma i} / dx_{\bullet 1}) \cdot (\mu_{\bullet} / \mu_1) = \operatorname{tg} \psi_i \cdot (\mu_{\bullet} / \mu_1) = \\ &= (y_{Imp\Sigma i} / x_i) \cdot (\mu_{\bullet} / \mu_1) \end{aligned}$$

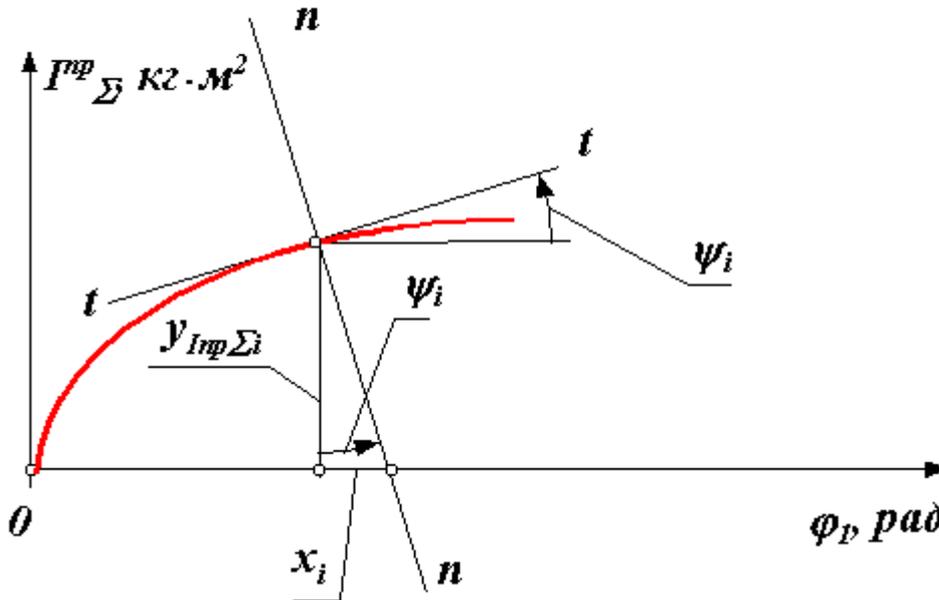


Рис. 4.23

### Контрольные вопросы.

1. Перечислите режимы движения машины и соответствующие им энергетические условия ?
2. Запишите условия остановки выходного звена в режиме движения "пуск-останов" ?
3. Как определяются величины движущих сил по условиям остановки выходного звена ?
4. Опишите алгоритм определения закона движения при неустановившемся режиме работы ?
5. Как определяются первые передаточные функции для механизма гидроподъемника ?
6. Как определяются управляющие силы (движущие силы) для гидроподъемника ?
7. Как определяются параметры динамической модели для гидроподъемника.
8. Каким образом проводится построение диаграммы суммарной работы (на примере гидроподъемника) ?
9. Каким образом проводится построение диаграммы времени (на примере гидроподъемника) ?
10. Каким образом проводится построение диаграммы углового ускорения звена приведения (на примере гидроподъемника) ?

## 5. Установившийся режим движения машины.

### 5.1. Установившийся режим движения машины.

Установившийся режим движения машины наступает тогда когда работа внешних сил за цикл не изменяет ее энергии, то есть суммарная работа внешних сил за цикл движения равна нулю [11].

Установившееся движение  $A_{\delta}^u = A_c^u$ ,  $A^u = \Delta T = 0$ ,

$$A_{\delta}^u = \int_{\varphi_{10}}^{\varphi_{10} + \Delta\varphi_u} M^{\text{np}}_{\delta} \cdot d\varphi_1 \quad \text{и} \quad A_c^u = \int_{\varphi_{10}}^{\varphi_{10} + \Delta\varphi_u} M^{\text{np}}_c \cdot d\varphi_1$$

где, соответственно работа

за цикл движущих сил и сил сопротивления,

$\varphi_{10}$  - начальное значение обобщенной координаты,  $\Delta\varphi_u$  - приращение обобщенной координаты за цикл.

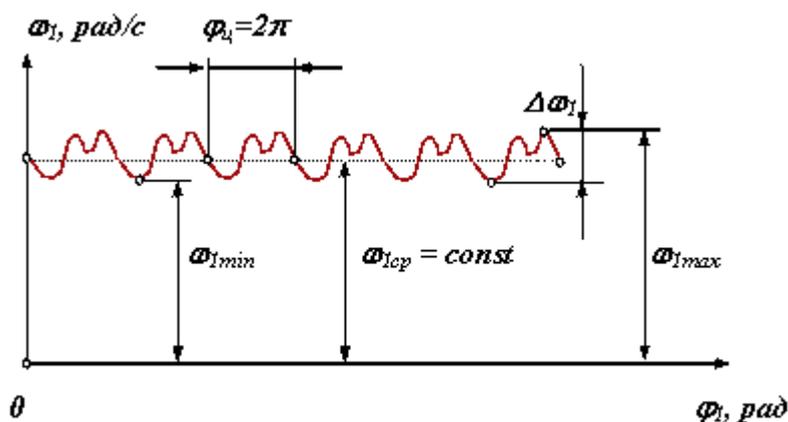


Рис. 5.1

### 5.2. Неравномерность движения и методы ее регулирования.

В пределах цикла текущее значение суммарной работы не равно нулю. Работа может быть то положительной, то отрицательной. При положительной величине работы машина увеличивает свою кинетическую энергию за счет увеличения скорости, то есть разгоняется. На участках, где суммарная работа отрицательна, кинетическая энергия и скорость машины уменьшается, машина притормаживается. В установившемся режиме величины увеличения скорости на участках разгона и снижения на участках торможения за цикл равны, поэтому средняя скорость движения  $\omega_{1cp} = \text{const}$  постоянна. В машинах приведенный момент инерции которых зависит от обобщенной координаты, на неравномерность движения оказывает влияние величина изменения приведенного момента инерции.

Колебания скорости изменения обобщенной координаты машины не оказывают прямого влияния на фундамент машины. Поэтому эти колебания и вызывающие их причины определяют, так называемую, внутреннюю виброактивность машины.

Величина амплитуды колебаний скорости  $\Delta\omega_1$  определяется разностью между максимальной  $\omega_{1max}$  и минимальной  $\omega_{1min}$  скоростями. За меру

измерения колебаний скорости в установившемся режиме принята относительная величина, которая называется коэффициентом изменения средней скорости

$$k = \Delta\omega_I / \omega_{Icp} = (\omega_{Imax} - \omega_{Imin}) / \omega_{Icp},$$

где  $\omega_{Icp} = (\omega_{Imax} + \omega_{Imin}) / 2$  - средняя угловая скорость машины.

Для различных машин в зависимости от требований нормального функционирования (обрыв нитей в прядильных машинах, снижение чистоты поверхности в металлорежущих станках, нагрев обмоток и снижение КПД в электрогенераторах и т.д.) допускаются различные максимальные значения коэффициента изменения средней скорости. Существующая нормативная документация устанавливает следующие допустимые значения коэффициента неравномерности  $[k]$ :

- дробилки  $[k] = 0.2 \dots 0.1$ ;
- прессы, ковочные машины  $[k] = 0.15 \dots 0.1$ ;
- насосы  $[k] = 0.05 \dots 0.03$ ;
- металлорежущие станки нормальной точности  $[k] = 0.05 \dots 0.01$ ;
- металлорежущие станки прецизионные  $[k] = 0.005 \dots 0.001$ ;
- двигатели внутреннего сгорания  $[k] = 0.015 \dots 0.005$ ;
- электрогенераторы  $[k] = 0.01 \dots 0.005$ ;
- прядильные машины  $[k] = 0.02 \dots 0.01$ .

Чтобы снизить внутреннюю виброактивность и неравномерность движения применяются различные методы:

- уменьшение влияния неравномерности внешних сил (например, применение многоцилиндровых ДВС, насосов и компрессоров с рациональным сдвигом рабочих процессов в цилиндрах);
- уменьшение влияния переменности приведенного момента инерции (тоже обеспечивается увеличением числа цилиндров в поршневых машинах, а также уменьшением масс и моментов инерции деталей, приведенный момент инерции которых зависит от обобщенной координаты);
- установка на валах машины центробежных регуляторов или аккумуляторов кинетической энергии - маховиков;
- активное регулирование скорости с использованием систем автоматического управления, включая и компьютерное управление.

Рассмотрим подробно наиболее простой способ регулирования неравномерности вращения - установку дополнительной маховой массы или маховика. Маховик в машине выполняет роль аккумулятора кинетической энергии. При разгоне часть положительной работы внешних сил расходуется на увеличение кинетической энергии маховика и скорость до которой разгоняется система становится меньше, при торможении маховик отдает запасенную энергию обратно в систему и величина снижения скорости машины уменьшается. Сказанное иллюстрируется графиками, изображенными на рис. 5.2. На этом рисунке:  $\Delta\omega_I$  - изменение угловой скорости до установки маховика,  $\Delta\omega_I^*$  - после установки маховика. Отсюда можно сделать вывод: чем больше дополнительная маховая масса, тем меньше изменение  $\Delta\omega_I^*$  и коэффициент неравномерности  $k$ .

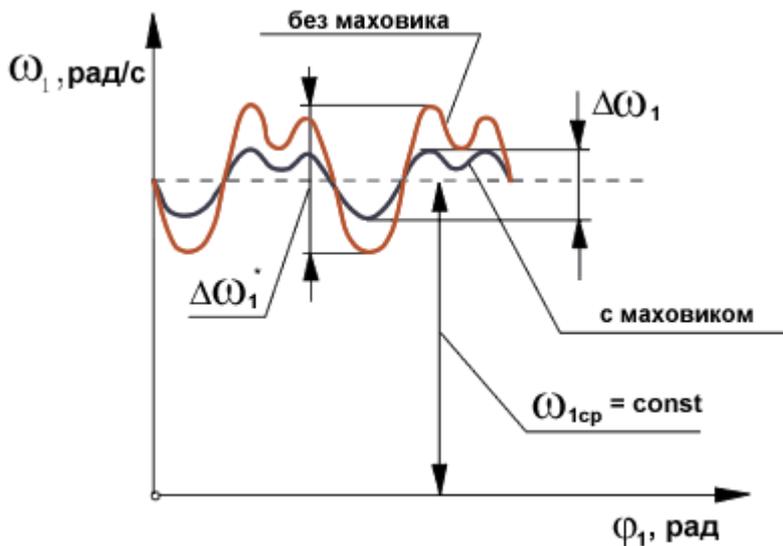


Рис. 5.2

### Определение закона движения $\Delta\omega_{I1} = f(\varphi_1)$ и приведенного момента инерции $I^{np}_I$ .

Из теоремы об изменении кинетической энергии можно записать  $\Delta T = T - T_{нач} = A$ , где  $\Delta T = \Delta T_I + \Delta T_{II} = A$  и  $T_I = I^{np}_I * \omega^2_{I1} / 2$ .

Если допустить, что  $\Delta T_I = dT_I$ , то  $dT_I = I^{np}_I * \omega_{I1} * d\varphi_{I1}$ . Так как при установившемся движении  $\Delta\omega_{I1} = \Delta\omega_{I1cp}$ , то можно считать что  $\omega_{I1} = \omega_{I1cp}$ . Тогда, переходя к конечным приращениям, получим:

$\Delta T_I = I^{np}_I * \omega_{I1cp} * \Delta\omega_{I1}$ , откуда  $\Delta\omega_{I1} = \Delta T_I / I^{np}_I * \omega_{I1cp}$ .

Так как  $I^{np}_I * \omega_{I1cp} = const$ , то можно записать что  $\Delta T_{Imax} = I^{np}_I * \omega_{I1cp} * \Delta\omega_{I1max}$ , где  $\Delta T_{Imax}$  - изменение кинетической энергии первой группы звеньев за цикл,  $\Delta\omega_{I1max}$  - изменение угловой скорости за цикл. Подставим в эту формулу выражение для коэффициента неравномерности  $k = \Delta\omega_{I1max} / \omega_{I1cp}$  и получим формулу для расчета приведенного момента инерции первой группы, который обеспечивает заданный коэффициент неравномерности

$$I^{np}_I = \Delta T_{Imax} / (k * \omega_{I1cp}^2).$$

### Определение момента инерции дополнительной маховой массы (маховика).

Рассмотрим определение маховика для примера рассмотренного в лекции 6 - одноцилиндрового поршневого насоса. В первую группу звеньев в этом примере входят: ротор электродвигателя  $I_{ром}$ , детали редуктора  $I^{np}_{ред}$ , кривошипный вал  $I_{0I}$  и маховик  $I_{ж}$

$$I^{np}_I = I^{np}_{ром} + I^{np}_{ред} + I_{0I} + I_{ж},$$

откуда момент инерции маховика

$$I_{ж} = I^{np}_I - (I^{np}_{ред} + I_{0I} + I_{ром}).$$

### 5.3. Решение задачи регулирования хода машины по методу Н.И.Мерцалова.

При расчете маховика (или решении задачи регулирования хода машины) по методу Н.И.Мерцалова задача решается в следующей последовательности:

- Определяются параметры динамической модели, например для ДВС  $M^{np}_d$  - приведенный суммарный момент движущих сил и  $I^{np}_{II}$  - приведенный момент инерции второй группы звеньев [11].
- Определяется работа движущих сил  $A_d$  интегрированием функции  $M^{np}_d = f(\varphi_I)$  за цикл движения машины (допустим  $2\pi$ );
- Определяется работа движущих сил за цикл и приравнивается к работе сил сопротивления  $A_d'' = A_c''$ . Из этого равенства определяется среднеинтегральное значение момента сил сопротивления  $M^{np}_{ср} = A_c'' / (2\pi)$ ;

и для него строится диаграмма работы  $A_c = f(\varphi_I)$ . Суммированием этой диаграммы и диаграммы  $A_d = f(\varphi_I)$  получаем диаграмму  $A = f(\varphi_I)$ .

- Делается допущение  $\omega_I = \omega_{Icp}$ , при котором  $T_{II} = I^{np}_{II} * \omega_{Icp}^2 / 2$  (первое допущение метода Мерцалова), и определяется  $T_{II} = f(\varphi_I)$ .
- Определяется кинетическая энергия первой группы звеньев  $T_I = A - T_{II} + T_{нач} = A - T_{II} + T_{Iнач} + T_{IIнач}$

Так как начальные значения кинетической энергии неизвестны, то если учесть, что  $T_{нач} = T_{Iнач} + T_{IIнач}$ ,  $\Delta T_I = T_I - T_{Iнач}$ ,  $\Delta T_{II} = T_{II} - T_{IIнач}$ , получим  $\Delta T_I = A - \Delta T_{II}$ ,

то есть, вычитая из суммарной работы приращение кинетической энергии второй группы, получим приращение кинетической энергии первой группы.

По функции  $\Delta T_I = f(\varphi_I)$  определяется максимальное изменение кинетической энергии за цикл  $\Delta T_{Imax}$ . Второй раз делаем допущение  $\omega_I = \omega_{Icp}$  на основании которого, как показано выше, можно записать

$$I^{np}_I = \Delta T_{Imax} / (\delta \cdot \omega_{Icp}^2).$$

Из этого выражения, определив предварительно  $\Delta T_{Imax}$ , можно решить две задачи:

- задачу синтеза - при заданном  $[k]$  определить необходимый для его обеспечения приведенный момент инерции  $I^{np}_{Inb}$ ,
- задачу анализа - при заданном  $I^{np}_I$  определить обеспечиваемый им коэффициент неравномерности  $k$ .

### **5.4. Алгоритм решения прямой задачи динамики при установившемся режиме движения машины.**

Решение этой задачи рассмотрим на конкретном примере машинного агрегата привода буровой установки.

Дано: Кинематическая схема машины -  $l_{AB} = 0.12м$ ,  $l_{BC} = 0.528м$ ,  $l_{BS2} = 0.169м$ , средняя частота вращения кривошипа -  $\omega_{Icp} = 47.124 рад/с^2$ , массы звеньев -

$m_2 = 24.2 \text{ кг}$ ,  $m_3 = 36.2 \text{ кг}$ , момент инерции -  $I_{2S} = 1.21 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ,  $I_{10} = 2.72 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ , максимальное давление в цилиндре -  $p_{max} = 4.4 \text{ МПа}$ , коэффициент неравномерности вращения  $[k] = 1/80$ , индикаторная диаграмма (приведена на рис. 5.3).

Определить: закон движения машины  $\omega_1 = f(\varphi_1)$  и  $\omega_2 = f(\varphi_2)$ , момент инерции маховика  $I_{дон}$ , обеспечивающий заданную неравномерность вращения  $[k]$ .

1. Определение параметров динамической модели:  $M^{np}_d$  - приведенного суммарного момента движущих сил и  $I^{np}_{II}$  - приведенного момента инерции второй группы звеньев.
2. Определение первых кинематических передаточных функций. Определение кинематических передаточных функций для звеньев механизма  $u_{21} = u_{31}$ , центров масс  $V_{qS1}$ ,  $V_{qS2}$  и  $V_{qS3}$  и точки приложения движущей силы  $V_{qD}$ . Для определения этих функций воспользуемся методом проекций векторного контура механизма.

Рассмотрим следующие векторные контуры, изображенные на рис. 8.4 рядом со схемой механизма:

$$l_{AB} + l_{CB} = l_{AC}; l_{AS2} = l_{AB} + l_{BS2}.$$

Для первого векторного контура  $l_{AB} + l_{CB} = l_{AC}$  проекции на оси координат

$$l_{AB} \cdot \cos \varphi_1 + l_{CB} \cdot \cos \varphi_2 = x_C = 0,$$

$$l_{AB} \cdot \sin \varphi_1 + l_{CB} \cdot \sin \varphi_2 = y_C = s_C,$$

$$\varphi_2 = \arccos(-l_{AB} \cdot \cos \varphi_1 / l_{BC}).$$

Индикаторная диаграмма.

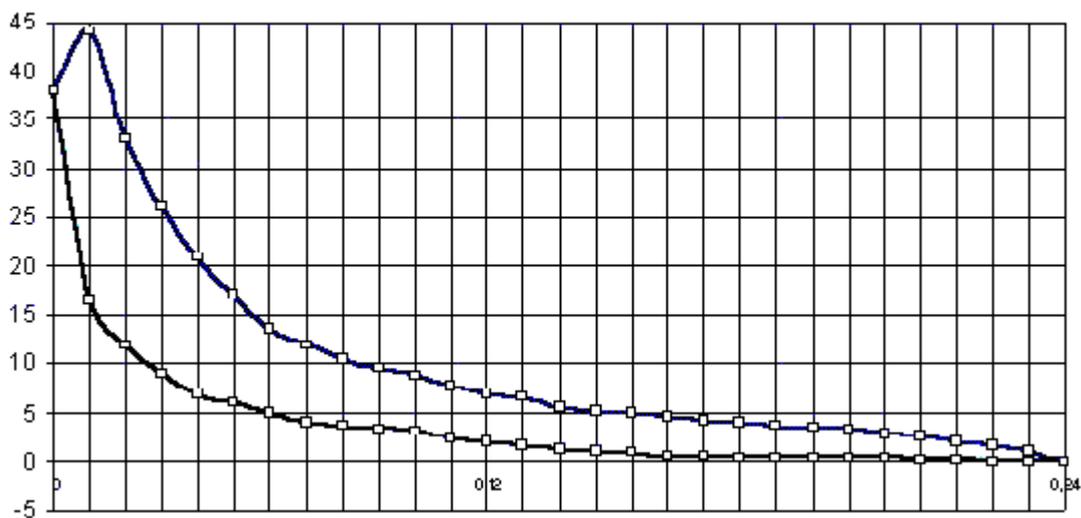


Рис.5.3

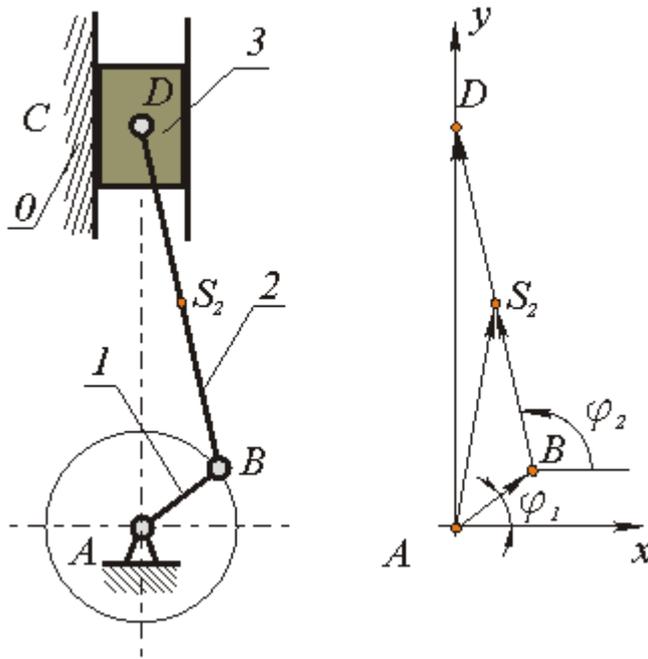


Рис. 5.4

Производные от этих выражений

$$-l_{AB} \cdot \sin \varphi_1 - l_{CB} \cdot u_{21} \cdot \sin \varphi_2 = \theta,$$

$$l_{AB} \cdot \cos \varphi_1 + l_{CB} \cdot u_{21} \cdot \cos \varphi_2 = V_{qC},$$

позволяют определить первые передаточные функции

$$u_{21} = -l_{AB} \cdot \sin \varphi_1 / (l_{CB} \cdot \sin \varphi_2),$$

$$V_{qC} = l_{AB} \cdot \cos \varphi_1 + l_{CB} \cdot u_{21} \cdot \cos \varphi_2.$$

Для третьего векторного контура  $l_{AS2} = l_{AB} + l_{BS2}$  проекции на оси координат

$$x_{S2} = l_{AB} \cdot \cos \varphi_1 + l_{BS2} \cdot \cos \varphi_2,$$

$$y_{S2} = l_{AB} \cdot \sin \varphi_1 + l_{BS2} \cdot \sin \varphi_2.$$

Производные от этих выражений

$$V_{qS2x} = -l_{AB} \cdot \sin \varphi_1 - l_{BS2} \cdot u_{21} \cdot \sin \varphi_2,$$

$$V_{qS2y} = l_{AB} \cdot \cos \varphi_1 + l_{BS2} \cdot u_{21} \cdot \cos \varphi_2,$$

позволяют определить первую передаточную функцию

Диаграммы передаточных функций

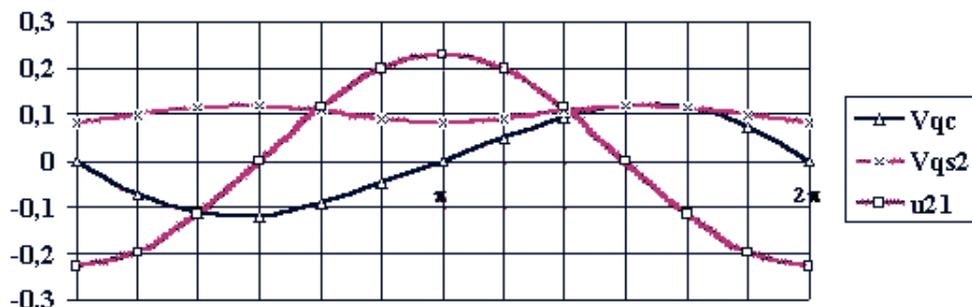


Рис. 5.5

## 1.2. Определение приведенного момента движущих сил $M^{np}_\delta$ .

Индикаторную диаграмму (рис.5.3) строим по заданным значениям давления в цилиндре двигателя. Отрезок хода поршня  $H_C^* p_i$  делим на 10 интервалов. В каждой точке деления строим ординату диаграммы, задавшись (при  $p_i / p_{max} = 1$ ) максимальной ординатой  $y_{pmax}$ . Тогда текущее значение ординаты

$$y_{pi} = y_{pmax} \cdot \frac{p_i}{p_{max}},$$

где  $p_{max} = 4.4 \text{ МПа}$ .

Масштаб индикаторной диаграммы

$$\mu_p = \frac{y_{pmax}}{p_{max}}.$$

$$S_n = \frac{\pi \cdot d_n^2}{4}.$$

Площадь поршня

При построении графика силы, действующей на поршень, ординаты этого графика принимаем равными ординатам индикаторной диаграммы. Тогда масштаб силы

$$\mu_F = \mu_p / S_n.$$

Для исследуемого механизма приведенный суммарный момент состоит из двух составляющих: движущей силы и момента сил сопротивления

$$M^{np} = M^{np}_\delta + M^{np}_c.$$

Приведенный момент движущей силы определяется в текущем положении механизма по формуле

$$M^{np}_\delta = F_{\delta i} \cdot V_{qCi} \cdot \overset{\wedge}{\cos}(F_{\delta i}, V_{qCi}),$$

где  $F_{\delta i}$  - значение движущей силы,

$$F_{\delta i} = y_{F\delta i} / \mu_F,$$

где  $y_{F\delta i}$  - ордината силы сопротивления,

$\mu_F$  - масштаб диаграммы сил.

$V_{qCi}$  - значение передаточной функции в рассматриваемом положении механизма,

$$\overset{\wedge}{\cos}(F_{\delta i}, V_{qCi})$$

- угол между вектором силы и вектором скорости точки ее приложения.

Диаграмма приведенного движущего момента .

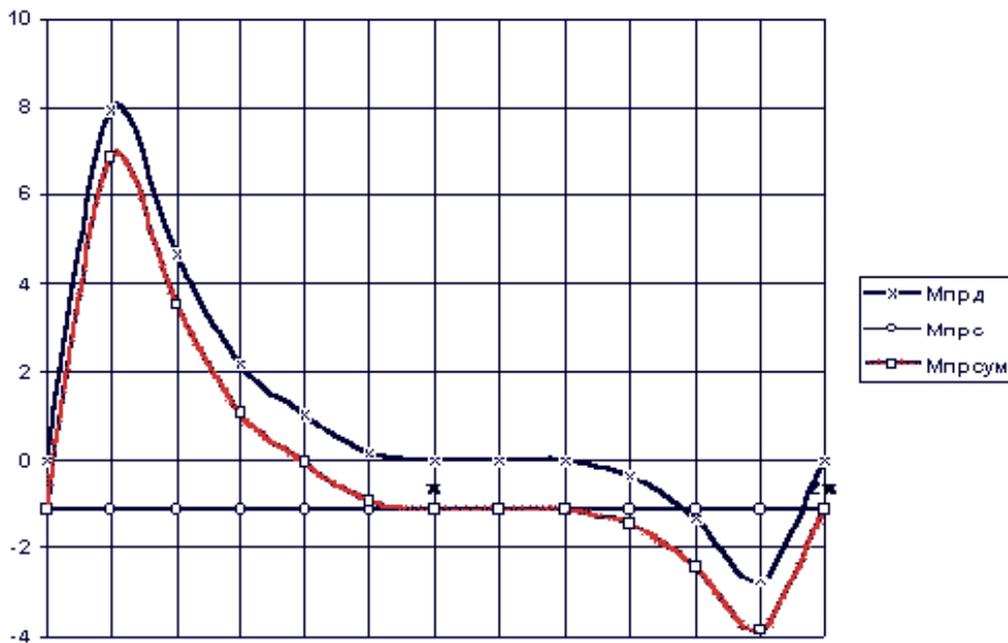


Рис. 5.6

Масштаб диаграммы по оси абсцисс определяется по формуле

$$\mu_\varphi = b / 2\pi$$

где  $b$  - база диаграммы (отрезок оси абсцисс, который изображает цикл изменения обобщенной координаты).

### 1.3. Построение диаграммы приведенных моментов инерции $I_v^{np} = I_{II}^{np}$ .

Инерционные характеристики звеньев механизма в его динамической модели представлены суммарным приведенным моментом инерции. При расчете эту характеристику динамической модели представляется в виде суммы двух составляющих переменной  $I_v^{np} = I_{II}^{np}$  и постоянной  $I_c^{np} = I_I^{np}$ . Первая определяется массами и моментами инерции звеньев, передаточные функции которых постоянны, вторые - массами и моментами инерции звеньев передаточные функции которых переменны.

Проведем расчет переменной части приведенного момента инерции  $I_v^{np} = I_{II}^{np}$ . Для рассматриваемого механизма во вторую группу звеньев входят звенья 2 и 3. Звено 3 совершает поступательное движение, звено 2 - плоское. Расчет переменной части приведенного момента проводится по следующим зависимостям:

$$I_v^{np} = I_{II}^{np} = I_{2B}^{np} + I_{2II}^{np} + I_3^{np},$$

где

$$I_{2II}^{np} = m_2 \cdot V_{qS2}^2, I_{2B}^{np} = I_{S2} \cdot u_{2I}^2, I_3^{np} = m_3 \cdot V_{qC}^2,$$

Диаграммы приведенных моментов инерции

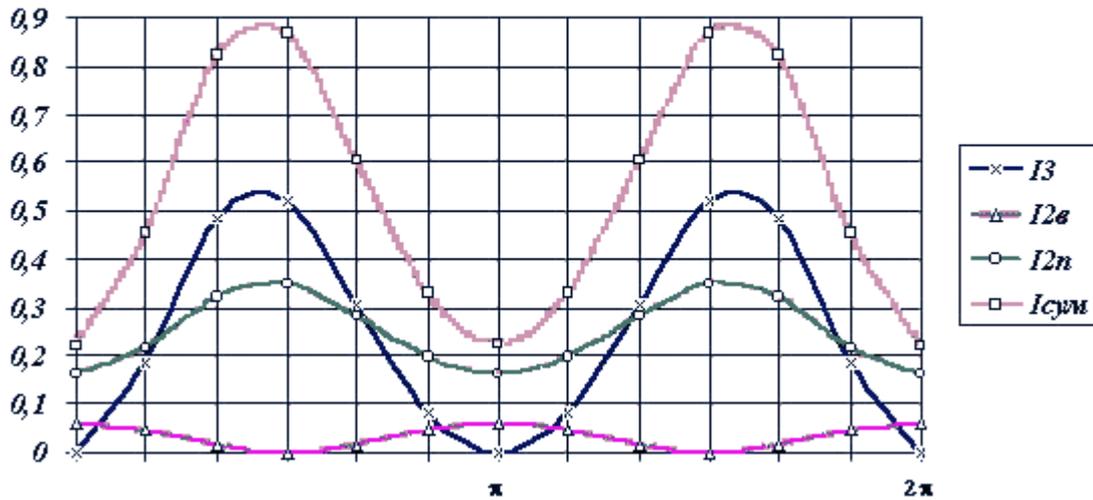


Рис. 5.7

2. Построение диаграмм работы движущей силы, сил сопротивления и суммарной работы.

Диаграмму работы движущей силы получим интегрируя диаграмму ее приведенного момента

$$A_{\partial} = \int_{\varphi}^{2\pi} M^{np}_{\partial} \cdot d\varphi_1$$

Интегрирование проведем графическим методом (рис.5.8), приняв при этом отрезок интегрирования равным  $k_I$ . Тогда масштаб полученной диаграммы работы движущей силы будет равен

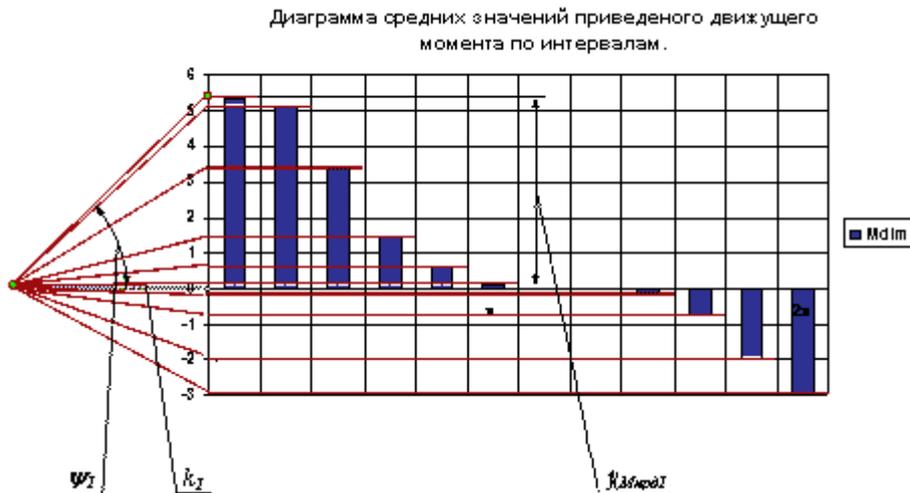


Рис. 5.8

$$tg \psi_1 = y \Delta A_{\partial} / x \Delta \varphi_1 = y_{M^{np}_{\partial}} / k_I \Delta A_{\partial} \cdot \mu_A / (\Delta \varphi_1 \cdot \mu_{\varphi}) = M^{np}_{\partial} \cdot \mu_M / k_I$$

так как  $\Delta A_{\partial} / \Delta \varphi_1 = M^{np}_{\partial}$ , то  $\mu_A / \mu_{\varphi} = \mu_M / k_I$ , откуда

$$\mu_A = \mu_M \cdot \mu_{\varphi} / k_I.$$

Величина среднеинтегрального момента сил сопротивления определяется по формуле

$$M_{\text{ср}}^{\text{нр}} = A_c^4 / (2\pi).$$

### 3. Построение диаграмм кинетических энергий.

Диаграммы кинетических энергий для первой и второй групп звеньев получает на основании теоремы об изменении кинетической энергии системы

$$\Delta T = T - T_{\text{нач}}, A = \Delta T_I + \Delta T_{II}$$

График кинетической энергии второй группы звеньев получим из зависимости

$$T_{II} = I_{II}^{\text{нр}} \cdot \omega_{1\text{ср}}^2 / 2,$$

принимая, что  $\omega_I = \omega_{1\text{ср}}$ . Тогда диаграмма приведенного момента инерции второй группы звеньев в масштабе рассчитанном по формуле

$$y_I = y_T I_{II}^{\text{нр}} \cdot \mu_I = (I_{II}^{\text{нр}} \cdot \omega_{1\text{ср}}^2 / 2) \cdot \mu_T, \text{ откуда}$$

$$\mu_T = 2 \cdot \mu_I / \omega_{1\text{ср}}^2,$$

соответствует диаграмме кинетической энергии  $T_{II}$ .

#### Диаграммы работы.

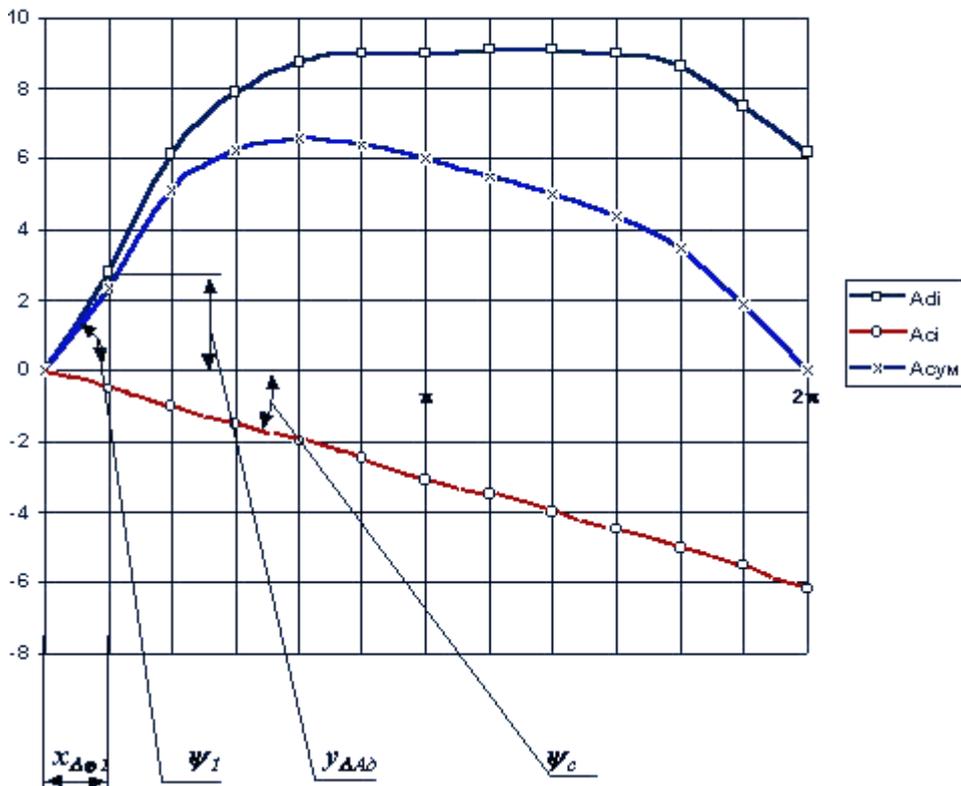


Рис. 5.9

График кинетической энергии первой группы звеньев приближенно строим по уравнению

$$T_I = T - T_{II}.$$

В каждом положении механизма из ординат кривой  $A = f(\varphi_1)$  вычитаем ординаты  $y_{TII}$  и получаем ординаты искомой диаграммы  $T_I = f(\varphi_1)$ . Для этого

необходимо ординаты диаграммы  $T_{II} = f(\varphi_I)$  из масштаба  $k_T$  перевести в масштаб  $k_A^*$  по формуле

$$y_{TII}^* = y_{TII} \cdot \mu_A^* / \mu_T.$$

Диаграмма кинетической энергии первой группы звеньев представлена на рис. 5.10.

Диаграммы работы, кинетической энергии TI и  
угловой скорости звена привода.

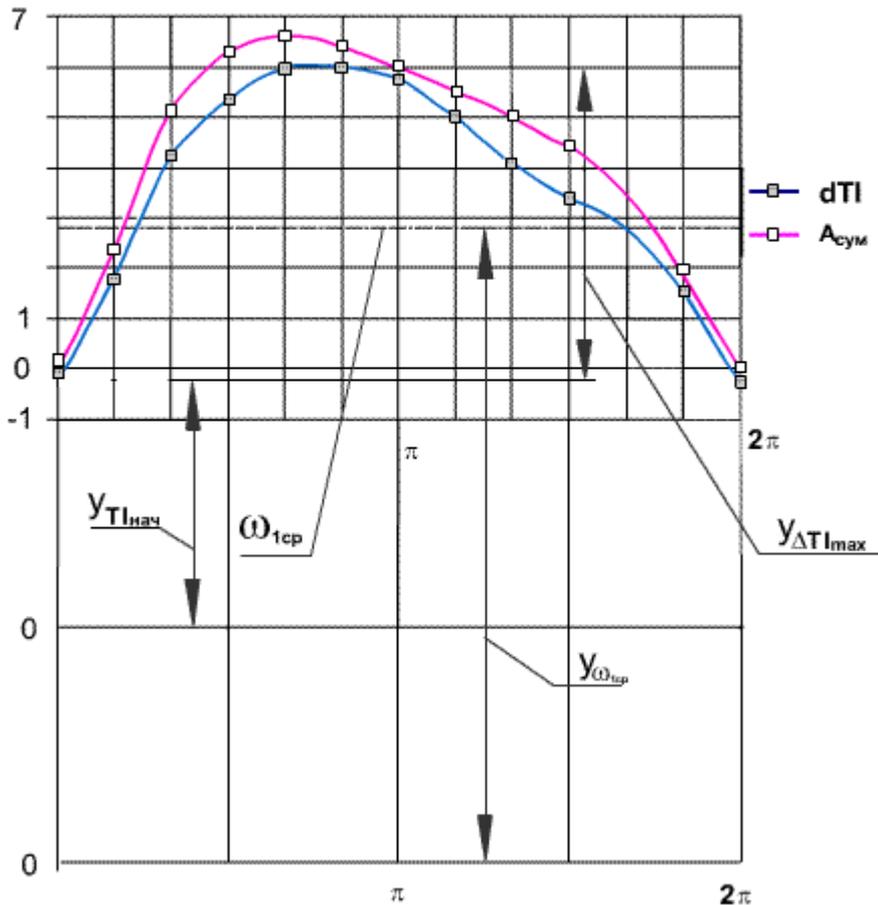


Рис. 5.10

#### 4. Определение необходимого момента инерции маховых масс первой группы

Максимальное изменение кинетической энергии звеньев первой группы за цикл определяем по диаграмме

$$\Delta T_{I_{max}} = y_{\Delta T_{I_{max}}} / \mu_A.$$

Тогда необходимый момент инерции маховых масс первой группы звеньев, обеспечивающий заданный коэффициент неравномерности, равен

$$I_I^{np} = \Delta T_{I_{max}} / (\omega_{ср}^2 \cdot [\delta]).$$

#### 4.1. Определение момента инерции дополнительной маховой массы.

В нашем случае момент инерции дополнительной маховой массы рассчитывается по следующей зависимости

$$I_{дон} = I_I^{np} - I_{I0},$$

где  $I_{I0}$  - момент инерции коленчатого вала .

## 5. Построение приближенной диаграммы угловой скорости

Если считать, что  $\omega_I = \omega_{Icp}$ , то

$$\Delta T_I = I_I^{np} \cdot \omega_{Icp} \cdot \Delta \omega_I,$$

то есть диаграмма изменения кинетической энергии первой группы звеньев  $\Delta T_I = f(\varphi_I)$  в другом масштабе соответствует диаграмме изменения угловой скорости  $\Delta \omega_I = f(\varphi_I)$ . Если считать что ординаты диаграмм равны, то

$$y_{\Delta \omega_I} = y_{\Delta T_I} \mu_A \cdot \Delta T_I = \mu_{\omega} \cdot \Delta \omega_I \mu_A \cdot I_I^{np} \cdot \omega_{Icp} \cdot \Delta \omega_I = \mu_{\omega} \cdot \Delta \omega_I,$$

откуда

$$\mu_{\omega} = \mu_A \cdot I_I^{np} \cdot \omega_{Icp}.$$

Ордината средней угловой скорости ( для определения положения начала координат на диаграмме угловой скорости )

$$y_{\omega_{cp}} = \omega_{Icp} \cdot \mu_{\omega} \cdot 0$$

После определения положения оси абсцисс на диаграмме угловой скорости можно определить начальное значение угловой скорости

$$\omega_{I0} = y_{\omega_{cp}} / \mu_{\omega},$$

а по ней кинетическую энергию механизма в начальном положении

$$T_{I_{нач}} = I_I^{np} \cdot \omega_{Icp}^2 / 2.$$

## 6. Определение размеров маховика.

Принимаем конструктивное исполнение маховика - диск. Тогда его основные размеры и масса определяются по следующим зависимостям:

$$\text{наружный диаметр } D = 0.366 \cdot \sqrt[5]{I_{диск}},$$

$$\text{ширина } b = k_b \cdot D,$$

$$\text{масса } m = 1230 \cdot D^3,$$

где  $D = 7.8 \text{ кг/дм}^3$  - плотность материала маховика ,

$k_b$  - коэффициент ширины .

## 7. Определение углового ускорения звена приведения.

Как отмечено ранее для расчета углового ускорения звена приведения  $\varepsilon_I = f(\omega_I)$  лучше пользоваться формулой :

$$\varepsilon_I = \frac{d\omega_I}{dt} = \frac{M^{np}}{I^{np}} - \frac{\omega_I^2}{2 \cdot I^{np}} \cdot \frac{dI^{np}}{d\varphi_I}.$$

Необходимые для расчета значения величин определяем по ранее построенным диаграммам. Диаграмма функции  $\omega_I = f(\varphi_I)$  приведена на рис. 5.11.

Диаграмма углового ускорения звена приведения.

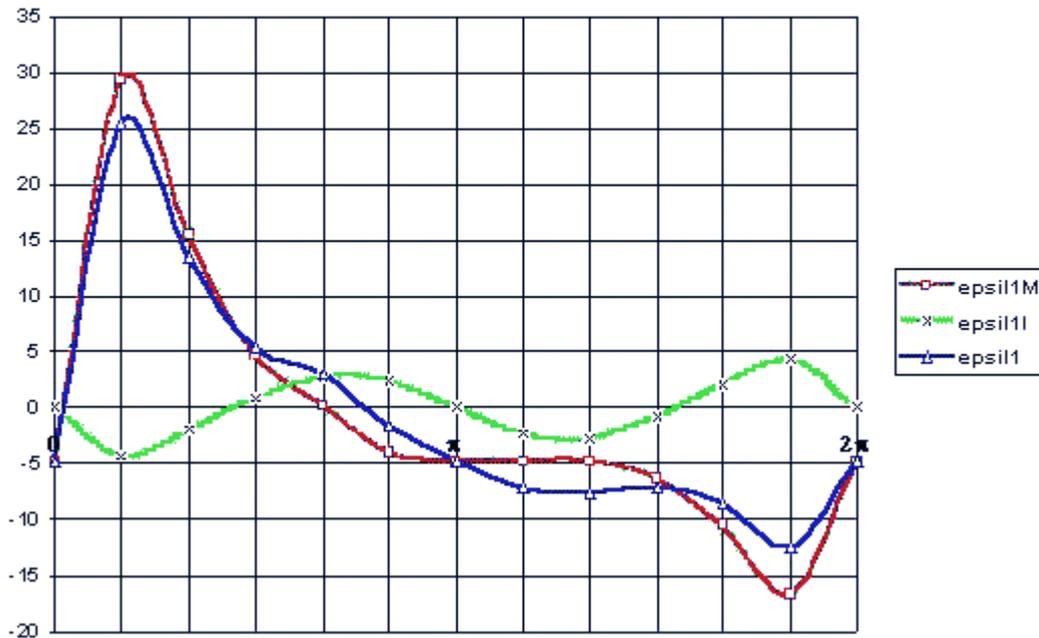


Рис. 5.11

**Уточнение метода Н.И. Мерцалова по способу Б.М. Гутьяра.**

В методе Мерцалова при определении кинетической энергии второй группы звеньев угловую скорость принимают постоянной и равной среднему арифметическому значению  $\Delta \omega_{1cp}$ . Однако, так как известно не только  $\omega_{1cp}$ , а и коэффициент неравномерности  $\kappa$ , то можно определить минимальное и максимальное значения угловой скорости [11]

$$\kappa = \Delta\omega_1 / \omega_{1cp} = (\omega_{1max} - \omega_{1min}) / \omega_{1cp}, \quad \omega_{1cp} = (\omega_{1max} + \omega_{1min}) / 2,$$

откуда

$$\omega_{1max} = (1 + 0.5 \kappa) * \omega_{1cp},$$

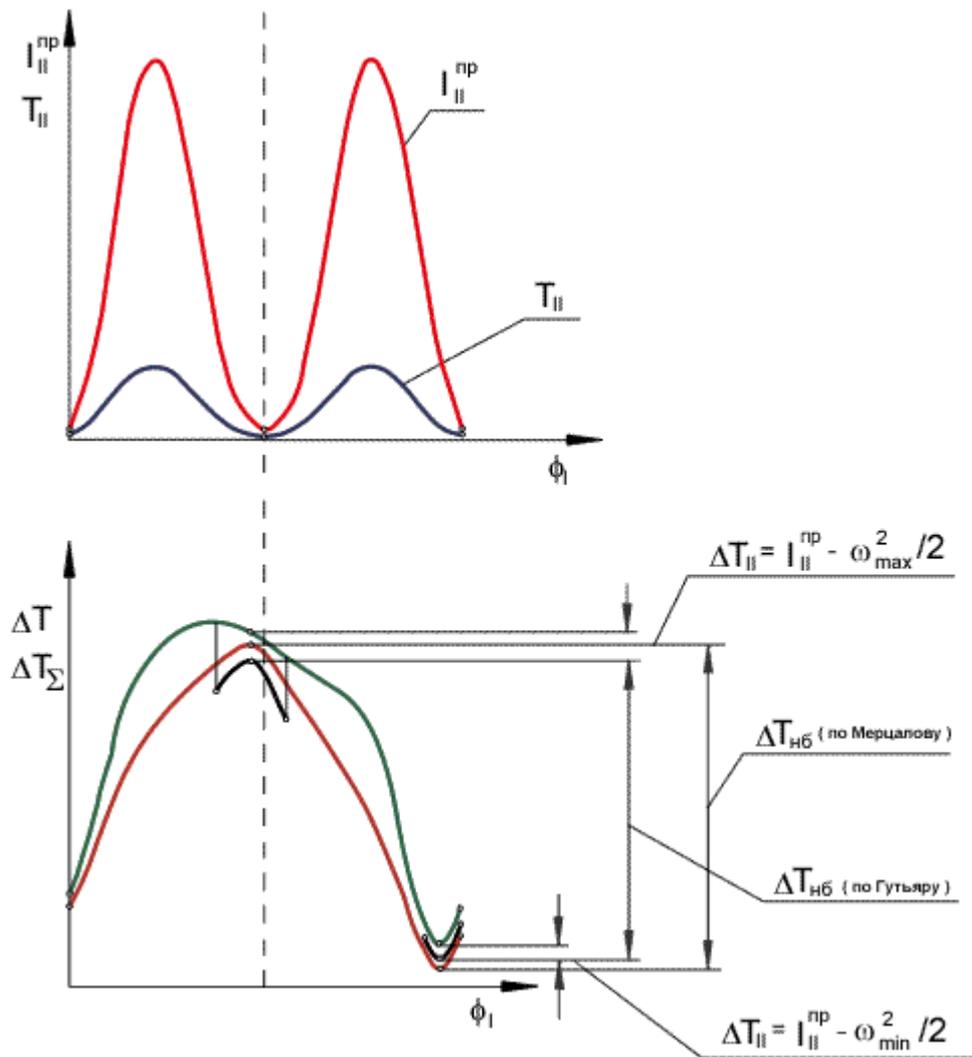


Рис. 5.12

$$\omega_{1min} = (1 - 0.5\omega) * \omega_{1cp}$$

По способу предложенному Б.М. Гутьяром из графика кинетической энергии

$\Delta T = AS = f(\varphi_1)$  вычитается кинетическая энергия  $\Delta T_{II}$ , определенная по максимальному  $\omega_{1max}$  и минимальному  $\omega_{1min}$  значениям угловой скорости (Рис.8.5). В области максимума  $\Delta T$  вычитается значение рассчитанное по  $\omega_{1max}$ , а в области минимума - по  $\omega_{1min}$ . Таким образом устраняется ошибка вносимая в определение необходимой маховой массы использованием при расчете  $\Delta T_{II}$  средней угловой скорости  $\omega_{1cp}$ .

Метод Гутьяра, как и метод Мерцалова, является графо-аналитическим. При этом строятся небольшие участки кривых

$$\Delta T - I_{II}^{np} * \omega_{1max} / 2 - \text{в зоне максимума кривой } \Delta T = AS = f(\varphi_1) \text{ и}$$

$$\Delta T - I_{II}^{np} * \omega_{1min} / 2 - \text{в зоне минимума кривой } \Delta T = AS = f(\varphi_1).$$

По этим участкам определяется наибольшее изменение кинетической энергии первой группы звеньев  $\Delta T_{н6}$  (Рис. 8.5), по которой рассчитывается необходимая для обеспечения заданной неравномерности маховая масса. Величина  $\Delta T_{н6}$ , определенная по методу Гутьяра, всегда меньше, чем

определенная по методу Мерцалова. То есть маховик определен по Мерцалову больше, а коэффициент неравномерности меньше, чем заданный.

### Расчет дополнительной маховой массы по методу Виттенбауэра.

Среди графо-аналитических методов расчета маховика теоретически точным считается метод Виттенбауэра. В основе этого метода лежит построение диаграммы кинетическая энергия - приведенный момент инерции (Рис.5.13).

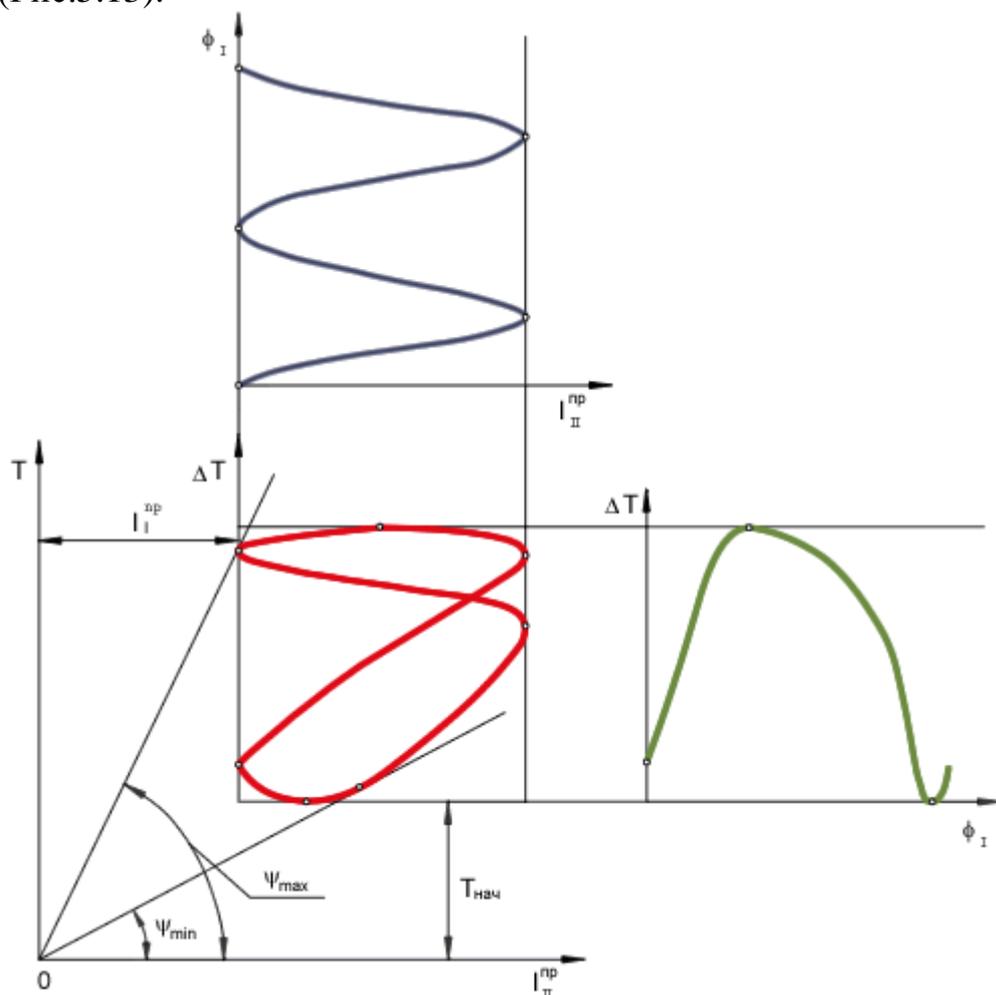


Рис. 5.13

После построения этой диаграммы, рассчитываются минимальная  $\omega_{Imin}$  и максимальная  $\omega_{Imax}$  угловые скорости, а по ним угловые коэффициенты наклона касательных [11]

$$\operatorname{tg} \varphi_{max} = k_T * \omega_{Imax}^2 / (2 * y I),$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{min} = k_T * \omega_{Imin}^2 / (2 * x I).$$

Затем к диаграмме проводятся касательные, образующие с осью  $x$  углы  $\varphi_{max}$  и  $\varphi_{min}$ . Точка пересечения этих касательных образует начало новой системы координат, смещенное от исходной по оси  $y$  на

$$yI = k I * I_I^{np},$$

а по оси  $x$  на

$$xT = k_T * T_{нач},$$

где  $I^{np}_I$  - необходимый момент инерции звеньев первой группы, обеспечивающий заданный коэффициент неравномерности,  $T_{нач}$  - начальная кинетическая энергия системы. Так как точка пересечения касательных может при малых  $\varphi$  выйти за пределы чертежа, величину ординаты  $yI$  можно рассчитать по отрезку  $ab$ , отсекаемому на оси у касательными:

$$yI = ab / (tg \varphi_{max} - tg \varphi_{min}).$$

### Приведенная статическая характеристика асинхронного электродвигателя. Понятие о устойчивости работы машины.

Как отмечалось ранее, силы действующие на механизмы зависят не только от положения или обобщенной координаты, а зависят и от времени или от скорости. Эти зависимости обычно определяются экспериментально и называются механическими характеристиками машины. Механическая характеристика приведенная к обобщенной координате или скорости называется приведенной механической характеристикой. В качестве примера рассмотрим приведенную статическую характеристику асинхронного электродвигателя [11].

На диаграмме:  $M^{np}_{\partial n}$  - приведенный пусковой момент;  $M^{np}_{\partial n}$  - приведенный номинальный крутящий момент;  $M^{np}_{\partial k}$  или  $M^{np}_{\partial max}$  - приведенный критический или максимальный момент;  $\omega_{In}$  - номинальная круговая частота вращения звена приведения;  $\omega_{Ixx}$  или  $\omega_{Ic}$  - частота вращения звена приведения на холостом ходу или синхронная. Уравнение приведенной статической характеристики асинхронного электродвигателя на линеаризованном участке устойчивой части

$$M^{np}_{\partial} = b_1^* + k_1^* \cdot \omega_1,$$

где  $M^{np}_{\partial}$  - приведенный движущий момент на звене приведения,

$\omega_1$  - круговая частота звена приведения,

$$b_1^* = M^{np}_{\partial n} \cdot \omega_1 / (\omega_{Ic} - \omega_{In}), k_1^* = -M^{np}_{\partial k} / (\omega_{Ic} - \omega_{In}).$$

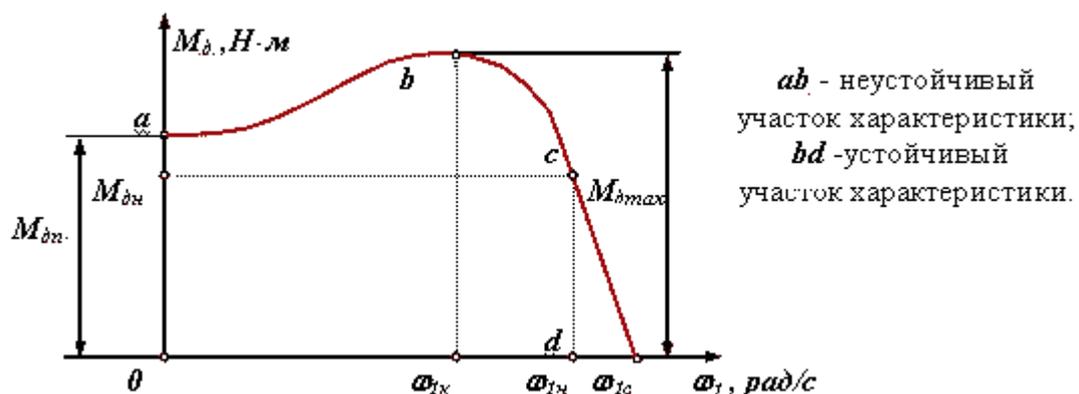


Рис. 5.14

Как на исходной статической характеристике двигателя, так и на приведенной можно выделить два участка: устойчивый -  $bd$  и неустойчивый -  $ab$ . На устойчивом участке при увеличении момента сопротивления на валу

двигателя частота вращения уменьшается, обеспечивая сохранение мощности примерно на постоянном уровне, на неустойчивом участке работа двигателя невозможна, так как в любой точке этого участка увеличение момента сопротивления на валу двигателя должно сопровождаться увеличением частоты вращения и увеличением мощности двигателя, при этом моменты сопротивления больше пускового момента двигателя.

При увеличении момента сопротивления на валу звена приведения до величины большей  $M^{np}_{max}$  двигатель попадает в зону неустойчивой характеристики и останавливается. Для устойчивой работы машины необходимо, чтобы колебания момента сопротивления на валу звена приведения не выходили за пределы линейной части устойчивого участка приведенной статической характеристики.

#### **Учет приведенной статической характеристики при анализе динамических процессов в машине.**

Учет влияния статической характеристики двигателя на закон движения машины можно проводить различными методами:

- совместным решением уравнения движения с уравнением статической характеристики;
- последовательным приближением (на первом этапе решается задача для сил зависящих только от положения, на втором и последующих учитывается статическая характеристика двигателя).

Рассмотрим решение задачи методом последовательных приближений для машинного агрегата с приводом от асинхронного электродвигателя. При первом приближении решается задача определения закона движения без учета статической характеристики, по алгоритму описанному в предыдущем разделе. Затем определяется приведенная статическая характеристика и по ней определяются значения движущего момента при каждом значении угловой скорости, рассчитанной на первом этапе (при первом приближении).

По этим значениям момента строится диаграмма движущего момента второго приближения  $M^{np}_{d(2)}$ , затем определяется суммарная работа, кинетическая энергия первой группы звеньев и угловая скорость звена приведения при втором приближении. Далее эти действия повторяются пока различия между результатами расчета на последующем этапе будут отличаться от результатов предыдущего на величину меньшую заданной погрешности. На рис. 5.15 показано графическое решения задачи при втором приближении.

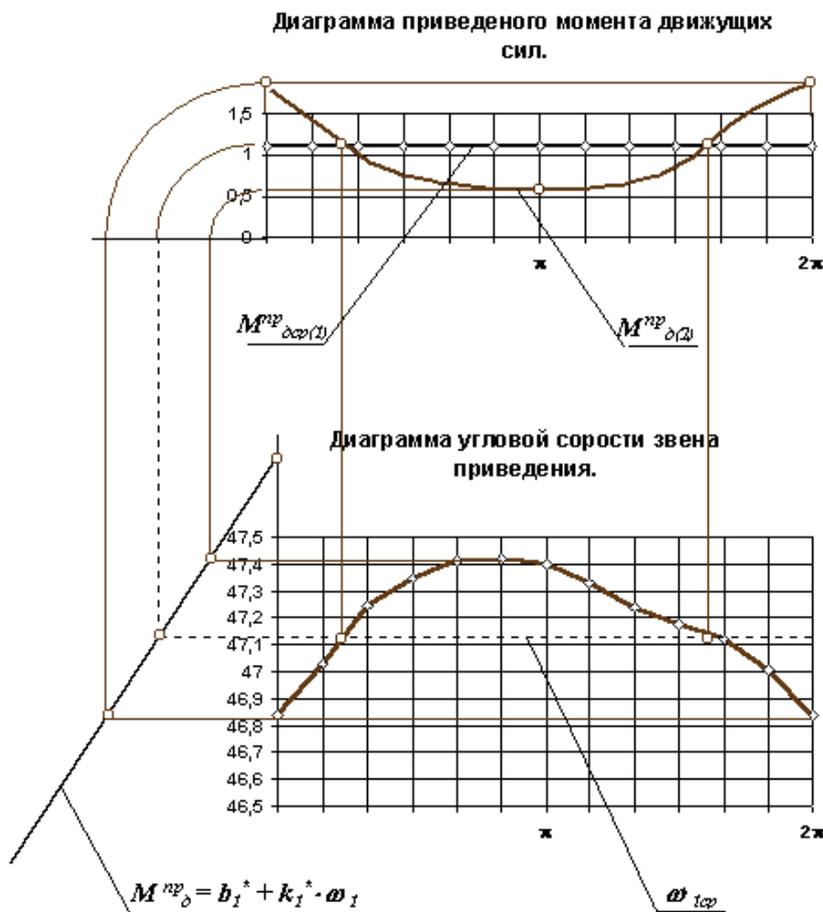


Рис. 5.15

**Контрольные вопросы.**

1. Какой режим движения машины называется установившимся ?
2. Что называется "коэффициентом неравномерности" и какие величины этого коэффициента установлены для различных машин ?
3. Какими методами регулируется величина "коэффициента неравномерности" ?
4. Как влияет момент инерции маховика на коэффициент неравномерности ?
5. Как по коэффициенту неравномерности определяется необходимая маховая масса первой группы звеньев ?
6. Изложите алгоритм решения задачи регулирования хода машины по методу Н.И. Мерцалова ?
7. По каким зависимостям рассчитываются первые передаточные функции кривошипно-ползунного механизма ?
8. Как определяются параметра динамической модели для двигателя внутреннего сгорания ?
9. Как строится диаграмма кинетической энергии второй группы звеньев ?
10. Как строится диаграмма угловой скорости звена привода ?
11. Как учитывается статическая характеристика асинхронного электродвигателя при анализе динамических процессов ?

## 6. Виброзащита машин и механизмов

Как отмечалось ранее, при движении механической системы под действием внешних сил в ней возникают механические колебания или вибрации [13]. Эти вибрации оказывают влияние на функционирование механизма и часто ухудшают его эксплуатационные характеристики: снижают точность, уменьшают КПД и долговечность машины, увеличивают нагрев деталей, снижают их прочность, оказывают вредное воздействие на человека-оператора.

Для снижения влияния вибраций используют различные методы борьбы с вибрацией. С одной стороны при проектировании машины принимают меры для снижения ее виброактивности (уравновешивание и балансировка механизмов), с другой - предусматриваются средства защиты как машины от вибраций, исходящих от других машин (для рассматриваемой машины от среды), так среды и операторов от вибраций данной машины.

### 6.1. Методы виброзащиты.

Существующие виброзащитные устройства по методу снижения уровня вибраций делятся на:

- динамические гасители или антивибраторы, в которых опасные резонансные колебания устраняются изменением соотношения между собственными частотами системы и частотами возмущающих сил;
- виброизоляторы, в которых за счет их упругих и демпфирующих свойств уменьшается амплитуда колебаний как на резонансных и нерезонансных режимах.
- 

### 6.2. Взаимодействие двух подвижных звеньев.

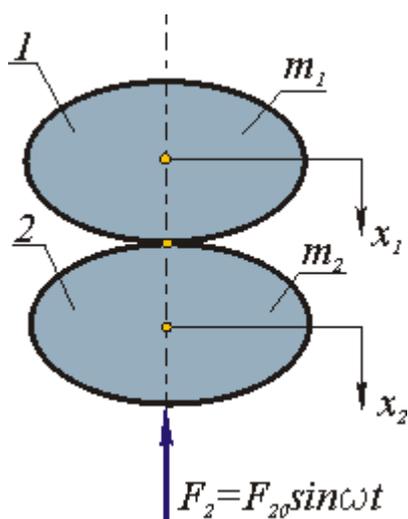


рис. 6.1

Рассмотрим механическую систему (рис. 6.1), состоящую из двух подвижных звеньев, образующих между собой кинематическую пару. Для упрощения предположим, что движение звеньев возможно только по одной координате  $x$ . Масса первого звена  $m_1$ , второго -  $m_2$ . На звено 2 действует

периодическая внешняя сила  $F_2 = F_{20} \sin \Delta t$ , действием сил веса пренебрегаем Уравнения движения звеньев

$$m_1 \cdot \ddot{x}_1 + F_{12} = 0; \quad m_2 \cdot \ddot{x}_2 + F_{21} + F_2 = 0.$$

Если считать, что контакт между звеньями в процессе движения не нарушается и тела абсолютно жесткие, то

$$x = x_1 = x_2$$

С учетом  $F_{21} = -F_{12}$ , определим реакцию в точке контакта между звеньями

$$F_{21} = -m_2 \cdot \ddot{x} - F_2 = m_1 \cdot \ddot{x}.$$

Откуда

$$\ddot{x} = -F_{12}/m_1 = -(F_{21} + F_2)/m_2,$$

и после преобразований

$$F_{21}(m_1 + m_2)/(m_1 + m_2) = -F_2/m_2,$$

$$F_{21} = -F_2 \cdot m_1/(m_1 + m_2).$$

Проанализируем эту зависимость:

если  $m_1 \Rightarrow 0$ , то  $F_{21} \Rightarrow 0$ ; если  $m_2 \Rightarrow 0$ , то  $F_{21} \Rightarrow F_2$ ;

если  $m_2 = m_1 = m$ , то  $F_{21} \Rightarrow -0.5 \cdot F_2$ ;

если  $m_2 \Rightarrow \infty$ , то  $F_{21} \Rightarrow 0$ ;

если  $m_1 \Rightarrow \infty$ , то  $F_{21} \Rightarrow -F_2$ .

Анализ показывает, что реакция взаимодействия между звеньями зависит от соотношения их масс и величины внешней силы. При этом кинетическая энергия системы

$$T = (m_1 + m_2) \cdot \dot{x}^2 / 2,$$

а потенциальная равна нулю.

### 6.3. Поддрессирование или виброизоляция.

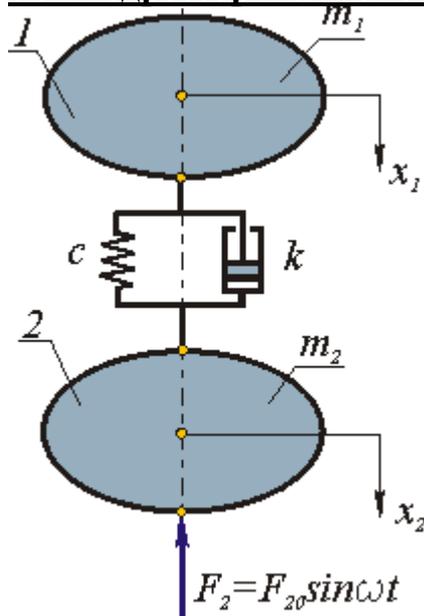


Рис. 6.2

При виброизоляции между рассматриваемыми звеньями устанавливают линейный или нелинейный виброизолятор, который обычно состоит из упругого и демпфирующего элементов (рис.6.2).

В этой механической системе  $x_2 > x_1$  (предположим, что  $x_2 > x_1$ ) и  $\Delta x = x_2 - x_1$ , тогда кинетическая энергия системы

$$T = m_1 \cdot \dot{x}_1^2 / 2 + m_2 \cdot \dot{x}_2^2 / 2,$$

а потенциальная

$$U = c \cdot \Delta x^2 / 2.$$

То есть в системе с виброизолятором только часть работы внешней силы расходуется на изменение кинетической энергии. Часть этой работы переходит в потенциальную энергию упругого элемента и часть рассеивается демпфером (переходит в тепло и рассеивается в окружающей среде).

Уравнения движения

$$m_1 \cdot \ddot{x}_1 + c \cdot \Delta x + k \cdot \Delta x^2 = \theta,$$

$$m_2 \cdot \ddot{x}_2 - c \cdot \Delta x - k \cdot \Delta x^2 + F_2 = \theta.$$

Решение этой системы уравнений подробно рассматривается в курсе теории колебаний, поэтому ограничимся только анализом амплитудно-частотной характеристики. Характеристику построим в относительных координатах  $x$   $x_{отн} = x/x_{ст}$ , где  $x_{ст}$  - статическая деформация упругого элемента.

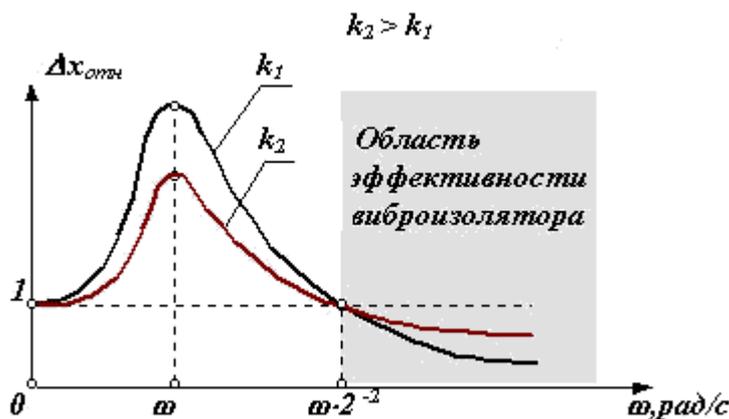


Рис. 6.3

#### **6.4. Динамическое гашение колебаний.**

Динамические гасители или antivibrators широко применяются в машинах работающих в установившихся режимах для отстройки от резонансных частот (например, в судовых двигателях внутреннего сгорания).

Динамические гасители могут быть выполнены в виде упругого или физического маятника. Рассмотрим простейший линейный упругий динамический гаситель (рис.6.4). Принцип действия динамического гасителя заключается в создании гасителем силы направленной противоположно возмущающей силе. Настройка динамического гасителя заключается в подборе его собственной частоты: собственная частота гасителя должна быть

равна частоте тех колебаний, амплитуду которых необходимо уменьшить ("погасить") [12]

$$\omega_{02} = \sqrt{c_2/m_2},$$

где  $\omega_{02}$  - собственная частота гасителя,  $m_2$  - масса гасителя,  $c_2$  - жесткость пружины гасителя.

Уравнения движения системы с динамическим гасителем, схема которого изображена на рис.6.4

$$m \cdot \ddot{x} + c \cdot \dot{x} + k_1 \cdot x + k_2 \cdot \Delta x = F,$$

$$m_2 \cdot \ddot{x}_2 - c_2 \cdot \Delta x - k_2 \cdot \Delta x = 0,$$

где  $\Delta x = x - x_2$  - деформация пружины гасителя.

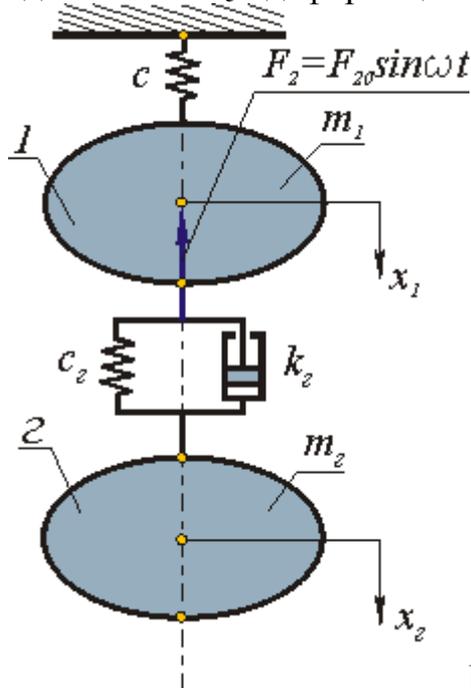


Рис. 6.4

На рис. 6.5 приведены амплитудно-частотные характеристики этой системы без динамического гасителя и с динамическим гасителем.

Как видно из этих характеристик, при установке динамического гасителя амплитуда на частоте настройки резко снижается, однако в системе вместо одной собственной частоты возникает две. Поэтому динамические гасители эффективны только в узком диапазоне частот вблизи частоты настройки гасителя. Изображенные на рисунке кривые **1** и **2** относятся к динамическому гасителю без демпфирования. При наличии в системе демпферов форма кривой изменяется (кривая **3**): амплитуды в зонах гашения увеличиваются, а зонах резонанса - уменьшаются.

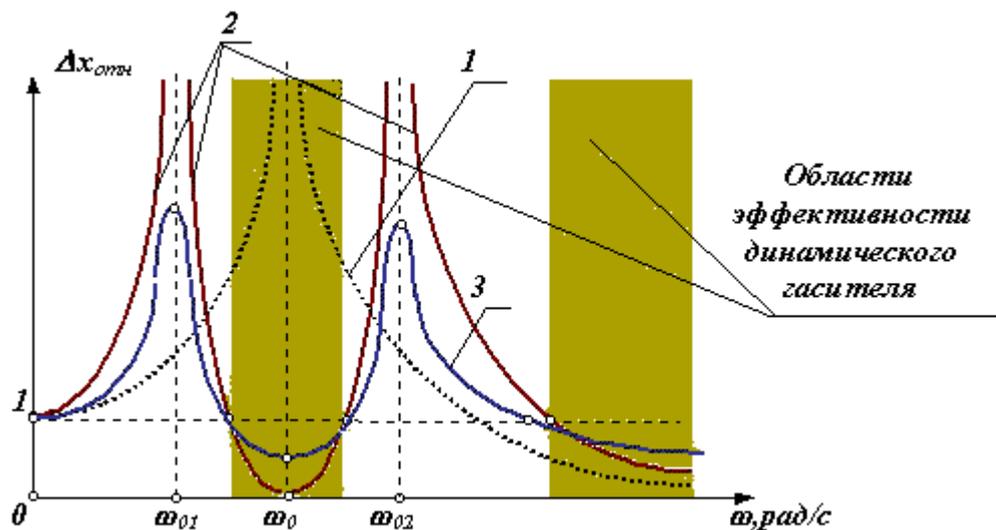


Рис. 6.5

Подробнее с вопросами виброзащиты машин можно познакомиться в учебной [12] или специальной литературе [13].

### **6.5. Трение в механизмах. Виды трения.**

Способность контактирующих поверхностей звеньев сопротивляться их относительному движению называется внешним трением.

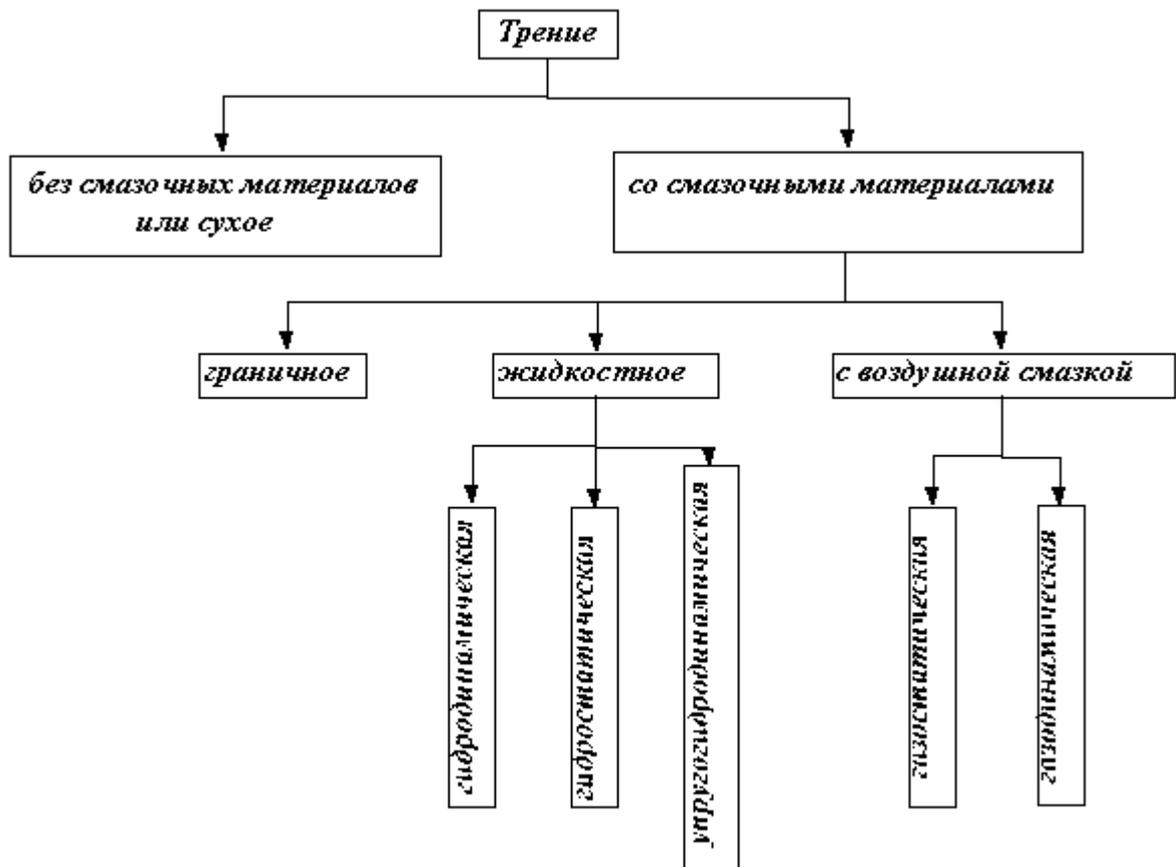
Трение обусловлено неидеальным состоянием контактирующих поверхностей (микронеровности, загрязнения, окисные пленки и т.п.) и силами межмолекулярного сцепления. Трение в кинематических парах характеризуется силами трения и моментами сил трения.

Силой трения называется касательная составляющая реакции в КП (составляющая направленная по касательной к контактирующим поверхностям), которая всегда направлена против вектора скорости относительного движения звеньев [15].

Различают следующие виды трения:

- трение покоя проявляется в момент, когда два тела находящиеся в состоянии относительного покоя начинают относительное движение (касательную составляющую возникающую в зоне контакта до возникновения относительного движения, в условиях когда она меньше силы трения покоя, будем называть силой сцепления; максимальная величина силы сцепления равна силе трения покоя);
- трение скольжения появляется в КП при наличии относительного движения звеньев; для большинства материалов трение скольжения меньше трения покоя;
- трение качения появляется в высших КП при наличии относительного вращательного движения звеньев вокруг оси или точки контакта;
- трение верчения возникает при взаимодействии торцевых поверхностей звеньев вращательных КП (подпятники).

Кроме того по наличию и виду применяемых смазочных материалов различают:



Сила трения покоя зависит от состояния контактных поверхностей звеньев, а сила трения скольжения - также и от скорости скольжения.

Определение зависимости трения скольжения от скорости возможно только в некоторых наиболее простых случаях. Пример диаграммы такой зависимости дан на рис. 6.6.

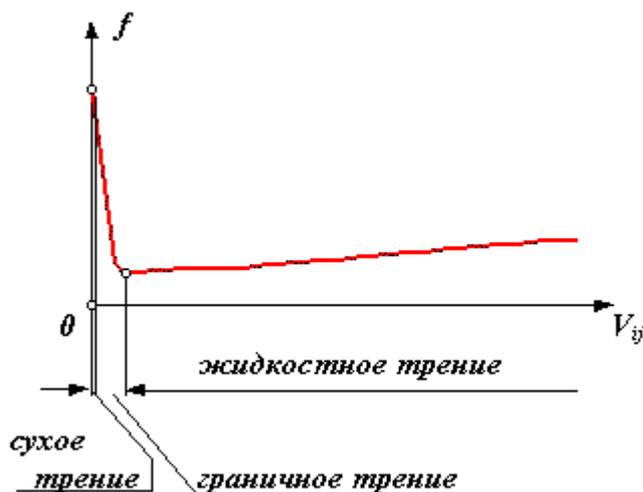


Рис. 6.6

Трение скольжения согласно закону Кулона-Амонтона пропорционально нормальной составляющей реакции в КП

$$F_{\text{нп}ij} = f \cdot F_{ij}^n$$

где  $f$  - коэффициент трения скольжения .

## 6.6. Силы в кинематических парах с учетом трения.

### 1. Поступательная КП (рис.6.7).

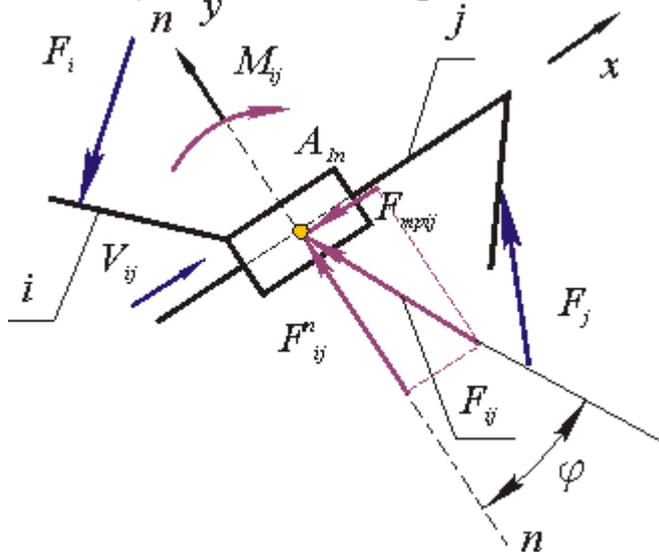


Рис. 6.7

При силовом расчете с учетом трения в поступательной КП определяются:

- реактивный момент  $M_{ij}$  ,
- величина реакции  $F_{ij}$  ;
- направление вектора  $F_{ij}$  ;

известны: точка приложения силы - геометрический центр кинематической пары  $A_{ln}$  и коэффициент трения скольжения  $f$  [15] .

Полная величина реакции в КП равна векторной сумме  $F_{ij} = F_{ij}^n + F_{ij}^t$  или  $F_{ij} = F_{ij}^n \cdot \sqrt{1+f^2}$ , где  $F_{ij}^t = F_{ij}^n \cdot \operatorname{tg} \varphi = F_{ij}^n \cdot f$  - сила трения скольжения,  $\varphi$  - угол трения,  $f$  - коэффициент трения скольжения ( $\operatorname{tg} \varphi = f$ ).

Если  $\operatorname{tg} \varphi = f = 0$ , то  $F_{ij} = F_{ij}^n$ , т.е. к решению без учета трения.

Число неизвестных в поступательной КП при силовом расчете с учетом трения увеличилось и равно  $n_s = 3$ .

### 2. Вращательная КП

Силовой расчет с учетом трения является моделью КП более высокого уровня, с большей степенью приближения модели к реальной КП. При этом известны геометрические размеры элементов КП (радиусы цапф) и коэффициент трения скольжения. Так как в реальных парах имеются зазоры, то на расчетной схеме (рис.6.8) пару представляют как высшую.

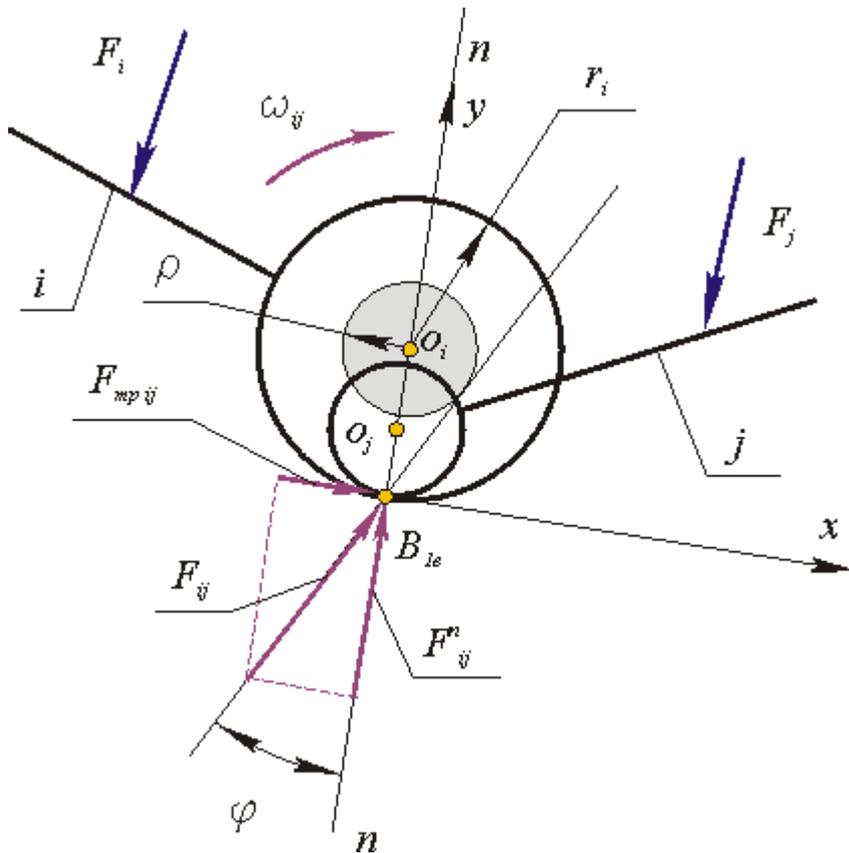


Рис. 6.8

При силовом расчете с учетом трения во вращательной КП определяются:

- направление реакции  $F_{ij}$  ;
- величина реакции  $F_{ij}$  ;
- величина силы трения  $F_{тр\ ij}$  ;

известно: линия действия нормальной составляющей проходит через центр КП точку  $B_{1e}$  , коэффициент трения скольжения , радиус цапфы  $r_i \square r_j$  .

Момент трения в КП

$$M_{тр\ ij} = F_{тр\ ij} \cdot r_i = F_{ij}^n \cdot r_i \cdot f = F_{ij} \cdot \cos \varphi \cdot r_i \cdot f = F_{ij} \cdot r_i \cdot \sin \varphi = F_{ij} \cdot \rho,$$

где  $\rho$  - радиус круга трения

$$\rho = r_i \cdot \sin \varphi \approx r_i \cdot \operatorname{tg} \varphi \approx r_i \cdot f.$$

### 3. Высшая КП.

В высшей паре два относительных движения - скольжение и перекатывание. Поэтому здесь имеют место два вида трения - трение скольжения и трение качения (рис.6.9).

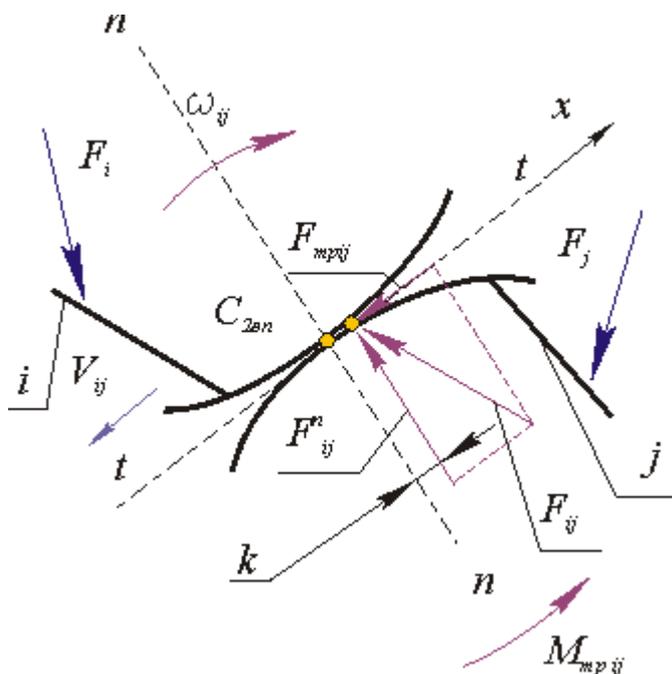


Рис. 6.9

При силовом расчете в высшей КП определяются:

- величина реакции  $F_{ij}$ ;
- направление реакции  $F_{ij}$ ;
- момент сил трения  $M_{тpij}$

известны:

- точка приложения силы - точка контакта рабочих профилей кинематической пары  $C_{2вп}$ ;
- направление нормальной составляющей  $F_{ij}^n$  - контактная нормаль к профилям (размеры и форма профилей заданы);
- направление тангенциальной составляющей  $F_{тpij}$  - касательная к профилям в точке контакта;
- коэффициенты трения качения  $k$  и скольжения  $f$ .

Полная величина реакции в КП равна векторной сумме

$$F_{ij} = F_{ij}^n + F_{тpij} \quad \text{или} \quad F_{ij} = F_{ij}^n \cdot \sqrt{1 + f^2}.$$

Число неизвестных в высшей КП при силовом расчете с учетом трения увеличилось с  $n_s = 1$  до  $n_s = 3$  (так как в паре имеется два вида трения).

### **6.7. Силовой расчет механизмов с учетом сил трения.**

Постановка задачи силового расчета: для исследуемого механизма при известных кинематических характеристиках и внешних силах, а также размерах элементов КП и величинах коэффициентов трения в них, определить уравнивающую силу или момент (управляющее силовое воздействие) и реакции в кинематических парах механизма.

Методы решения задач силового расчета с учетом трения :

- составление общей системы уравнений кинетостатики с уравнениями для расчета сил и моментов сил трения с числом уравнений соответствующим числу неизвестных;



$\varphi_{in}$ ,  $\varphi_{jn}$  и  $\varphi_{i0}$ ,  $\varphi_{j0}$  - значения угловых координат звеньев  $i$  и  $j$ , соответственно в начале и в конце цикла.

Подставим эти выражения в формулу для КПД и получим  $\eta = |A_j / A_i| = |M_{\text{ср}} \cdot \Delta\varphi_j| / |M_{\text{ср}} \cdot \Delta\varphi_i| = |M_{\text{ср}}| / |M_{\text{дср}}|$ , где  $u_{ji}$  - передаточное отношение механизма.

### 6.9. КПД механической системы при последовательном и параллельном соединении механизмов.

- При последовательном соединении (рис. 6.11) весь поток механической энергии проходит последовательно через каждый из механизмов

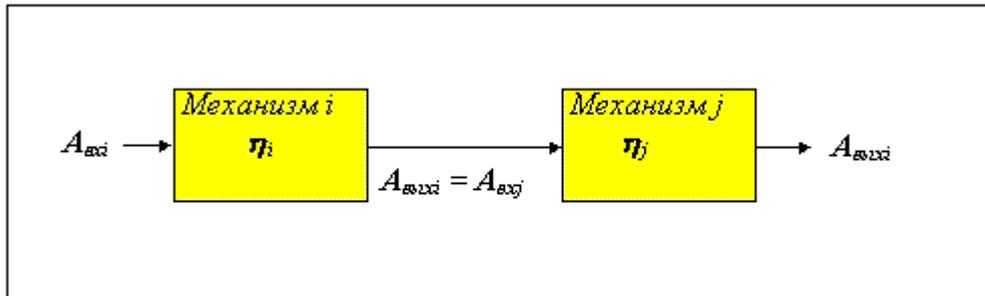


Рис. 6.11

$$\eta = |A_j / A_i| = |A_{\text{вх}j} / A_{\text{вх}i}|$$

$$\left. \begin{aligned} A_{\text{вх}j} &= A_{\text{вх}j} \cdot \eta_j = A_{\text{вх}j} \cdot \eta_j, \\ A_{\text{вх}i} &= A_{\text{вх}i} \cdot \eta_i, \end{aligned} \right\} \Rightarrow A_{\text{вх}j} = A_{\text{вх}i} \cdot \eta_i \cdot \eta_j,$$

$$\Downarrow$$

$$\eta = \eta_i \cdot \eta_j$$

- при параллельном соединении механизмов  $i$  и  $j$  (рис.6.12) поток механической энергии делится на две части: часть проходящую через механизм  $i$  обозначим  $A_i$ , а часть проходящую через механизм  $j$   $A_j$ , причем  $A_i + A_j = I$ .

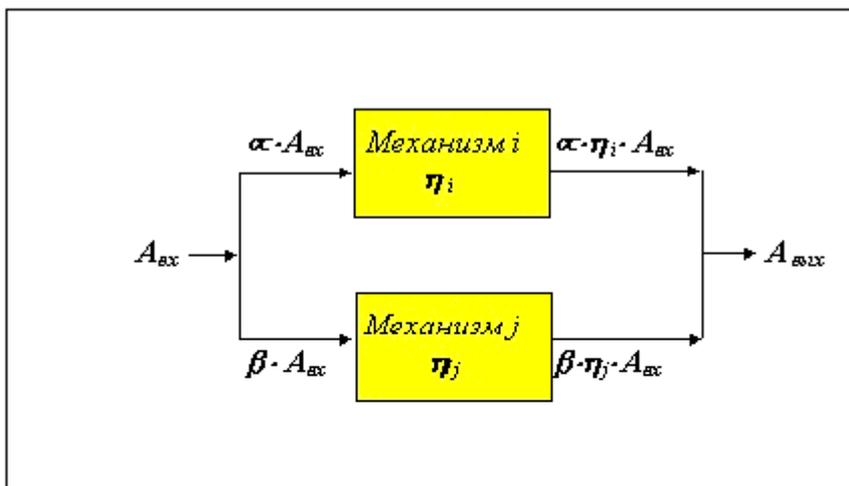


Рис. 6.12

$$\eta = |A_{\text{вых}}/A_{\text{вх}}|, \text{ где } A_{\text{вых}} = \alpha \cdot \eta_i \cdot A_{\text{вх}} + \beta \cdot \eta_j \cdot A_{\text{вх}} = (\alpha \cdot \eta_i + \beta \cdot \eta_j) \cdot A_{\text{вх}}$$

$$\eta = (\alpha \cdot \eta_i + \beta \cdot \eta_j)$$

### Контрольные вопросы.

1. Расскажите о целях и методах виброзащиты машин и механизмов ?
2. Проанализируйте силовое взаимодействие двух тел, к одному из которых приложена внешняя сила изменяющаяся по гармоническому закону ?
3. Определите область эффективности виброизолятора ?
4. Определите область эффективности динамического гасителя ?
5. Как осуществляется настройка динамического гасителя ?
6. Дайте определение процесса трения, перечислите виды трения ?
7. Изобразите силовую картину в плоской кинематической паре (вращательной, поступательной и высшей) при учете трения ?
8. Опишите особенности силового расчета механизмов при учете трения ?
9. Что называют коэффициентом полезного действия механической системы.
10. Как определяется КПД механической системы при последовательном и параллельном соединении элементов ?

## **7. Динамика механизмов при учете податливости звеньев**

### **7.1. Задачи динамики механизмов с учетом податливости звеньев.**

Звенья реальных механизмов под действием сил и моментов деформируются. При этом точки или сечения этих звеньев имеют относительные перемещения, которые влияют на их закон движения.

Динамические модели реальных механизмов, учитывающие податливость звеньев делятся на дискретные модели и модели с распределенными параметрами. Дискретные модели как более простые применяются чаще. В этих моделях инерционные параметры рассматриваются как сосредоточенные в точках или сечениях звена, а податливость звена представляется как упругая связь (упругая кинематическая пара) между этими массами или моментами инерции.

К основным задачам динамики механизмов с упругими звеньями можно отнести:

- определение резонансных режимов работы механической системы и устранение их изменением ее динамических параметров;
- снижение виброактивности системы, уровня возбуждаемых ей звуковых (и других) колебаний;
- повышение динамической точности;
- применения вибраций или колебаний для выполнения технологических операций;
- другие задачи.

Эти задачи решаются на базе общих методов исследования динамики линейных и нелинейных механических систем. Каждая из рассматриваемых задач может быть сформулирована как прямая (задача анализа) или как обратная (задача синтеза). В прямых задачах динамики при известных динамических параметрах системы определяют закон ее движения и другие характеристики. В обратных задачах (задачах синтеза системы) - по заданным параметрам закона движения, частотам или формам колебаний определяются динамические или конструктивные параметры системы - массы, жесткости, коэффициенты демпфирования, внешние силы и другое.

Решение обратной задачи или задачи синтеза более сложно, так как часто она имеет множество допустимых решений, из которых необходимо выбрать оптимальное.

### **7.2. Виды механических колебаний.**

Механическими колебаниями (или просто колебаниями) называется такое движение механической системы при котором обобщенные координаты и их производные изменяются во времени периодически возрастая или убывая.

Различают следующие виды механических колебаний:

- свободные или собственные колебания - происходящие без переменного внешнего воздействия и поступления энергии извне;

- периодические - при которых значения обобщенной координаты и ее производных циклически повторяются (если это условие не выполняется, то колебания аperiodические);
- вынужденные - вызываемые и поддерживаемые переменной во времени внешней силой;
- параметрические - вызываемые изменением во времени динамических параметров системы ( жесткости, массы или момента инерции, демпфирования и др.);
- автоколебания - стационарные колебания возбуждаемые и поддерживаемые за счет энергии поступающей от источника неколебательного характера, в которой поступление энергии регулируется движением самой системы;
- другие виды колебаний.

### **7.3 Динамическая модель системы с упругими связями.**

Динамическая модель- математическая модель, которая отражает изменение рассматриваемого явления во времени. При формировании модели некоторыми свойствами объекта пренебрегают (эти свойства называются допущениями), другие свойства сохраняют неизменными (эти свойства называются критериями адекватности модели исследуемому объекту). В данном случае критериями адекватности являются:

- кинетические и потенциальные энергии, которыми обладают звенья и упругие элементы объекта, равны кинетической и потенциальной энергии соответствующих элементов модели;
- работы внешних сил и моментов для объекта и модели равны;
- звенья модели (без учета их деформации) должны двигаться с одной частотой или скоростью.

При формировании дискретной динамической модели принимаем следующие допущения:

- деформация упругих связей линейна и подчиняется закону Гука;
- инерционные свойства звеньев отображаются сосредоточенными в точках массами или сосредоточенными в сечении моментами инерции;
- упругие связи между этими массами и моментами инерции считаем безинерционными;
- влиянием нерезонансных частот при резонансе пренебрегаем;
- потери энергии при деформации упругих связей не учитываем.

#### **7.3.1. Двухмассовая модель привода с упругими связями.**

Рассмотрим механическую систему (рис.7.1), состоящую из двигателя **1**, редуктора и исполнительного устройства **2**.

На рис. 7.1 приняты следующие обозначения:

$I_1$  и  $I_2^*$  - моменты инерции соответственно ротора двигателя и исполнительного устройства,  $c_1$  и  $c_2^*$  - крутильные жесткости соответственно входного и выходного валов,  $M_d$  и  $M_c$  - моменты движущих сил и сил

сопротивления, угловые координаты:  $\varphi_1$  - ротора двигателя,  $\varphi_1'$  - шестерни редуктора,  $\varphi_2'$  - колеса редуктора и  $\varphi_2^*$  - исполнительного устройства.

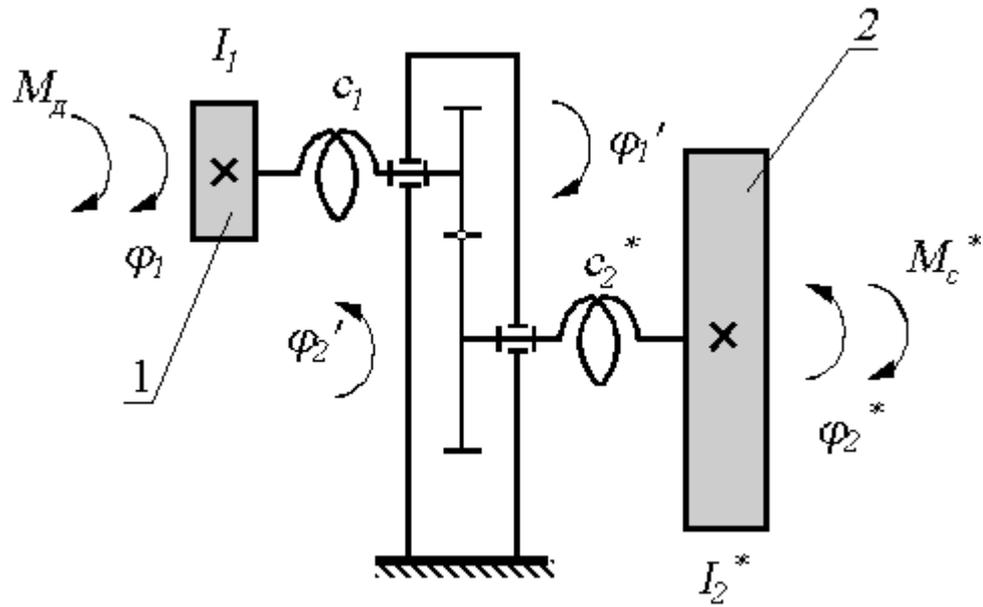


Рис. 7.1

Согласно принятым допущениям приведем движения всех подвижных звеньев системы к движению с частотой (или скоростью) вала двигателя. Для этого определим приведенные жесткости, моменты и моменты инерции. При этом жесткости приводятся из условия равенства потенциальных энергий деформации, моменты - из условия равенства работ, моменты инерции - из равенства кинетических энергий. Для нашего примера:

Передаточное отношение редуктора:

$$u_{12} = \varphi_1' / \varphi_2'$$

Теорема о изменении кинетической энергии:

$$A_{\Sigma} = \Delta T + \Delta \Pi,$$

где

$$\Delta T = I_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2 / 2 + I_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2 / 2 - T_{нач} - \text{изменение кинетической энергии системы,}$$

$$\Delta \Pi = c \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)^2 / 2 - \Pi_{нач} - \text{изменение потенциальной энергии системы,}$$

$A_{\Sigma}$  - работа внешних сил.

Приведенный момент инерции исполнительного устройства

$$I_2 = I_2^* / u_{12}^2.$$

Приведенная крутильная жесткость выходного вала

$$c_2 = c_2^* / u_{12}^2.$$

Приведенная угловая координата исполнительного устройства

$$\varphi_2 = \varphi_2^* / u_{12}.$$

Приведенный момент сопротивления на валу исполнительного устройства  
 $M_c = M_c^* \cdot u_{12}.$

После приведения к одной частоте вращения расчетная схема динамической модели примет вид, изображенный на рис.7.2.

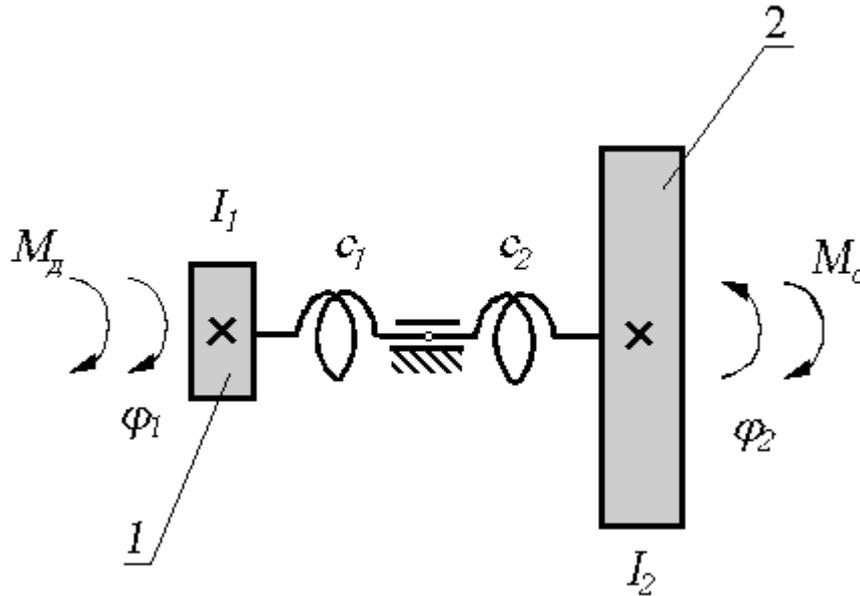


Рис. 7.2

Два последовательно соединенных элемента системы можно заменить одним эквивалентным, при этом суммируются податливости этих элементов

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}, \quad c = \frac{c_1 \cdot c_2}{c_1 + c_2}.$$

Окончательно расчетная схема принимает вид:

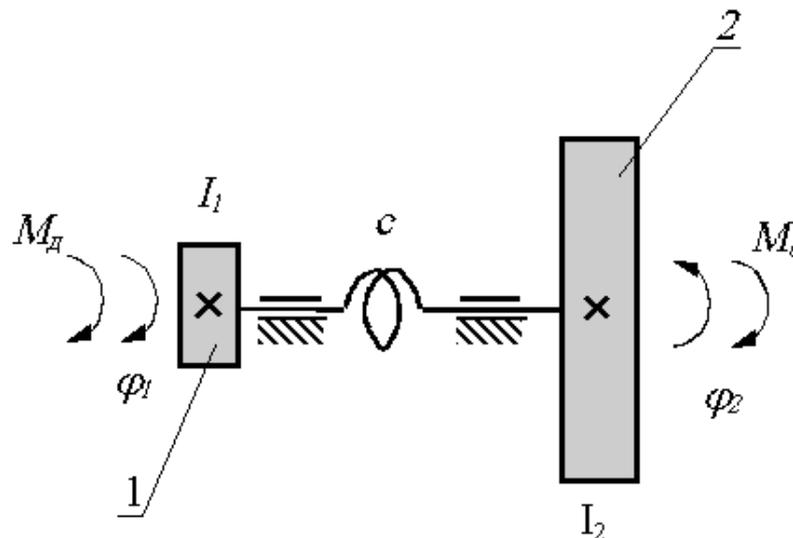


Рис. 7.3

### 7.3.2. Определение закона движения динамической модели.

Положение звеньев динамической модели определяется двумя обобщенными координатами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ . Уравнения движения динамической модели запишем в виде условий кинетостатического равновесия звеньев 1 и 2:

$$\begin{aligned} I_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 + c \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) &= M_\delta, \\ I_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 - c \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) &= -M_c. \end{aligned} \quad (7.1)$$

Разделим первое уравнение системы на  $I_1$ , а второе - на  $I_2$ , и получим:

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}_1 + \frac{c}{I_1} \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) &= \frac{M_\delta}{I_1}, \\ \ddot{\varphi}_2 - \frac{c}{I_2} \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) &= -\frac{M_c}{I_2}. \end{aligned} \quad (7.2)$$

Преобразуем уравнения системы следующим образом. Вычтем из первого уравнения (7.2) второе, а затем просуммируем уравнения (7.1) [11]. Тогда системы уравнений запишется в следующем виде:

$$\begin{aligned} (\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_2) + c \left( \frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) &= \frac{M_\delta}{I_1} + \frac{M_c}{I_2}, \\ I_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 + I_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 &= M_\delta - M_c. \end{aligned} \quad (7.3)$$

Обозначим деформацию упругой связи  $\varphi_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$ . Ее вторая производная по времени  $\ddot{\varphi}_{12} = \ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_2$ , откуда  $\ddot{\varphi}_1 = \ddot{\varphi}_{12} + \ddot{\varphi}_2$ . Обозначим также:

$$\frac{1}{I} = \frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \quad \text{или} \quad I = \frac{I_1 \cdot I_2}{I_1 + I_2} \quad \text{и} \quad I_\Sigma^{\text{нр}} = I_1 + I_2.$$

Подставим эти обозначения в (7.3) и получим:

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}_{12} + \frac{c}{I} \cdot \varphi_{12} &= \frac{M_\delta}{I_1} + \frac{M_c}{I_2}, \\ I_\Sigma^{\text{нр}} \cdot \ddot{\varphi}_1 - I_2 \cdot \ddot{\varphi}_{12} &= M_\delta - M_c. \end{aligned} \quad (7.4)$$

### 7.3.3. Упругие вынужденные колебания в системе.

Первое уравнение системы содержит только координату деформации упругой связи  $\varphi_{12}$  и описывает упругие колебания в системе, второе включает и координату связанную с движением системы без деформации  $\varphi_1$ .

Рассмотрим решение первого уравнения системы при следующих исходных данных:

$$M_\delta = \text{const}, \quad M_c = M_{c0} + \tilde{M}_c \cdot \sin \nu t$$

С учетом этого первое уравнение системы (7.4) запишется так:

$$\ddot{\varphi}_{12} + \frac{c}{I} \cdot \varphi_{12} = \frac{M_\delta}{I_1} + \frac{M_{c0}}{I_2} + \frac{\tilde{M}_c}{I_2} \cdot \sin \nu t \quad (7.5)$$

Введем следующие обозначения

$$p^2 = \frac{c}{I}, \quad \varepsilon_0 = \frac{M_\delta}{I_1} + \frac{M_{c0}}{I_2}, \quad \tilde{\varepsilon}_c = \frac{\tilde{M}_c}{I_2},$$

а также:  $\varphi_{12} = q + \frac{\varepsilon_0}{p^2}$  и  $\ddot{\varphi}_{12} = \ddot{q}$ , и подставим в (7.5):

$$\ddot{q} + p^2 \cdot q = \tilde{\varepsilon}_c \cdot \sin \nu \cdot t \quad (7.6)$$

Решение этого уравнения при  $p \neq \nu$  и начальных условиях  $t = 0, q = q_0, \dot{q} = \dot{q}_0$ :

$$q = q_0 \cdot \cos p \cdot t + \frac{\dot{q}_0}{p} \cdot \sin p \cdot t - \frac{\tilde{\varepsilon}_c \cdot \nu}{p \cdot (p^2 - \nu^2)} \cdot \sin p \cdot t + \frac{\tilde{\varepsilon}_c}{p^2 - \nu^2} \cdot \sin \nu \cdot t \quad (7.7)$$

где:

$q_0 \cdot \cos p \cdot t + \frac{\dot{q}_0}{p} \cdot \sin p \cdot t$  - свободные колебания с частотой  $p$ ,  
 $\frac{\tilde{\varepsilon}_c \cdot \nu}{p \cdot (p^2 - \nu^2)} \cdot \sin p \cdot t$  - гармонические колебания с частотой  $p$  и с амплитудой зависящей от  $\tilde{\varepsilon}_c$ ,  
 $\frac{\tilde{\varepsilon}_c}{p^2 - \nu^2} \cdot \sin \nu \cdot t$  - вынужденные колебания с частотой возмущающей силы  $\nu$ .

### 7.3.4. Определение собственных частот колебаний системы.

Рассмотрим свободные колебания рассматриваемой системы, то есть положим  $M_\delta = 0$  и  $M_c = 0$ . Тогда система составленная из первого уравнения (7.4) и второго уравнения (7.3) запишется так:

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}_{12} + \frac{c}{I} \cdot \varphi_{12} &= 0 \\ I_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 + I_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 &= 0 \end{aligned} \quad (7.8)$$

Ищем решение этой системы в виде:

$$\varphi_i = \varphi_{i0} \cdot \sin p \cdot t$$

Для этого дифференцируем это выражение два раза:

$$\ddot{\varphi}_i = -\varphi_{i0} \cdot p^2 \cdot \sin p \cdot t$$

и подставляем в систему (7.8):

$$\left(-p^2 + \frac{c}{I}\right) \cdot \varphi_{120} \cdot \sin p \cdot t = 0$$

$$-(I_1 \cdot \varphi_{10} + I_2 \cdot \varphi_{20}) \cdot p^2 \cdot \sin p \cdot t = 0$$

Из первого уравнения если  $\varphi_{120} \neq 0$ , то  $\left(-p^2 + \frac{c}{I}\right) = 0$  и  $p_{1,2} = \sqrt{\frac{c}{I}}$ .

Из второго уравнения если  $(I_1 \cdot \ddot{\varphi}_{10} + I_2 \cdot \ddot{\varphi}_{20}) \neq 0$ , то  $p^2 = 0$  и  $p_{3,4} = 0$ .  
Нулевые частоты соответствуют движению системы без деформации.

### 7.3.5. Определение форм колебаний.

При деформации системы ее собственная частота не равна нулю  $p \neq 0$ .

Тогда  $I_1 \cdot \varphi_{10} + I_2 \cdot \varphi_{20} = 0$  и  $\frac{\varphi_{10}}{\varphi_{20}} = -\frac{I_2}{I_1}$ . Если принять  $\varphi_{10} = 1$ , то  $\varphi_{20} = -\frac{I_2}{I_1}$  и эпюра угловых координат по длине упругой связи будет иметь следующий вид:

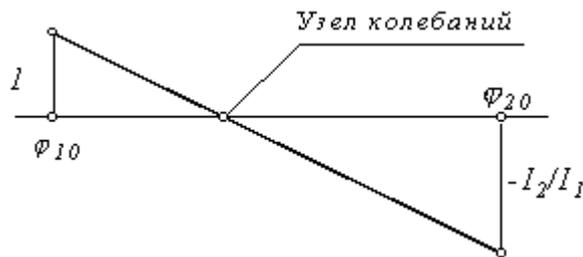


Рис. 7.4

При движении системы без деформации собственная частота колебаний равна нулю  $p = 0$ . Тогда  $\left(-p^2 + \frac{c}{I}\right) \neq 0$ ,  $\varphi_{120} = 0$  и  $\varphi_{10} = \varphi_{20} = 1$ . Эпюра угловых координат для движения без деформации показана на рис.7.5.

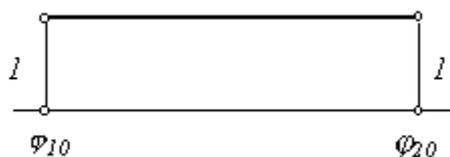
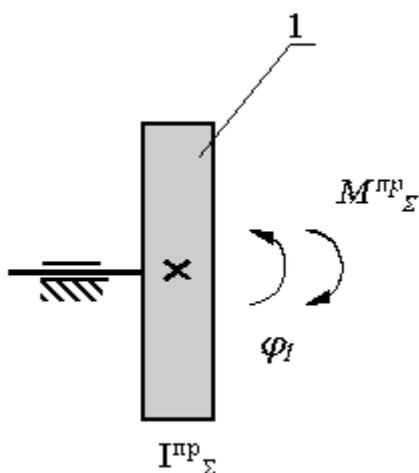


Рис. 7.5

**Пример для системы без упругих связей.**

Если в рассмотренной модели принять  $c_1$  и  $c_2$  стремятся к бесконечности, то  $\dot{\varphi}_2$  стремится к  $\dot{\varphi}_2^*$  и  $\dot{\varphi}_1$  стремится к  $\dot{\varphi}_1$ . Расчетная схема этой динамической модели приведена на рис. 7.6, где:



$I^{np\Box}$  - приведенный суммарный момент инерции

$$I_{\Sigma}^{np} = I_1 + I_2^* \cdot \frac{1}{u_{12}} ;$$

$M^{np\Box}$  - приведенный суммарный момент внешних сил

$$M_{\Sigma}^{np} = M_{\delta} + M_c \cdot \frac{1}{u_{12}} ;$$

$\Delta T$  - изменение кинетической энергии

$$\Delta T = A_{\Sigma} .$$

Уравнение движения для этой модели:

$$I_{\Sigma}^{np} \cdot \ddot{\varphi}_1 = M_{\Sigma}^{np} .$$

Рис. 7.6

**7.4. Моделирование динамических процессов в приводе с упругими связями.**

Рассмотренные выше уравнения движения механической системы можно использовать при моделировании поведения этой системы при различных значениях ее параметров. Ниже (на рис. 7.7) приведены результаты исследования влияния жесткости  $c$  на неравномерность вращения  $\Delta\phi$ , момент в приводе  $M_n$  и на динамическую ошибку  $\Delta M$  [10].

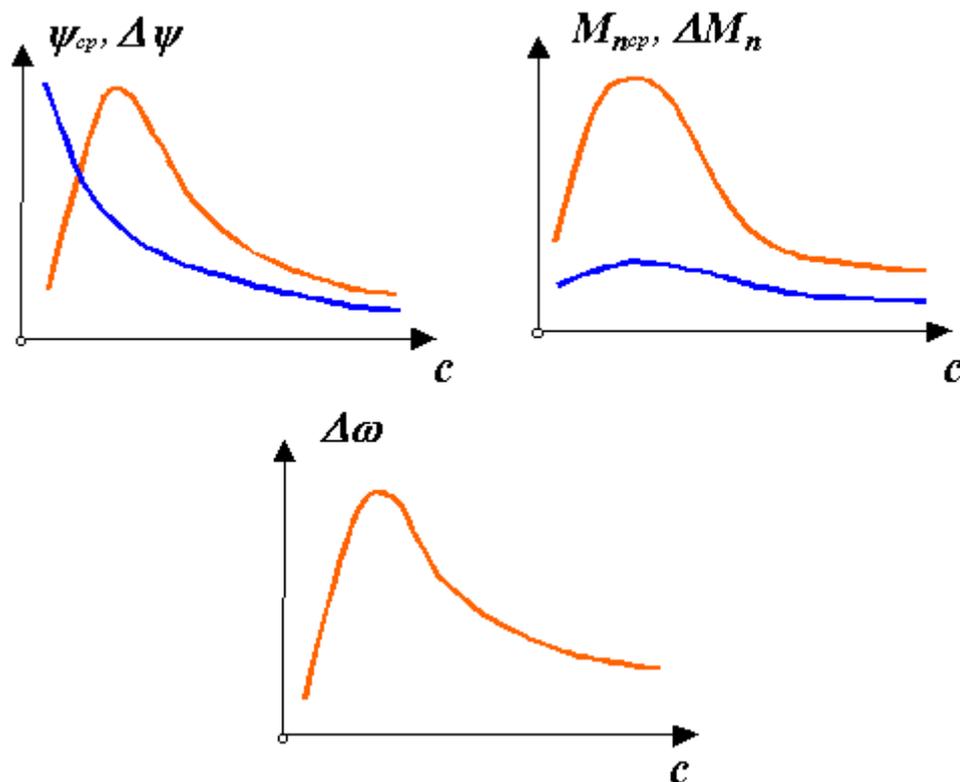


Рис. 7.7

### **Контрольные вопросы к лекции 21.**

1. Какие задачи решаются в разделе курса ТММ - динамика механизмов с упругими звеньями ?
2. Какой процесс в механических системах называют колебаниям, перечислите виды механических колебаний ?
3. Какие параметры механической системы являются критериями адекватности динамической модели ?
4. Какие допущения принимают при формировании динамической модели ?
5. Как параметры системы приводятся к параметрам динамической модели ?
6. На какие составляющие можно разложить закон движения динамической модели при вынужденных колебаниях ?
7. Как определяются собственные частоты колебаний системы ?
8. Какие формы колебаний существуют в двухмассной механической системе.
9. Какие параметры системы исследуются при моделировании динамических процессов ?

## 8. Промышленные роботы и манипуляторы

**Промышленный робот** - автоматическая машина, состоящая из манипулятора и устройства программного управления его движением, предназначенная для замены человека при выполнении основных и вспомогательных операций в производственных процессах [16].

**Манипулятор** - совокупность пространственного рычажного механизма и системы приводов, осуществляющая под управлением программируемого автоматического устройства или человека-оператора действия (манипуляции), аналогичные действиям руки человека.

### 8.1. Назначение и область применения.

Промышленные роботы предназначены для замены человека при выполнении основных и вспомогательных технологических операций в процессе промышленного производства. При этом решается важная социальная задача - освобождения человека от работ, связанных с опасностями для здоровья или с тяжелым физическим трудом, а также от простых монотонных операций, не требующих высокой квалификации.

Гибкие автоматизированные производства, создаваемые на базе промышленных роботов, позволяют решать задачи автоматизации на предприятиях с широкой номенклатурой продукции при мелкосерийном и штучном производстве. Копирующие манипуляторы, управляемые человеком-оператором, необходимы при выполнении различных работ с радиоактивными материалами. Кроме того, эти устройства незаменимы при выполнении работ в космосе, под водой, в химически активных средах.

Таким образом, промышленные роботы и копирующие манипуляторы являются важными составными частями современного промышленного производства.

### 8.2. Классификация промышленных роботов.

Промышленные роботы классифицируются по следующим признакам:

- по характеру выполняемых технологических операций
  - основные;
  - вспомогательные;
  - универсальные;
- по виду производства
  - литейные;
  - сварочные;
  - кузнечно-прессовые;
  - для механической обработки;
  - сборочные;
  - окрасочные;
  - транспортно-складские;

- по системе координат руки манипулятора
  - прямоугольная;
  - цилиндрическая;
  - сферическая;
  - сферическая угловая (ангулярная);
  - другие;
- по числу подвижностей манипулятора;
- по грузоподъемности
  - сверхлегкие (до 10 Н);
  - легкие (до 100 Н);
  - средние (до 2000 Н);
  - тяжелые (до 10000 Н);
  - сверхтяжелые (свыше 10000 Н);
- по типу силового привода
  - электромеханический;
  - пневматический;
  - гидравлический;
  - комбинированный;
- по подвижности основания
  - мобильные;
  - стационарные;
- по виду программы
  - с жесткой программой;
  - перепрограммируемые;
  - адаптивные;
  - с элементами искусственного интеллекта;
- по характеру программирования
  - позиционное;
  - контурное;
  - комбинированное.

### **8.3. Принципиальное устройство промышленного робота.**

Манипулятор промышленного робота по своему функциональному назначению должен обеспечивать движение выходного звена и, закрепленного в нем, объекта манипулирования в пространстве по заданной траектории и с заданной ориентацией. Для полного выполнения этого требования основной рычажный механизм манипулятора должен иметь не менее шести подвижностей, причем движение по каждой из них должно быть управляемым.

Промышленный робот с шестью подвижностями является сложной автоматической системой. Эта система сложна как в изготовлении, так и в эксплуатации. Поэтому в реальных конструкциях промышленных роботов часто используются механизмы с числом подвижностей менее шести.

Наиболее простые манипуляторы имеют три, реже две, подвижности. Такие манипуляторы значительно дешевле в изготовлении и эксплуатации, но предъявляют специфические требования к организации рабочей среды. Эти требования связаны с заданной ориентацией объектов манипулирования относительно механизма робота. Поэтому оборудование должно располагаться относительно такого робота с требуемой ориентацией.

Рассмотрим для примера структурную и функциональную схемы промышленного робота с трехподвижным манипулятором. Основной механизм руки манипулятора состоит из неподвижного звена 0 и трех подвижных звеньев 1, 2 и 3 (рис.8.1).

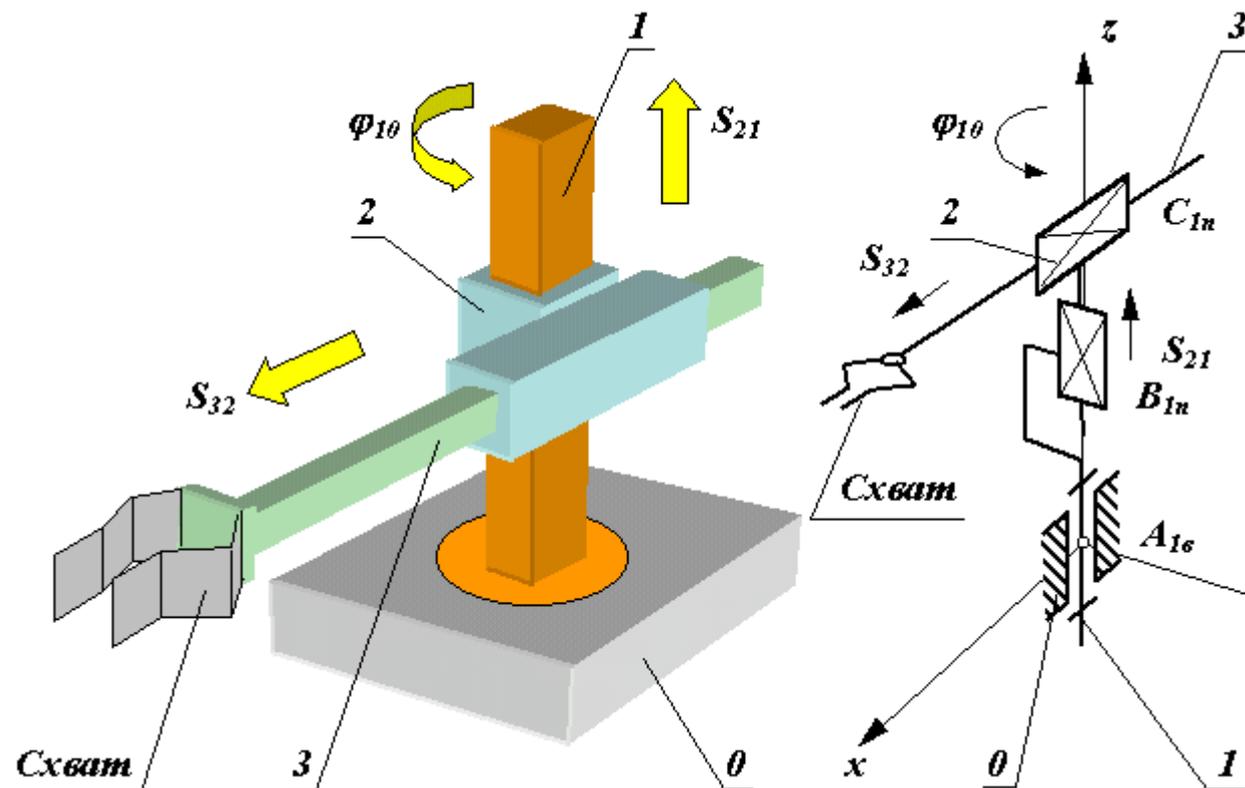


Рис. 8.1

Механизм этого манипулятора соответствует цилиндрической системе координат. В этой системе звено 1 может вращаться относительно звена 0 (относительное угловое перемещение  $\varphi_{10}$ ), звено 2 перемещается по вертикали относительно звена 1 (относительное линейное перемещение  $S_{21}$ ) и звено 3 перемещается в горизонтальной плоскости относительно звена 2 (относительное линейное перемещение  $S_{32}$ ). На конце звена 3 укреплено захватное устройство или схват, предназначенный для захвата и удержания объекта манипулирования при работе манипулятора.

Звенья основного рычажного механизма манипулятора образуют между собой три одноподвижные кинематические пары (одну вращательную А и две поступательные В и С) и могут обеспечить перемещение объекта в пространстве без управления его ориентацией. Для выполнения каждого из трех относительных движений манипулятор должен быть оснащен

приводами, которые состоят двигателей с редуктором и системы датчиков обратной связи. Так как движение объекта осуществляется по заданному закону движения, то в системе должны быть устройства сохраняющие и задающие программу движения, которые назовем программоносителями. При управлении от ЭВМ такими устройствами могут быть дискеты, диски CD, магнитные ленты и др. Преобразование заданной программы движения в сигналы управления двигателями осуществляется системой управления. Эта система включает ЭВМ, с соответствующим программным обеспечением, цифроаналоговые преобразователи и усилители.

Система управления, в соответствии с заданной программой, формирует и выдает на исполнительные устройства приводов (двигатели) управляющие воздействия  $u_i$ . При необходимости она корректирует эти воздействия по сигналам  $\Delta x_i$ , которые поступают в нее с датчиков обратной связи. Функциональная схема промышленного робота приведена на рис. 8.2.

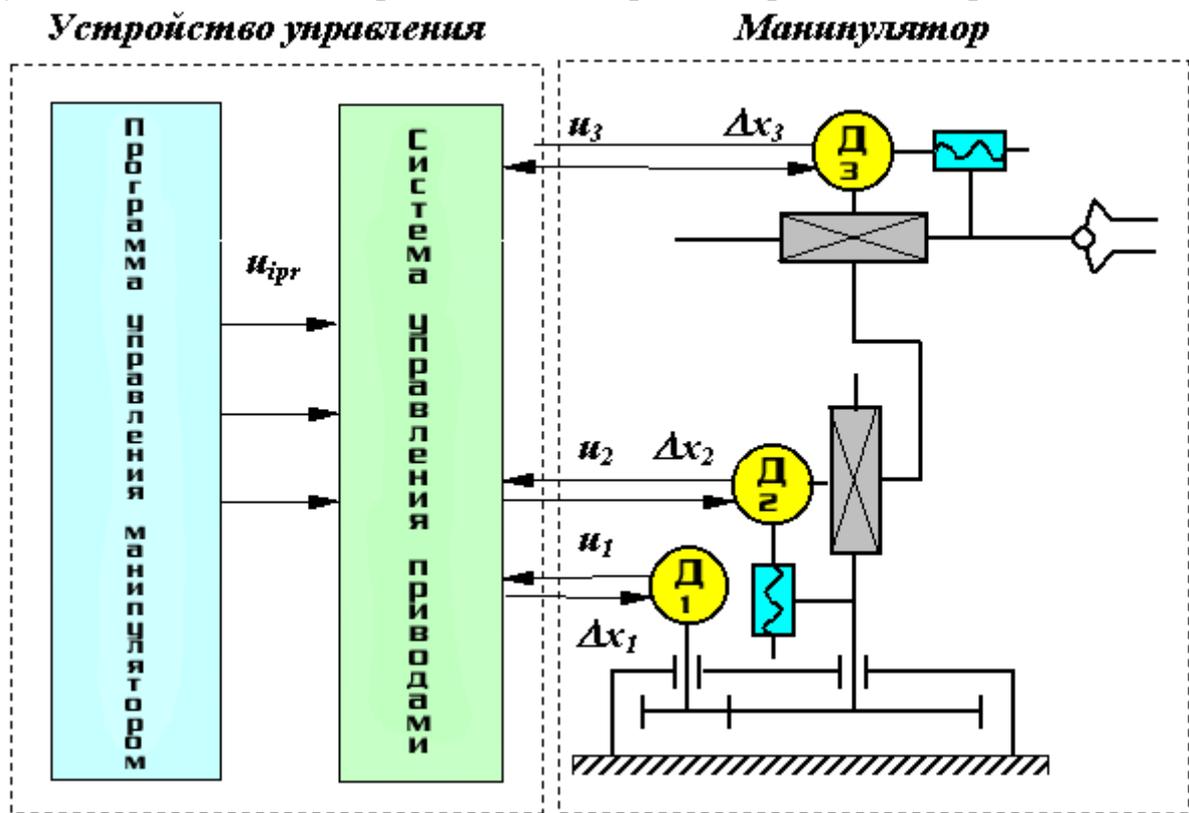


Рис. 8.2

**8.4. Основные понятия и определения. Структура манипуляторов. Геометро-кинематические характеристики.**

*Формула строения* - математическая запись структурной схемы манипулятора, содержащая информацию о числе его подвижностей, виде кинематических пар и их ориентации относительно осей базовой системы координат (системы, связанной с неподвижным звеном).

Движения, которые обеспечиваются манипулятором делятся на:

- *глобальные* (для роботов с подвижным основанием) - движения стойки манипулятора, которые существенно превышают размеры механизма;
- *региональные* (транспортные) - движения, обеспечиваемые первыми тремя звеньями манипулятора или его "рукой", величина которых сопоставима с размерами механизма;
- *локальные* (ориентирующие) - движения, обеспечиваемые звеньями манипулятора, которые образуют его "кисть", величина которых значительно меньше размеров механизма.

В соответствии с этой классификацией движений, в манипуляторе можно выделить два участка кинематической цепи с различными функциями: механизм руки и механизм кисти. Под "рукой" понимают ту часть манипулятора, которая обеспечивает перемещение центра схвата - точки М (региональные движения схвата); под "кистью" - те звенья и пары, которые обеспечивают ориентацию схвата (локальные движения схвата).

Рассмотрим структурную схему антропоморфного манипулятора, то есть схему которая в первом приближении соответствует механизму руки человека (рис.8.3).

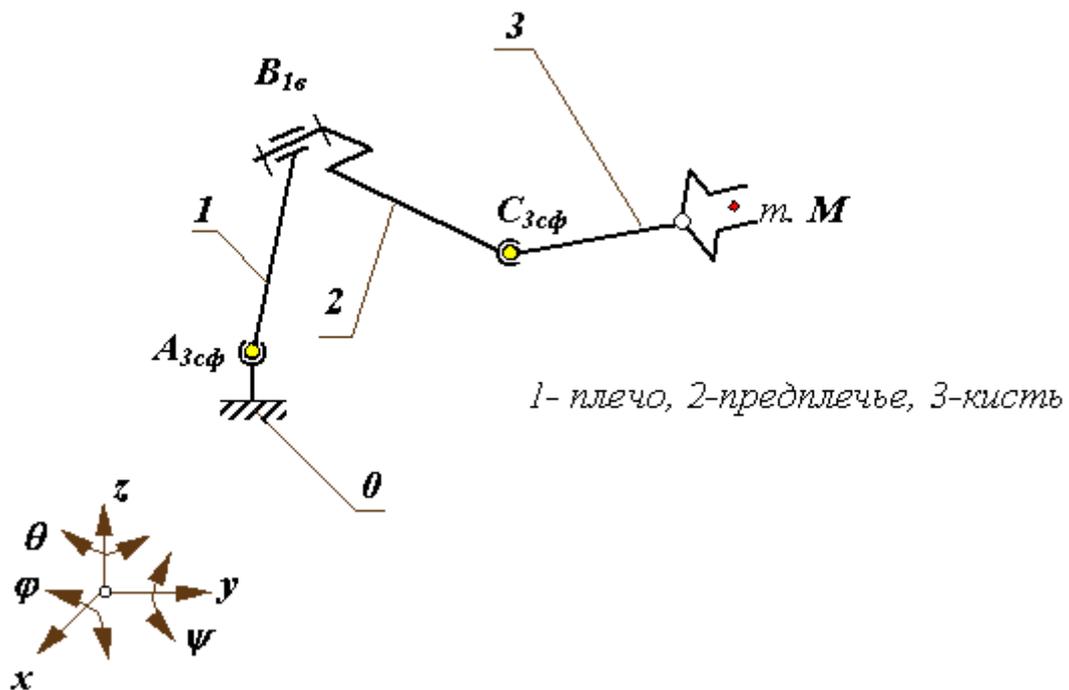


Рис. 8.3

Этот механизм состоит из трех подвижных звеньев и трех кинематических пар: двух трехподвижных сферических  $A_{3сф}$  и  $C_{3сф}$  и одной одноподвижной вращательной  $B_{1в}$ .

Кинематические пары манипулятора характеризуются: именем или обозначением КП - заглавная буква латинского алфавита (А,В,С и т.д.); звеньями, которые образуют пару (0/1,1/2 и т.п.); относительным движением звеньев в паре ( для одноподвижных пар - вращательное, поступательное и винтовое); подвижностью КП (для низших пар от 1 до 3, для высших пар от 4

до 5); осью ориентации оси КП относительно осей базовой или локальной системы координат.

**Рабочее пространство манипулятора** - часть пространства, ограниченная поверхностями огибающими к множеству возможных положений его звеньев.

**Зона обслуживания манипулятора** - часть пространства соответствующая множеству возможных положений центра схвата манипулятора. Зона обслуживания является важной характеристикой манипулятора. Она определяется структурой и системой координат руки манипулятора, а также конструктивными ограничениями наложенными относительно перемещения звеньев в КП.

**Подвижность манипулятора  $W$**  - число независимых обобщенных координат однозначно определяющее положение схвата в пространстве.

$$W = 6 \cdot n - \sum_{i=1}^5 (6 - i) \cdot p_i$$

или для незамкнутых кинематических цепей:

$$W = \sum_{i=1}^5 i \cdot p_i$$

**Маневренность манипулятора  $M$**  - подвижность манипулятора при зафиксированном (неподвижном) схвате.

$$M = W - 6$$

Возможность изменения ориентации схвата при размещении его центра в заданной точке зоны обслуживания характеризуется углом сервиса - телесным углом  $\varphi$ , который может описать последнее звено манипулятора (звено на котором закреплен схват) при фиксации центра схвата в заданной точке зоны обслуживания.

$$\psi = f_c / l_{cm}^2$$

где:  $f_c$  - площадь сферической поверхности, описываемая точкой С звена 3,  $l_{cm}$  - длина звена 3.

Относительная величина  $k$ , называется коэффициентом сервиса. Для манипулятора, изображенного на рис.8.4,

подвижность манипулятора:

$$W = 6 * 3 - (3 * 2 - 5 * 1) = 18 - 11 = 7;$$

маневренность:

$$M = 7 - 6 = 1;$$

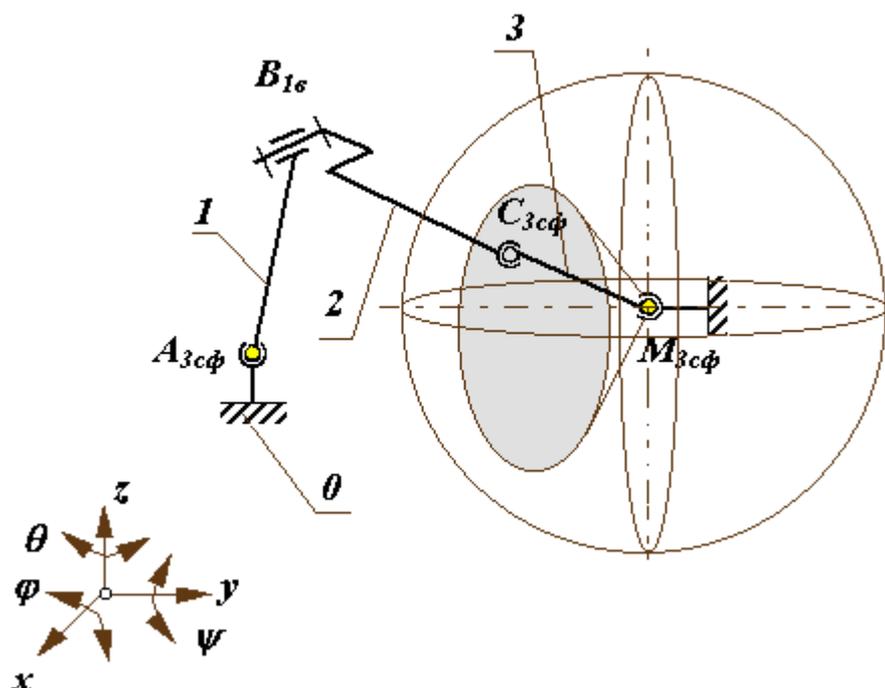


Рис. 8.4

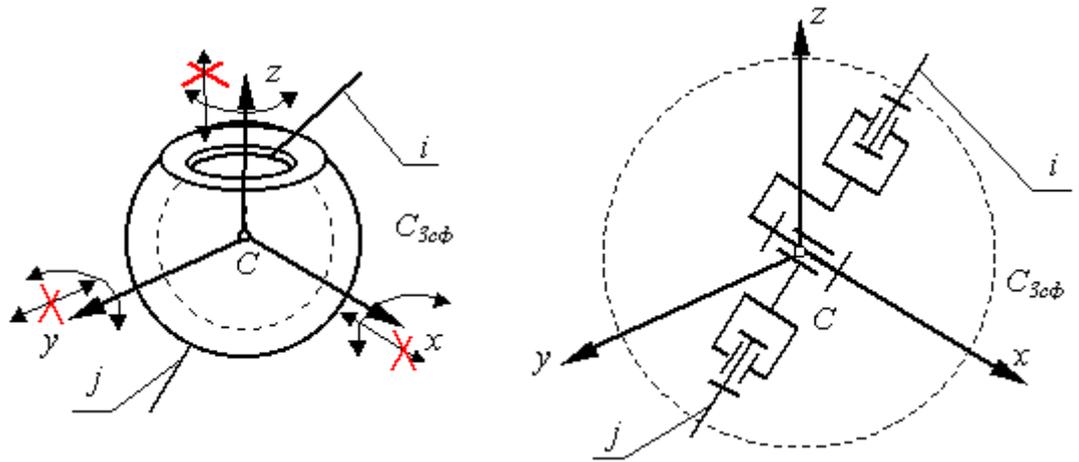
Структура кинематической цепи манипулятора должна обеспечивать требуемое перемещение объекта в пространстве с заданной ориентацией. Для этого необходимо, чтобы схват манипулятора имел возможность выполнять движения минимум по шести координатам: трем линейным и трем угловым. Рассмотрим на объекте манипулирования точку  $M$ , которая совпадает с центром схвата. Положение объекта в неподвижной (базовой) системе координат  $Ox_0y_0z_0$  определяется радиусом-вектором точки  $M$  и ориентацией единичного вектора  $\bar{A}$  с началом в этой точке. В математике положение точки в пространстве задается в одной из трех систем координат:

- прямоугольной декартовой с координатами  $x_M, y_M, z_M$ ;
- цилиндрической с координатами  $r_{sM}, y_M, z_M$ ;
- сферической с координатами  $r_M, y_M, z_M$ .

Ориентация объекта в пространстве задается углами  $\varphi$ ,  $\phi$  и  $\theta$ , которые вектор ориентации  $\bar{A}$  образует с осями базовой системы координат. На рис.



виды систем координат для руки манипулятора, которые приведены в таблице 19.1. Здесь даны примеры структурных схем механизмов соответствующие системам координат. Структурные схемы механизмов кисти, применяемые в манипуляторах, даны в таблице 19.2. Присоединяя к выходному звену руки тот или иной механизм кисти, можно получить большинство известных структурных схем манипуляторов, которые применяются в реальных промышленных роботах.



Сферическая кинематическая пара

Эквивалентное соединение

кинематическое

Рис. 8.6

Системы координат "руки" манипулятора.

Таблица 8.1

<p>Прямоугольная (декартова)</p>	<p>Цилиндрическая</p>
<p>Сферическая</p>	<p>Угловая (ангулярная)</p>

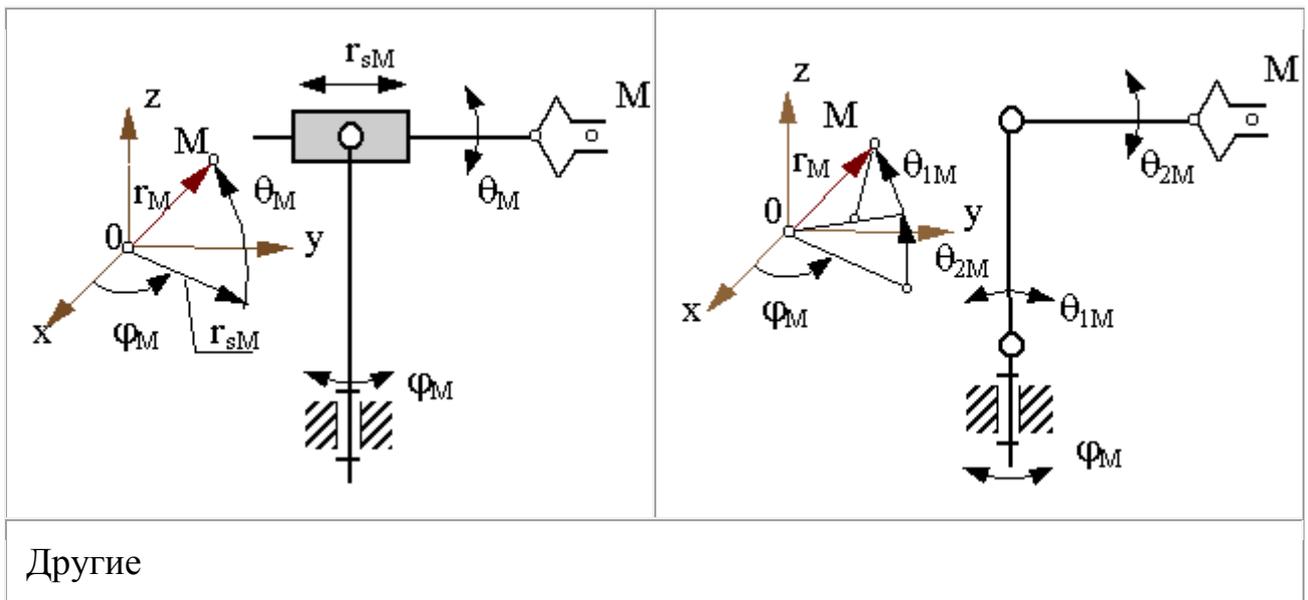


Таблица 8.2

Структурные схемы кисти манипулятора				

Структура манипулятора определяется и местом размещения приводов. Если приводы размещаются непосредственно в кинематических парах, то к массам подвижных звеньев манипулятора добавляются массы приводов.

Суммарная нагрузка на приводы и их мощность увеличиваются, а отношение массы манипулятора к полезной нагрузке (максимальной массе объекта манипулирования) уменьшается. Поэтому при проектировании роботов приводы звеньев руки, как наиболее мощные и обладающие большей массой, стремятся разместить ближе к основанию робота. Для передачи движения от привода к звену используются дополнительные кинематические цепи. Рассмотрим схему руки манипулятора ПР фирмы ASEA (рис.8.7). К трехзвенному механизму с ангулярной системой координат добавлены:

- для привода звена 2 - простейший кулисный механизм, образованный звеньями 4,5 и 2;

- для привода звена 3 - цепь, состоящая из кулисного механизма (звенья 6,7 и 8) и шарнирного четырехзвенника (звенья 8,9,2 и 3).

Таким образом, в рычажном механизме можно выделить кинематическую цепь руки (звенья 1,2 и 3) и кинематические цепи приводов. Манипуляторы использующие принцип размещения приводов на основании имеют более сложные механизмы. Однако увеличение числа звеньев и кинематических пар компенсируется уменьшением масс и моментов инерции, подвижных звеньев манипулятора. Кроме того, замкнутые кинематические цепи повышают точность и жесткость механизма. В целом манипуляторы, использующие принципы комбинированного размещения приводов (часть приводов на основании, часть на подвижных звеньях), обладают лучшими энергетическими и динамическими характеристиками, а также более высокой точностью.

В кинематических схемах рассмотренных манипуляторов веса звеньев вызывают дополнительную нагрузку на приводы. Фирма **SKILAM** разработала робот **SANCIO** (рис. 19.8) в котором веса приводов и звеньев воспринимаются кинематическими парами, а на момент двигателей влияют только через силы трения. Такая структурная схема механизма потребовала увеличения размеров кинематических пар, однако в целом был получен существенный выигрыш по энергетическим и динамическим показателям.

Данные примеры не охватывают всех возможных ситуаций рационального выбора структуры манипуляторов. Они только демонстрируют наиболее известные из удачных структурных схем.

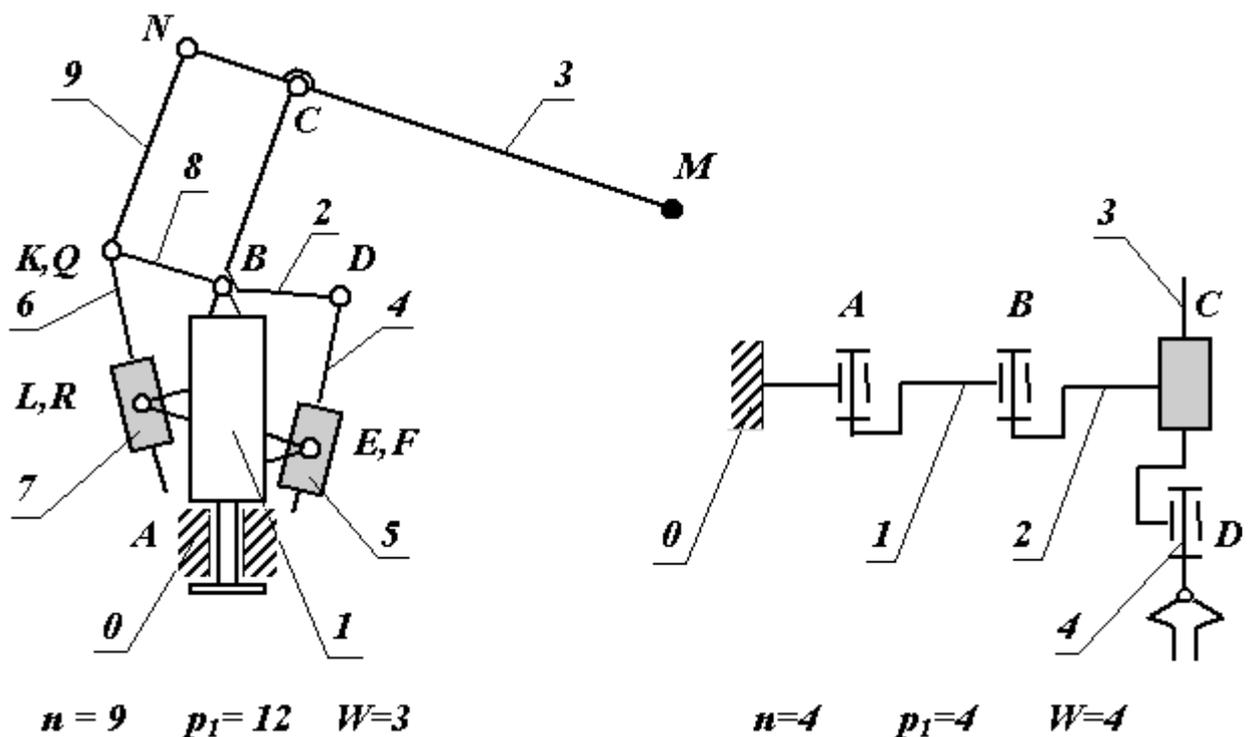


Рис. 8.7

Рис. 8.8

Важная особенность манипуляторов - изменение структуры механизма в процессе работы, о чем говорилось на лекции по структуре механизмов. В соответствии с циклограммой или программой работы робота, в некоторых кинематических парах включаются тормозные устройства. При этом два звена механизма жестко соединяются с друг другом, образуя одно звено. Из структурной схемы механизма исключается одна кинематическая пара и одно звено, число подвижностей схвата механизма уменьшается (обычно на единицу). Изменяется структура механизма и в тех случаях, когда в процессе выполнения рабочих операций (на пример, при сборке или сварке) схват с объектом манипулирования соприкасается с окружающими предметами, образуя с ними кинематические пары. Кинематическая цепь механизма замыкается, а число подвижностей уменьшается. В этом случае в цепи могут возникать избыточные связи. Эти структурные особенности манипуляторов необходимо учитывать при программировании работы промышленного робота.

Быстродействие ПР определяют максимальной скоростью линейных перемещений центра схвата манипулятора. Различают ПР с малым ( $V_M < 0.5$  м/с), средним ( $0.5 < V_M < 1.0$  м/с) и высоким ( $V_M > 1.0$  м/с) быстродействием. Современные ПР имеют в основном среднее быстродействие и только около 20% - высокое.

Точность манипулятора ПР характеризуется абсолютной линейной погрешностью позиционирования центра схвата. Промышленные роботы делятся на группы с малой ( $\Delta r_M < 1$  мм), средней ( $0.1 \text{ мм} < \Delta r_M < 1 \text{ мм}$ ) и высокой ( $\Delta r_M < 0.1$  мм) точностью позиционирования.

---

### **Контрольные вопросы**

1. Что такое манипулятор, автооператор и промышленный робот?
2. В чем особенности систем управления промышленных роботов?
3. Что такое подвижность манипулятора? Как она определяется?
4. Дайте определения рабочего пространства, зоны обслуживания манипулятора и его маневренности (на примере антропоморфного манипулятора)
5. Что такое угол сервиса? Что такое коэффициент сервиса?
6. Приведите структурные схемы механизмов схвата манипуляторов.

### **8.5. Задачи механики манипуляторов.**

К основным задачам механики манипуляторов можно отнести:

- разработку методов синтеза и анализа исполнительных механизмов (включая механизмы приводов);
- программирование движения манипулятора;
- расчет управляющих усилий и реакций в КП;
- уравновешивание механизмов манипуляторов;
- другие задачи.

Эти задачи решаются на базе общих методов исследования структуры, геометрии, кинематики и динамики систем с пространственными многоподвижными механизмами. Каждая из рассматриваемых задач может быть сформулирована как прямая (задача анализа) или как обратная (задача синтеза). При определении функций положения механизма, в прямой задаче находят закон изменения абсолютных координат выходного звена по заданным законам изменения относительных или абсолютных координат звеньев.

В обратной - по заданному закону движения схвата находят законы изменения координат звеньев, обычно, линейных или угловых перемещений в приводах. Решение обратной задачи или задачи синтеза более сложно, так как часто она имеет множество допустимых решений, из которых необходимо выбрать оптимальное. В обратной задаче кинематики по требуемому закону изменения скоростей и ускорений выходного звена определяются соответствующие законы изменения скоростей и ускорений в приводах манипулятора. Обратная задача динамики заключается в определении закона изменения управляющих сил и моментов в приводах, обеспечивающих заданный закон движения выходного звена.

### 8.6. Кинематический анализ механизма манипулятора.

Первая и основная задача кинематики - определение функции положения. Для пространственных механизмов наиболее эффективными методами решения этой задачи являются векторный метод и метод преобразования координат. При решении прямой задачи о положении схвата манипулятора обычно используют метод преобразования координат. Из множества методов преобразования координат [ 17] , которые отличаются друг от друга правилами выбора осей локальных систем координат, для манипуляторов обычно используется метод Денавита и Хартенберга.

Опишем два вида матриц: матрицы  $M$ , определяющие отношение между системами координат соседних звеньев; матрицы  $T$ , определяющие положение и ориентацию каждого звена механизма в неподвижной или базовой системе координат.

Воспользуемся однородными координатами трехмерного проективного пространства  $PR^3$ , в которых движение евклидова пространства  $R^3$  можно представить линейным преобразованием

$$\bar{r}_i = M_{ij} \cdot \bar{r}_j, \text{ где } M_{ij} - \text{ матрица } 4 \times 4 \text{ вида } \begin{vmatrix} U_{ij} & b \\ 000 & 1 \end{vmatrix}.$$

Это преобразование эквивалентно преобразованию в евклидовом пространстве  $\bar{r}_i = U_{ij} \cdot \bar{r}_j + b$ , где  $[\bar{r}_i, \bar{r}_j] \in R^3$ . То есть преобразованию, которое включает поворот, определяемый матрицей  $U_{ij}$  размерностью  $3 \times 3$ , и параллельный перенос, задаваемый вектором  $\bar{b}$  размерностью 3. В

однородном пространстве положение точки будут определять не три  $x$ ,  $y$  и  $z$ , а четыре величины  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$  и  $t'$ , которые удовлетворяют следующим соотношениям:

$$x = x'/t', y = y'/t', z = z'/t'.$$

Обычно принимают  $t'=1$ . У матрицы поворота  $U_{ij}$  элементами  $u_{ij}$  являются направляющие косинусы углов между новой осью  $i$  и старой осью  $j$ . Вектор  $\bar{b} = (x, y, z)$  - трехмерный вектор, определяющий положение начала новой системы координат  $i$  в старой системе  $j$ . Выбор расположения осей должен соответствовать решаемой задаче. При решении задачи о положениях необходимо: в прямой задаче определить положение выходного звена как функцию перемещений в приводах, в обратной - заданное положение выходного звена представить как функцию перемещений в приводах.

Выбор расположения и ориентации локальных систем координат должен обеспечивать выполнение этих задач. При использовании метода Денавита и Хартенберга оси координат располагаются по следующим правилам:

1. Для звена  $i$  ось  $z_i$  направляется по оси кинематической пары, образуемой им со звеном ( $i+1$ ). Начало координат размещают в геометрическом центре этой пары.

2. Ось  $x_i$  направляется по общему перпендикуляру к осям  $z_{i-1}$  и  $z_i$  с направлением от  $z_{i-1}$  к  $z_i$ . Если оси  $z_{i-1}$  и  $z_i$  совпадают, то  $x_i$  перпендикулярна к ним и направлена произвольно. Если они пересекаются в центре кинематической пары, то начало координат располагается в точке пересечения, а ось  $x_i$  направляется по правилу векторного произведения  $\bar{x}_i = \bar{z}_i \times \bar{z}_{i-1}$  (кратчайший поворот оси  $z_i$  до совмещения с  $z_{i-1}$  при наблюдении с конца  $x_i$  должен происходить против часовой стрелки).

3. Ось  $y_i$  направляется так, чтобы система координат была правой.

В прямой задаче необходимо определить положение схвата манипулятора и связанной с ним системы координат  $Mx_n y_n z_n$  по отношению к неподвижной или базовой системе координат  $Kx_0 y_0 z_0$ . Это осуществляется последовательными переходами из системы координат звена  $i$  в систему координат звена  $i-1$ . Согласно принятому методу, каждый переход включает в себя последовательность четырех движений: двух поворотов и двух параллельных переносов, осуществляемых в указанной последовательности (см. рис. 8.9):

- поворот  $i$ -ой системы вокруг оси  $x_i$  на угол  $-\varphi_i$  до параллельности осей  $z_i$  и  $z_{i-1}$  (положительное направление поворота при наблюдении с конца вектора  $x_i$  против часовой стрелки);
- перенос вдоль оси  $x_i$  на величину  $-a_i$  до совмещения начала системы координат  $O_i$  с точкой пересечения осей  $x_i$  и  $z_{i-1}$  (отсчет по оси  $x_i$  от точки пересечения оси  $x_i$  и оси  $z_{i-1}$ );

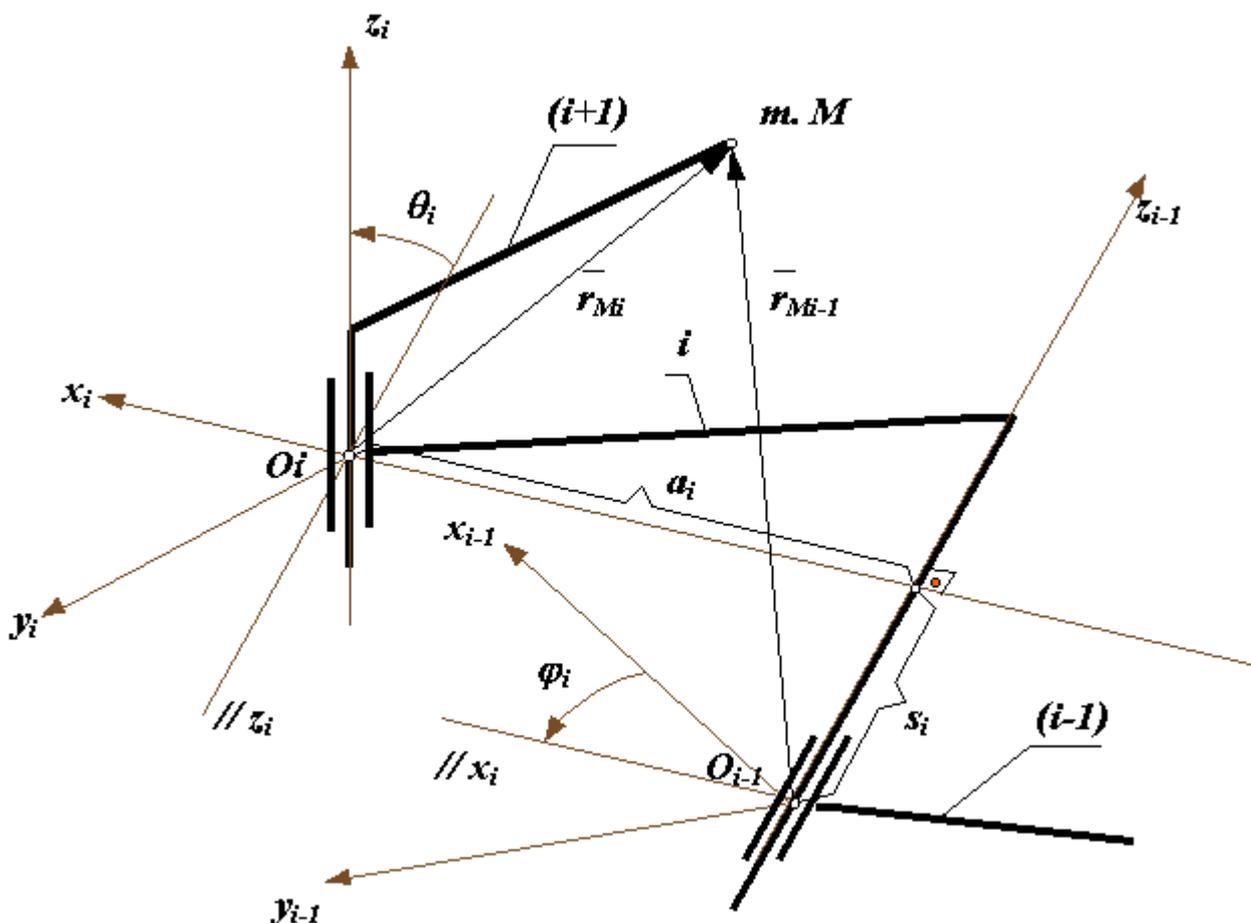


Рис.8.9

- перенос вдоль оси  $z_{i-1}$  на величину  $-s_i$ , после которого начало системы координат  $O_i$  оказывается в начале координат  $O_{i-1}$  системы  $(i-1)$  (отсчитывается по оси  $z_{i-1}$  от ее начала координат  $O_{i-1}$  до точки ее пересечения с осью  $x_i$ );
- поворот вокруг оси  $z_{i-1}$  на угол  $-\theta_i$ , до тех пор пока ось  $x_i$  не станет параллельной оси  $x_{i-1}$  (положительное направление поворота при наблюдении с конца вектора  $z_{i-1}$  против часовой стрелки).

Необходимо отметить, что знак угла поворота не имеет значения, так как в матрицах перехода используются направляющие косинусы (четные функции). Целесообразно рассматривать угол, обеспечивающий кратчайший поворот оси старой системы  $i$  до совмещения (параллельности) с соответствующей осью новой ( $i-1$ ). Перемещения начала координат определяются как координаты начала старой системы  $O_i$  в новой  $O_{i-1}$ .

В манипуляторах обычно используются одноподвижные кинематические пары или вращательные, или поступательные. Оба относительных движения как вращательное, так и поступательное, реализуются в цилиндрических парах. Поэтому при общем представлении механизма используются (рис.8.9) цилиндрические пары.

Матрицы перехода их системы  $O_i$  в систему  $O_{i-1}$  можно записать так:

$$M_i = M_i^\theta \cdot M_i^a \cdot M_i^s \cdot M_i^\varphi,$$

где:

$$M_i^\theta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 \\ 0 & \sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

- матрица поворота вокруг оси  $x_i$  на угол -  $\varphi_i$ ,

$$M_i^a = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

- матрица переноса вдоль оси  $x_i$  на  $a_i$ ,

$$M_i^s = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & s_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

- матрица переноса вдоль оси  $z_{i-1}$  на  $s_i$ ,

$$M_i^\varphi = \begin{vmatrix} \cos\varphi_i & -\sin\varphi_i & 0 & 0 \\ \sin\varphi_i & \cos\varphi_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

- матрица поворота вокруг оси  $z_{i-1}$  на угол -  $\theta_i$ .

В этих матрицах переменные  $s_i$  и  $\varphi_i$  соответствуют относительным перемещениям звеньев в кинематических парах и являются обобщенными координатами манипулятора, определяющими конфигурацию механизма в рассматриваемом положении. Переменные  $a_i$  и  $\theta_i$  определяются конструктивным исполнением звеньев манипулятора, в процессе движения они остаются неизменными.

Положение некоторой произвольной точки  $M$  в системе координат звена  $i$  определяется вектором  $r_{Mi}$ , а в системе координат звена  $(i-1)$  - вектором  $r_{Mi-1}$ . Эти радиусы связаны между собой через матрицу преобразования координат  $M_i$  следующим уравнением:

$$\bar{r}_{Mi-1} = M_i \cdot \bar{r}_{Mi},$$

где:

$$M_i = \begin{vmatrix} \cos\varphi_i & -\cos\theta_i \cdot \sin\varphi_i & \sin\varphi_i \cdot \sin\theta_i & a_i \cdot \cos\varphi_i \\ \sin\varphi_i & \cos\theta_i \cdot \cos\varphi_i & -\cos\varphi_i \cdot \sin\theta_i & a_i \cdot \sin\varphi_i \\ 0 & \sin\theta_i & \cos\theta_i & s_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

- матрица перехода из  $i$ -ой системы координат в  $(i - 1)$ -ю.

Рассмотрим шестиподвижный манипулятор в исходном или начальном положении (рис.8.10). За начальное положение принимается такое, в котором все относительные обобщенные координаты равны нулю. Переход из системы координат любого  $i$ -го звена к неподвижной или базовой системе записывается в виде

$$\bar{r}_{M0} = M_1 \cdot M_2 \cdot \dots \cdot M_i \cdot \bar{r}_{Mi} \quad \text{или} \quad \bar{r}_{M0} = T_i \cdot \bar{r}_{Mi},$$

где  $T_i = M_1 \cdot M_2 \cdot \dots \cdot M_i$  - матрица преобразования координат  $i$ -ой системы в координаты базовой системы координат.

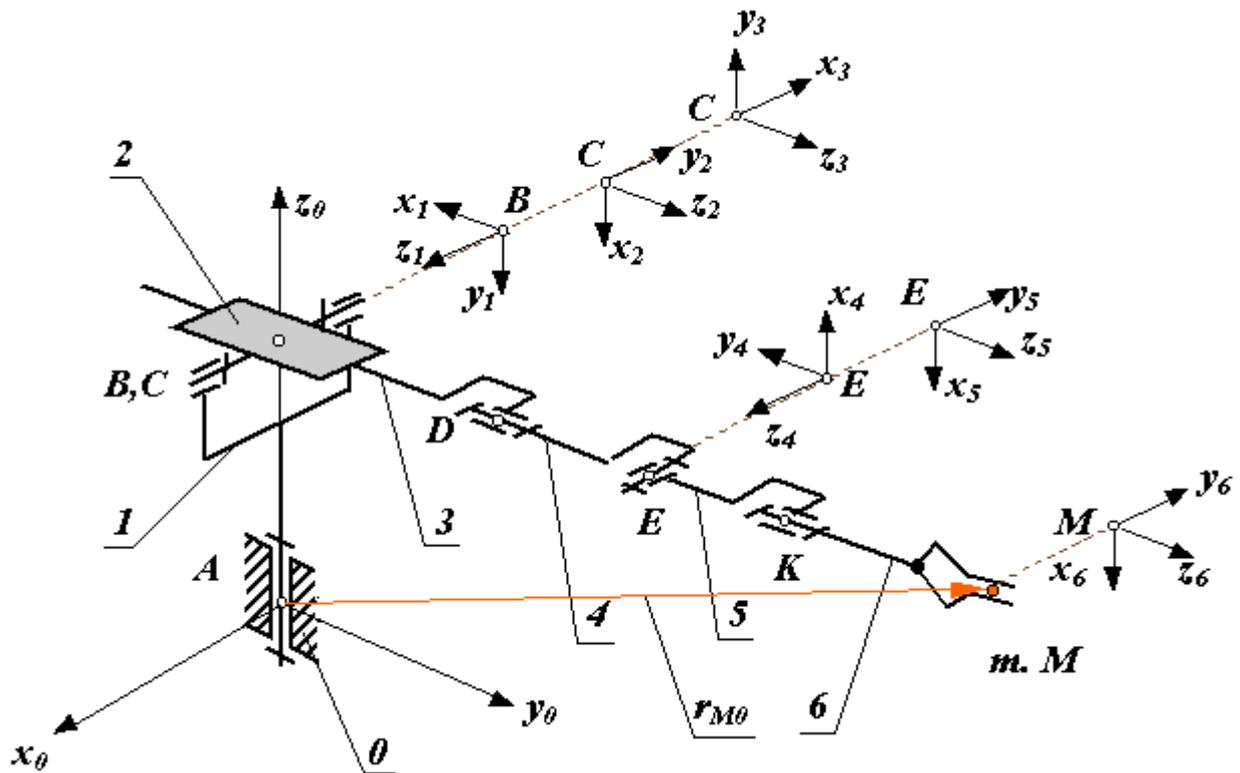


Рис. 8.10

Для схемы, изображенной на рис.8.10, радиус  $r_{M6} = 0$ , а радиус  $r_{M0}$  определится по формуле

$$\bar{r}_{M0} = T_n = T_6,$$

то есть положение выходного звена манипулятора определяется матрицей  $T_n$ . Элементы этой матрицы определяют положение центра схвата точки  $M$  и ориентацию его в пространстве. Четвертый столбец определяет, декартовы

координаты точки  $M$  (проекция вектора  $r_{M0}$  на оси координат). Третий столбец содержит направляющие косинусы оси  $z_n$  системы координат, связанной со схватом, или вектора подхода  $\bar{A}$ , который характеризует направление губок схвата (рис.8.11). Второй столбец определяет направление оси  $y_n$  или вектора ориентации  $\bar{O}$ , который проходит через центр схвата по оси перпендикулярной рабочим поверхностям его губок. В первом столбце содержатся направляющие косинусы оси  $x_n$  или вектора  $(\bar{O} \times \bar{A})$ . Углом подхода схвата  $\alpha$  называется угол между вектором подхода  $\bar{A}$  и базовым вектором

$$R_{\alpha} = (\bar{O} \times \bar{k}_0),$$

где  $\bar{k}_0$  - орт вектора  $\bar{z}_0$  неподвижной или базовой системы координат. С учетом сказанного, матрица  $T_n$  может быть представлена в следующем виде

$$T_n = \begin{vmatrix} (\bar{O} \times \bar{A})_x & O_x & A_x & r_{nMx} \\ (\bar{O} \times \bar{A})_y & O_y & A_y & r_{nMy} \\ (\bar{O} \times \bar{A})_z & O_z & A_z & r_{nMz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

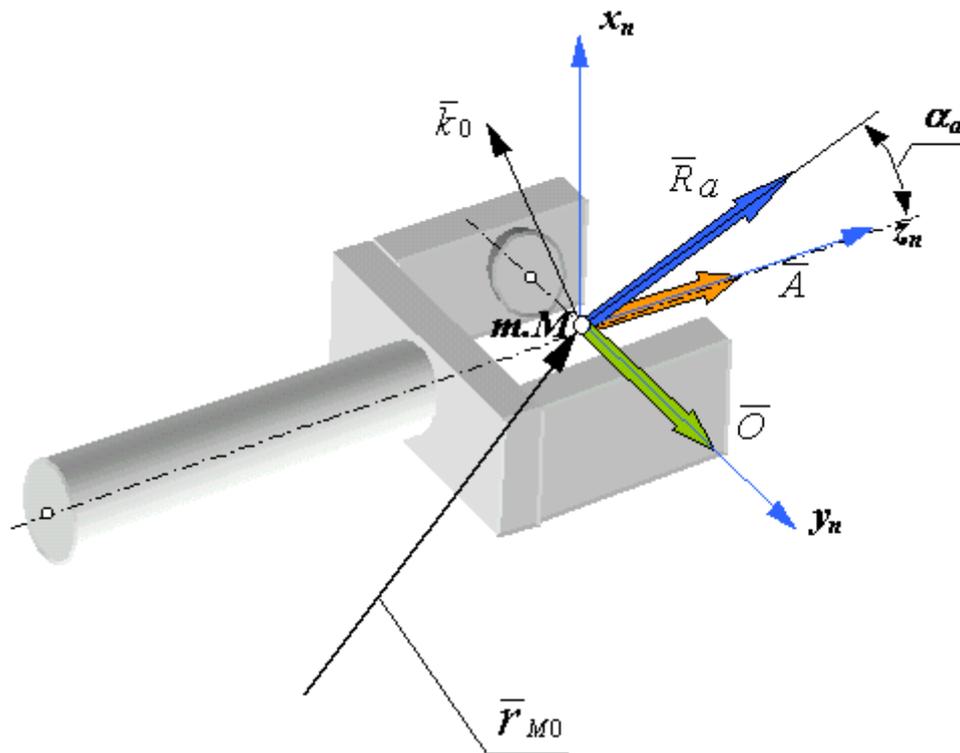


Рис. 8.11

В результате матричных преобразований получаем радиус-вектор точки  $M$  схвата в функции обобщенных координат. Обычно, за обобщенные координаты принимают линейные и угловые перемещения в кинематических парах или на выходных валах приводов манипулятора. В механизме с  $n$

подвижностями в общем виде функцию положения схвата можно записать так

$$\bar{r}_{OM} = T_n \cdot \bar{A} = \bar{\Pi}(q_1, q_2, \dots, q_n),$$

где  $q_1, q_2, \dots, q_n$  - обобщенные координаты манипулятора.

При кинематическом анализе манипулятора в прямой задаче необходимо определить линейные и угловые скорости и ускорения схвата при заданных угловых и линейных обобщенных скоростях и ускорениях (обычно относительных скоростях и ускорениях в кинематических парах механизма). В обратной задаче по заданному закону изменения скоростей и ускорений схвата определяются законы изменения скоростей и ускорений в КП или на выходных звеньях приводов. Решение прямой задачи кинематики для точки М схвата можно получить продифференцировав четвертый столбец матрицы  $T_n$  по времени

$$r_{nM} = \begin{vmatrix} r_{nMx} \\ r_{nMy} \\ r_{nMz} \\ 1 \end{vmatrix}; \quad V_{nM} = \frac{dr_{nM}}{dt} = \begin{vmatrix} V_{nMx} \\ V_{nMy} \\ V_{nMz} \\ 1 \end{vmatrix}; \quad a_{nM} = \frac{d^2 r_{nM}}{dt^2} = \begin{vmatrix} a_{nMx} \\ a_{nMy} \\ a_{nMz} \\ 1 \end{vmatrix};$$

Угловую скорость и угловое ускорение схвата можно определить векторным суммированием относительных угловых скоростей во вращательных КП механизма. Так как вектора угловых скоростей, при данном выборе ориентации осей координат, совпадают с осью z, то угловая скорость схвата

$$\bar{\omega}_n = \sum_{i=1}^m \bar{k}_{i-1} \cdot \omega_{i,i-1},$$

где  $\bar{k}_{i-1}$  - орт оси z системы координат, расположенной в центре КП, соединяющей звено  $i$  и звено  $i-1$ ,  $m$  - число вращательных КП в механизме.

Дифференцируя это выражение по времени, получим формулу для определения углового ускорения схвата:

$$\bar{\varepsilon}_n = \sum_{i=1}^m \bar{k}_{i-1} \cdot \varepsilon_{i,i-1} + \sum_{j=2}^m \left[ \left( \sum_{k=i-1}^{m-1} \bar{k}_{k-1} \cdot \omega_k \right) \times (\bar{k}_{j-1} \cdot \omega_j) \right].$$

## 8.7. Динамика манипуляторов промышленных роботов. Силовой расчет манипулятора.

Из большого разнообразия задач динамики манипуляторов рассмотрим две: силовой расчет и расчет быстродействия ПР. При силовом расчете манипуляторов решаются задачи по определению внешних силовых управляющих воздействий, обеспечивающих требуемый закон движения механизма, и по расчету реакций в кинематических парах. Первую часть часто называют задачей синтеза управления. При силовом расчете обычно применяется метод кинетостатики, основанный на принципе Д'Аламбера. По

этому методу к внешним силам и моментам, приложенным к звеньям механизма, добавляются расчетные силы инерции, которые обеспечивают силовую уравновешенность системы и позволяют рассматривать подвижную систему в квазистатическом равновесии, то есть, как условно неподвижную.

Силовой расчет выполняется при заданной полезной нагрузке  $\bar{F}_n$ , известных законах движения звеньев  $\bar{a}_{si}$  и  $\bar{\varepsilon}_i$  (из предварительного кинематического расчета), известных инерционных характеристиках звеньев: массах звеньев  $m_i$  и их моментах инерции  $I_{si}$ . По этим данным определяются главные вектора  $\bar{F}_{wi} = -m_i \cdot \bar{a}_{si}$  и главные моменты  $\bar{M}_{wi} = -I_{si} \cdot \bar{\varepsilon}_i$  сил инерции для каждого из звеньев механизма. Для открытой кинематической цепи решение начинаем с выходного звена - схвата. Отброшенные связи звена  $n$  со звеном  $n-1$  и выходным валом привода звена  $n$  заменяем реакциями  $\bar{M}_{n,n-1}$  и  $\bar{F}_{n,n-1}$  и составляем кинетостатические векторные уравнения равновесия сил и моментов для звена  $n$  (Рис.8.12):

$$\bar{G}_o + \bar{G}_n + \bar{F}_{un} + \bar{F}_{uo} + \bar{F}_{n,n-1} + \bar{F}_n = 0,$$

$$\bar{M}(\bar{G}_n) + \bar{M}(\bar{G}_o) + \bar{M}(\bar{F}_{un}) + \bar{M}(\bar{F}_{uo}) + \bar{M}_{un} + \bar{M}_{n,n-1} + \bar{M}(\bar{F}_n) = 0,$$

где  $\bar{M}_{n,n-1}$  - вектор момента в кинематической паре (проекция этого вектора на ось  $z$  является движущим моментом привода в КП, то есть  $\bar{M}_{z(n,n-1)} = \bar{M}_{\partial(n,n-1)}$ ).

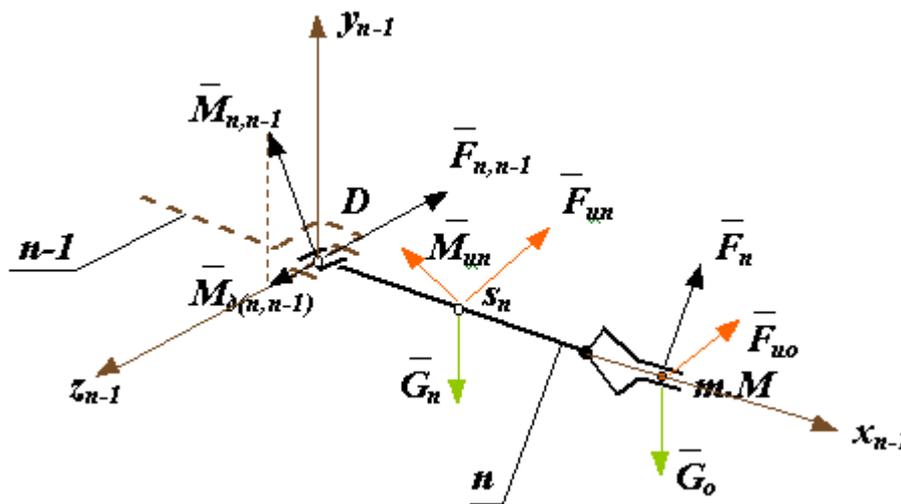


Рис. 8.12

Проецируя векторные уравнения на оси координат, получим систему шести алгебраических уравнений откуда определим шесть неизвестных

$$F_{x(n,n-1)}, F_{y(n,n-1)}, F_{z(n,n-1)}, M_{x(n,n-1)}, M_{y(n,n-1)}, M_{z(n,n-1)} = M_{\partial(n,n-1)}.$$

Далее рассматривается равновесие звена  $n-1$ . При этом в месте его присоединения к звену  $n$  прикладываются реакции со стороны звена  $n$

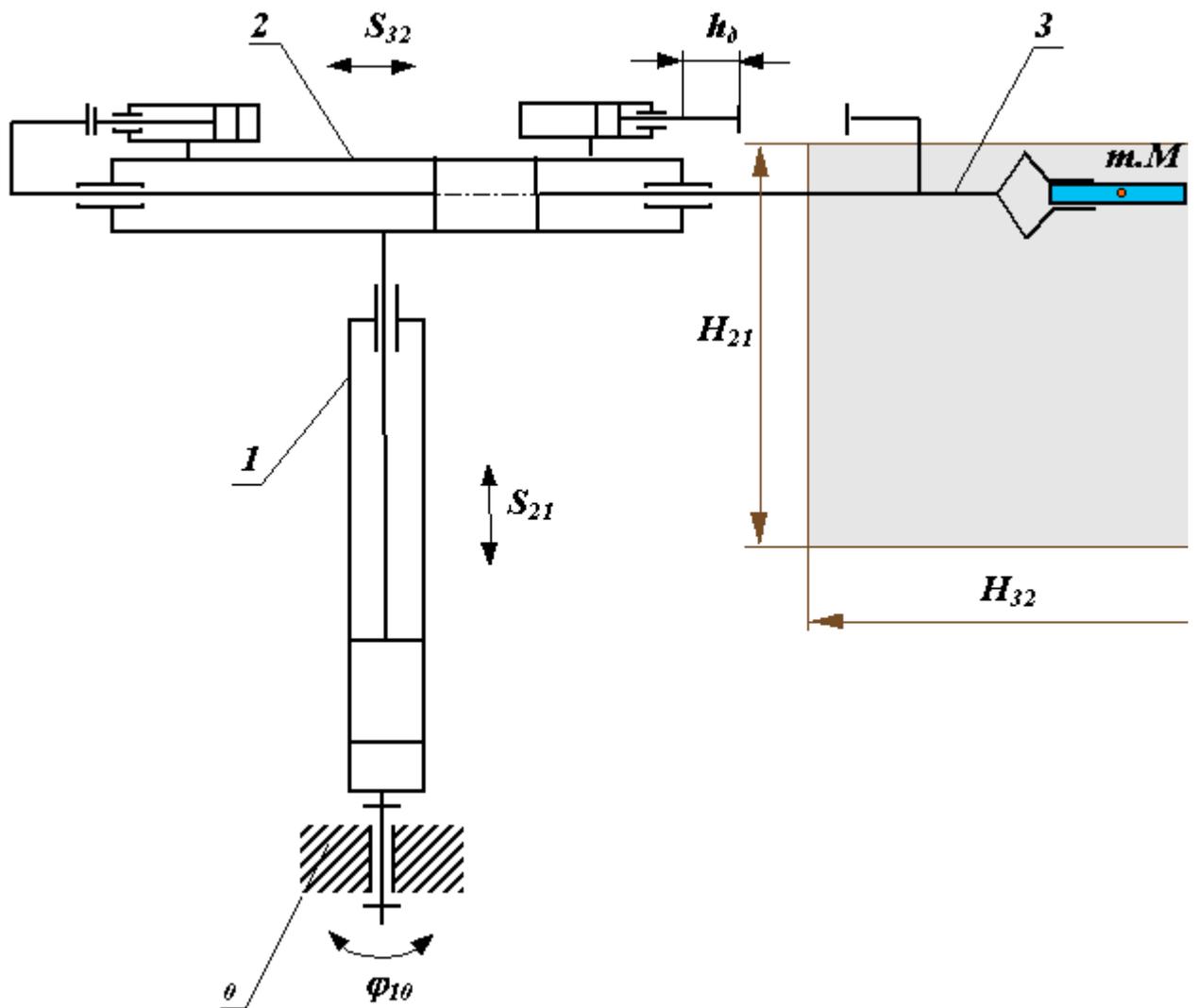
$$F_{x(n-1,n)}, F_{y(n-1,n)}, F_{z(n-1,n)}, M_{x(n-1,n)}, M_{y(n-1,n)}, M_{z(n-1,n)} = M_{\partial(n-1,n)},$$

равные по величине и противоположные по направлению реакциям, определенным на предыдущем этапе расчета. Так последовательно составляются уравнения силового равновесия для всех  $n$  звеньев механизма. Из решения полученной системы  $6n$  уравнений определяются реакции в кинематических парах, движущие силы и моменты.

### **Расчет быстродействия промышленного робота.**

Время выполнения роботом цикла перемещений детали во многом определяет производительность всего роботизированного комплекса. Поэтому требования к быстродействию робота обычно достаточно высокие. Время выполнения роботом технологической операции обусловлено законами изменения внешних сил (движущих и сопротивления) и инертностью звеньев механизма. Закон изменения управляющих сил зависит от типа используемого привода и от вида системы управления. Существуют роботы с гидравлическими, пневматическими, электрическими и комбинированными приводами. В них применяются цикловые, позиционные или контурные системы управления. Рассмотрим расчет быстродействия одного из приводов промышленного робота с цикловой системой управления. При цикловой системе управления относительные перемещения звеньев ограничиваются передвижными упорами и концевыми выключателями.

На рис. 8.13 изображена кинематическая схема трехподвижного манипулятора ПР (1,2,3 - подвижные звенья, 0 - неподвижное звено). Здесь же приведена циклограмма настройки командоаппарата (сплошные линии) и циклограмма работы ПР (пунктирные линии). Общее время рабочего цикла  $T_{ц}$  состоит из времени выстоя в заданных положениях (на циклограмме выстой показан прямыми параллельными горизонтальной оси  $t$ ) и времени относительных перемещений звеньев из одного заданного положения в другое  $t_{пх}$  и обратно  $t_{ох}$  (наклоны прямые на диаграммах). Время выстоя обычно задано условиями технологического процесса. Время выполнения роботом движений определяется динамическими характеристиками приводов и манипулятора - движущими силами и силами сопротивления, массами и моментами инерции звеньев.



Циклограммы командоаппарата и промышленного робота.

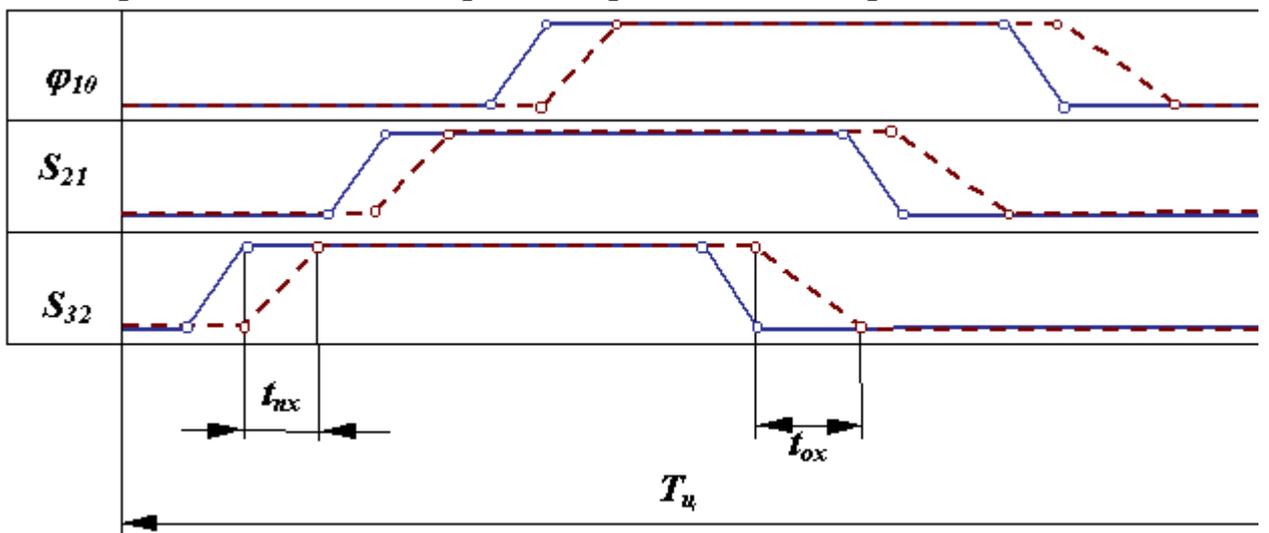


Рис. 8.13

Рассмотрим работу пневмопривода перемещения руки манипулятора (рис.20.5). По сигналу от командоаппарата в правую полость цилиндра подается сжатый воздух, который действует на поршень с силой  $F_{дз} = p \square S_и$ ,

где  $p$  - давление воздуха,  $S_{\Pi}$  - активная площадь поршня. Под действием этой силы поршень и рука 3 перемещаются влево с постоянным ускорением и с возрастающей скоростью  $V_{32}$  (рис.8.14а). Ограничение хода поршня может осуществляться либо жестким упором без демпфера, либо упором с демпфером.

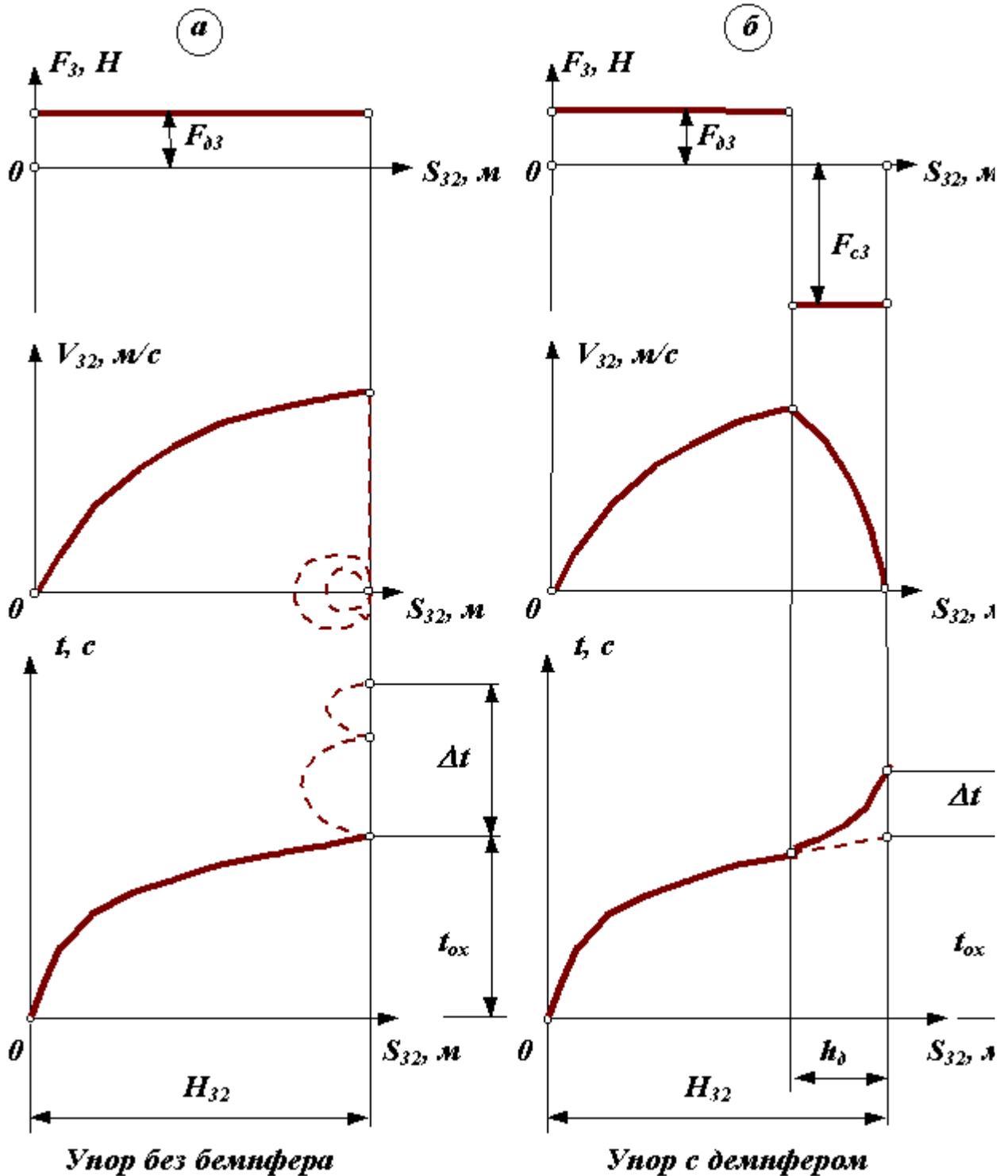


Рис. 8.14

При остановке на упоре без демпфера, скорость звена 3 должна мгновенно уменьшиться с некоторого конечного значения до нуля. При таком изменении скорости ускорение  $a_{32}$  стремится к бесконечности. Такая остановка звена

называется жестким ударом. Она сопровождается большими динамическими нагрузками на звенья механизма. Так как реальный манипулятор представляет собой упруго-инерционную систему, то эти нагрузки вызовут отскок звена 3 от упора, а также колебания всего механизма. Схват будет совершать колебания относительно заданного конечного положения. Время затухания этого процесса  $\Delta t$  (рис.8.14 а) значительно снижает быстродействие ПР.

Уменьшить эти колебания или вообще исключить их можно, обеспечив безударный останов

$$V_{32n} = 0, \quad a_{32n} = 0;$$

где  $V_{32n}$ ,  $a_{32n}$  - относительная скорость и относительное ускорение звеньев в момент останова. Однако это осуществимо только в регулируемом приводе при контурном управлении. Кроме того при безударном останове в конце хода относительная скорость близка к нулю, поэтому время перемещения схвата в требуемое положение значительно возрастает.

Компромиссным решением является останов с мягким ударом, при котором относительная скорость в конце хода  $V_{32n} = 0$ , а ускорение ограничено некоторым допустимым значением  $a_{32n} \leq [a]$ . В механизмах с цикловым управлением режим движения с мягким ударом обеспечивается установкой упоров с демпферами, гасящими кинетическую энергию руки.

Расчет демпфера ведется из условия  $A_{\square n} = 0$ , которое обеспечивается равенством за цикл движения работы движущей силы  $A_{F_{\partial 3}}$  и работы силы сопротивления демпфера  $A_{F_c}$  (рис. 20.6б):

$$A_{F_{\partial 3}} = -A_{F_c} \quad \text{или} \quad F_{\partial 3} * (H_{32} - h_{\partial}) = -F_c * h_{\partial}.$$

В этом выражении неизвестны две величины  $F_c$  и  $h_{\partial}$ , одной из них задаются, вторую - рассчитывают.

### 8.8. Уравновешивание манипуляторов.

В большинстве кинематических схем манипуляторов приводы воспринимают статические нагрузки от сил веса звеньев. Это требует значительного увеличения мощностей двигателей приводов и моментов тормозных устройств [16]. Для борьбы с этим используют три метода:

- Используют кинематические схемы манипуляторов, в которых силы веса звеньев воспринимаются подшипниками кинематических пар. На мощность приводов и тормозных устройств при таком решении силы веса оказывают влияние только через силы трения в парах. В качестве примера можно привести кинематическую схему робота SCARA (рис. 8.15). Недостатком этого метода являются большие осевые нагрузки в подшипниках.

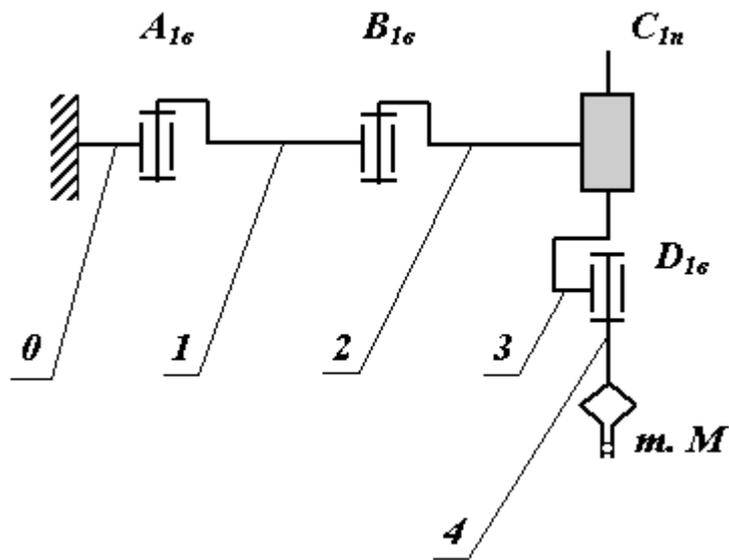


Рис. 8.15

- Уравновешивание звеньев манипулятора с помощью корректировки их массы. При этом центр масс звена с помощью корректирующих масс смещается в центр кинематической пары ( рис. 8.16 ). Недостатком этого метода является значительное увеличение массы манипулятора и моментов инерции его звеньев.

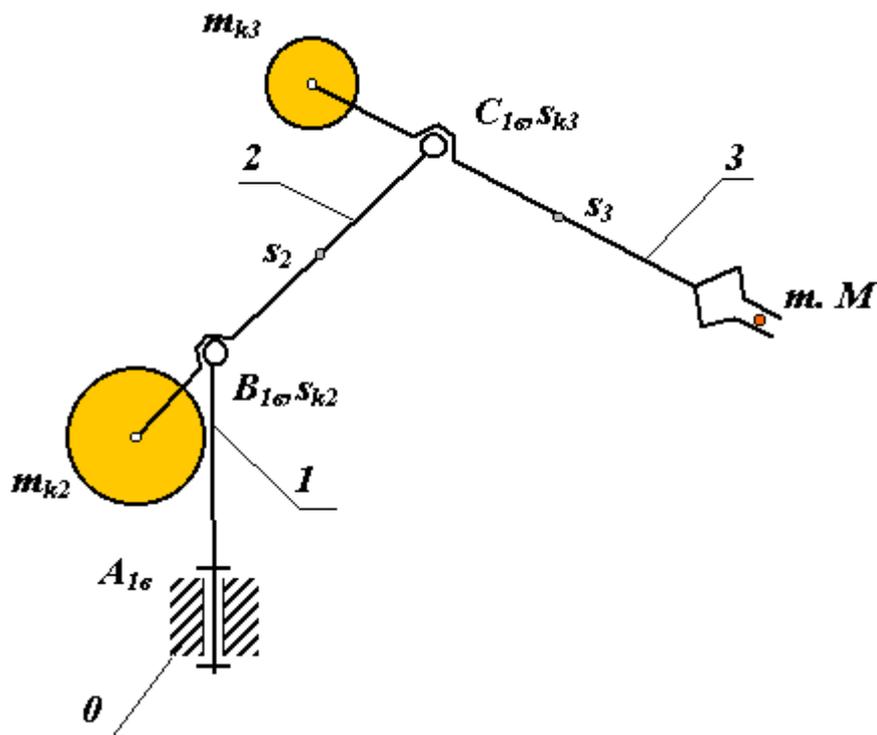


Рис. 8.16

- Уравновешивание сил веса звеньев манипулятора с помощью упругих разгружающих устройств - пружинных разгрузателей или

уравновешивателей. Эти устройства не позволяют обеспечить полную разгрузку приводов от действия сил веса на всем относительном перемещении звеньев. Поэтому конструкция этих устройств включает кулачковые или рычажные механизмы, которые согласуют упругую характеристику пружины с характеристикой уравновешиваемых сил веса звеньев.

- На рис. 8.17 показана схема промышленного робота в котором привод вертикального перемещения руки снабжен механизмом для силовой разгрузки, состоящим из пружины и кулачкового механизма с профилем выполненным по спирали Архимеда.

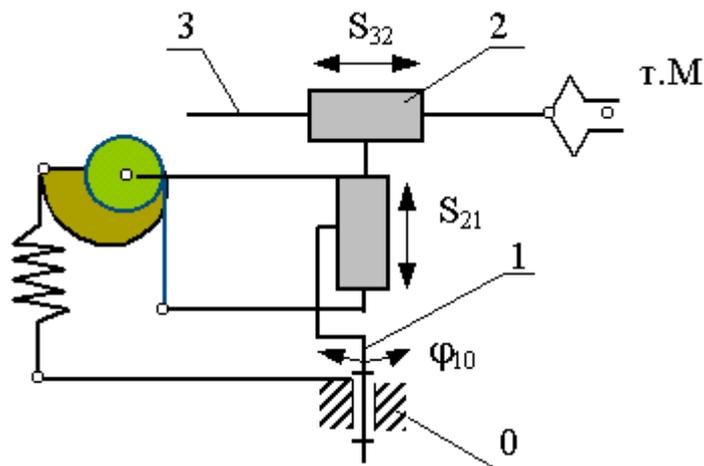


Рис. 8.17

### 8.9. Точность манипуляторов ПР.

Точность манипуляторов определяется погрешностями позиционирования характеристической точки схвата (точка М) и погрешностями угловой ориентации схвата. Погрешности позиционирования определяются технологическими отклонениями размеров звеньев манипулятора, зазорами в кинематических парах манипулятора и механизмов приводов, деформациями (упругими и температурными) звеньев, а также погрешностями системы управления и датчиков обратной связи.

В паспортных данных манипуляторов указывается максимально допустимое отклонение центра схвата манипулятора точки М от ее номинального расположения на множестве возможных конфигураций механизма. В результате погрешностей точка М описывает в пространстве некоторый эллипсоид, который называется эллипсоидом отклонений (рис. 8.18).

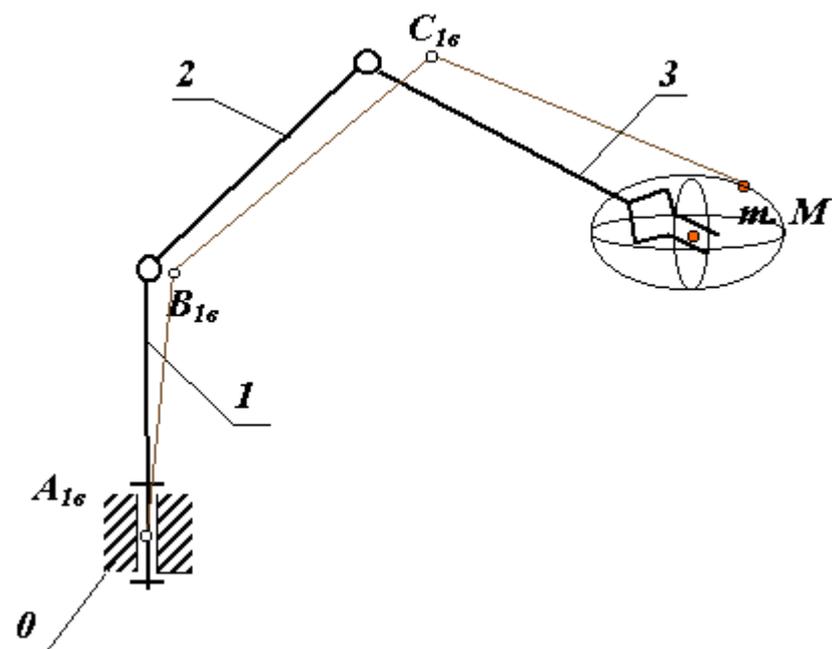


Рис. 8.13

---

**Контрольные вопросы к лекции 20**

1. Каков план применения метода матриц при анализе кинематической цепи манипулятора?
2. В какой последовательности проводится силовой расчет манипуляторов?
3. Для чего проводится уравнивание механизмов манипуляторов?

## **9. «Применение промышленных роботов в индустрии»**

В первую очередь необходимо сказать необходимо, что промышленным работам или ПР нашли широкое применение на производстве, а именно в отрасли машиностроения. Так как в наше время производство все больше автоматизируется с целью его усовершенствования, именно в этих целях востребованны ПР, как составная часть автоматизированного производства [16].

Промышленный робот является частью роботизированного технологического комплекса или же РТК. Не для кого сейчас не секрет, что применение промышленных роботов значительно упрощает процесс производства, со времени своего появления от первых промышленных роботов и до нынешних умных машин ПР они сразу же заслужили уважение и востребованность со стороны машиностроительных предприятий, и уже сегодня нельзя представить себе полноценное автоматизированное производство без этой не мало важной составной части.

### **9.1. Характеристика промышленных роботов**

Промышленный робот — автономное устройство, состоящее из механического манипулятора и перепрограммируемой системы управления, которое применяется для перемещения объектов в пространстве в различных производственных процессах. Промышленные роботы являются важными компонентами автоматизированных гибких производственных систем (ГПС), которые позволяют увеличить производительность труда. В составе робота есть механическая часть и система управления этой механической частью, которая в свою очередь получает сигналы от сенсорной части. Механическая часть робота делится на манипуляционную систему и систему передвижения:

- Манипулятор — это механизм для управления пространственным положением орудий и объектов труда.

Манипуляторы включают в себя подвижные звенья двух типов:

- звенья, обеспечивающие поступательные движения
- звенья, обеспечивающие угловые перемещения

Сочетание и взаимное расположение звеньев определяет степень подвижности, а также область действия манипуляционной системы робота.

Для обеспечения движения в звеньях могут использоваться электрические, гидравлический или пневматический привод.

Частью манипуляторов (хотя и необязательной) являются захватные устройства. Наиболее универсальные захватные устройства аналогичны руке человека — захват осуществляется с помощью механических «пальцев». Для захвата плоских предметов используются захватные устройства с пневматической присоской. Для захвата же множества однотипных деталей (что обычно и происходит при применении роботов в промышленности) применяют специализированные конструкции. Вместо захватных устройств манипулятор может быть оснащен рабочим инструментом. Это может быть пульверизатор, сварочные клещи, отвёртка и т. д.

- Система передвижения

Внутри помещений, на промышленных объектах используются передвижения вдоль монорельсов, по напольной колее и т. д.

Для перемещения по наклонным, вертикальным плоскостям используются системы аналогичные «шагающим» конструкциям, но с пневматическими присосками.

## 9.2. Управление промышленным роботом

Управление бывает нескольких типов:

1. Программное управление — самый простой тип системы управления, используется для управления манипуляторами на промышленных объектах. В таких роботах отсутствует сенсорная часть, все действия жёстко фиксированы и регулярно повторяются. Для программирования таких роботов могут применяться среды программирования типа VxWorks/Eclipse или языки программирования например Forth, Оберон, Компонентный Паскаль, Си. В качестве аппаратного обеспечения обычно используются промышленные компьютеры в мобильном исполнении PC/104 реже MicroPC. Может происходить с помощью ПК или программируемого логического контроллера.

2. Адаптивное управление — роботы с адаптивной системой управления оснащены сенсорной частью. Сигналы, передаваемые датчиками, анализируются и в зависимости от результатов принимается решение о дальнейших действиях, переходе к следующей стадии действий и т. д.

3. Основанное на методах искусственного интеллекта.

4. Управление человеком (например, дистанционное управление).

Принципы управления ПР:

Современные роботы функционируют на основе принципов обратной связи, подчинённого управления и иерархичности системы управления роботом.

Иерархия системы управления роботом подразумевает деление системы управления на горизонтальные слои, управляющие общим поведением робота, расчётом необходимой траектории движения манипулятора, поведением отдельных его приводов, и слои, непосредственно осуществляющие управление двигателями приводов.

Подчинённое управление служит для построения системы управления приводом. Если необходимо построить систему управления приводом по положению (например, по углу поворота звена манипулятора), то система управления замыкается обратной связью по положению, а внутри системы управления по положению функционирует система управления по скорости со своей обратной связью по скорости, внутри которой существует контур управления по току со своей обратной связью. Современный робот оснащён не только обратными связями по положению, скорости и ускорениям звеньев. При захвате деталей робот должен знать, удачно ли он захватил деталь. Если деталь хрупкая или её поверхность имеет высокую степень чистоты, строятся сложные системы с обратной связью по усилию,

позволяющие роботу схватывать деталь, не повреждая её поверхность и не разрушая её. Управление роботом может осуществляться как человеком-оператором, так и системой управления промышленным предприятием (ERP-системой), согласующими действия робота с готовностью заготовок и станков с числовым программным управлением к выполнению технологических операций.

### **9.3. Классификация и конструктивно технологические параметры ПР**

Классификация промышленных роботов:

1. По виду производства ПР делят на специальные, специализированные и универсальные.

- Специальные ПР выполняют определенную технологическую операцию или вспомогательную модель оборудования;

- Специализированные ПР выполняют операции одного вида, например сварку, сборку и обслуживают определенную группу моделей оборудования;

- Универсальные ПР являются наиболее усовершенствованными представителями промышленных роботов, служат для выполнения разных операций и функционируют с оборудованием различного назначения (разнородных операций).

2. По грузоподъемности различают ПР на сверхлегкие (грузоподъемность не более 1 кг.), легкие (грузоподъемность от 1 до 10 кг.), средние (грузоподъемность от 10 до 200 кг.), тяжелые (грузоподъемность от 200 до 1000 кг.) и сверхтяжелые (где грузоподъемность свыше 1000 кг.).

3. По возможности передвижения ПР подразделяют на стационарные и подвесные.

- Стационарные имеют ориентирующие и транспортирующие движения;

- Транспортирующие ПР дополнительно к этим двум движениям (ориентирующие и транспортирующие) и координатные перемещения.

4. По числу степеней подвижности ПР, выпускают роботы с 2-мя, 3-мя, 4-мя и более степеней подвижности.

5. По способу установки ПР делят на встроенные (хотя встроенные промышленные роботы и считаются компактными в плане габаритов, но при этом они обслуживают только один станок), подвесные (возможность обслуживания до 2-х станков) и напольные (возможность обслуживания до 2-х и более станков, но при этом они имеют более сложные задачи, например обеспечить смену инструмента).

6. По виду привода ПР подразделяют на роботы с электрическим, гидравлическим, пневматическим и комбинированным приводам.

7. По виду управления ПР различают:

- Роботы с погромным управлением (цикловым, числовым, позиционным и контурным);

- Роботы с адаптивным управлением (промышленные роботы с адаптивным управлением имеют измерительные устройства и устройства для восприятия внешней среды, управляющая программа или УП в этом случае не должна содержать всю необходимую информацию).

8. По способу программирования различают ПР программируемые обучением ( по методу обучения оператор, управляя промышленным роботом приводит его захватное устройство или ЗУ из одного конечного положения в другое через серию точек, которые фиксируются в запоминающем устройстве промышленного робота и при обработке следующих деталей захватное устройство будет двигаться по этим точкам) и аналитические (путем расчета программ) [17-19].

#### **9.4. Движения в ПР**

Различают следующие движения в промышленных роботах:

1. Транспортирующие – в направлениях XY, фху, фхх

Транспортирующие движения служат для перемещения ЗУ в различные точки рабочего транспорта;

2. Ориентирующие – в направлениях фуз и Q

Ориентирующие движения передают захватному устройству (ЗУ) необходимое положение в заданной точке рабочей зоны;

3. Координатное – Y, X

Координатные движения обеспечивают перемещения ПР между отдельными производственными позициями. Рабочие движения промышленных роботов направлены на удержание объекта и перемещения его в заданных направлениях. Система координат ПР определяют компоновочную схему ПР и форму рабочей зоны: прямоугольная плоская, прямоугольная пространственная, полярная, цилиндрическая, сферическая.

#### **9.5. Технические характеристики ПР**

1. Грузоподъемность промышленного робота определяется наибольшей массой изделия (например, детали, инструмента или приспособления), которым он может манипулировать в пределах рабочей зоны;

2. Число степеней подвижности промышленного робота определяется общим числом поступательных и вращательных движений манипулятора, без учета движений зажима-разжима его схвата. Большинство промышленных роботов в машиностроении имеет до пяти степеней подвижности;

3. Рабочая зона определяет пространство, в котором может перемещаться схват манипулятора. Обычно оно характеризуется наибольшими перемещениями захватного устройства вдоль и вокруг каждой оси координат.

Мобильность промышленного робота определяется его способностью совершать разные по характеру движения: перестановочные (транспортные) перемещения между рабочими позициями, находящимися на расстоянии, большем, чем размеры рабочей зоны манипулятора; установочные перемещения в пределах рабочей зоны, определяемой конструкцией и

размерами манипулятора; ориентирующие перемещения схвата, определяемые конструкцией и размерами кисти - конечного звена манипулятора. Промышленные роботы могут быть стационарными, не имеющими перестановочных перемещений, и передвижными, обеспечивающими все названные виды движений

### 9.6. Целесообразность использования ПР

- достаточно быстрая окупаемость
- исключение влияния человеческого фактора на конвейерных производствах, а также при проведении монотонных работ, требующих высокой точности;
  - повышение точности выполнения технологических операций и, как следствие, улучшение качества;
  - возможность использования технологического оборудования в три смены, даже 365 дней в году;
  - рациональность использования производственных помещений;
  - исключение воздействия вредных факторов на персонал на производствах с повышенной опасностью;

### 9.7. Методика выполнения курсовых работ

#### 1. Задание на курсовую работу

Данные для расчета:

1. Угловая скорость вала гидромотора:  $\omega = 1 \text{с}^{-1}$

2. Номинальное давление  $P_{ном} = 20 \text{МПа}$

3. Номинальная подача  $Q = 80 \frac{\text{л}}{\text{мин}}$

4. Марка рабочей жидкости:

Летом: М-10<sup>B</sup><sub>2</sub>

5. Масса гидропривода:  $m_{гп} = 600 \text{кг}$

6. Длина гидролиний:

Напорной:  $l_H = 15 \text{м}$

Сливной:  $l_C = 15 \text{м}$

7. Коэффициент местных сопротивлений гидролиний:

Напорной:  $\xi = 0.9$

8. Высота всасывания:

Минимальная:  $h = 0.5 \text{м}$

9. Интервал температуры:

$t = 20^\circ \text{C}$

#### Введение

### **Устройство и работа манипулятора.**

Манипулятор МА-100 представляет собой подъемный механизм, обеспечивая грузовой момент не менее 100 кНм [17].

Устойчивость транспортного средства, на котором установлен манипулятор, и снижение нагрузок, действующих на транспортное средство при работе манипулятора, обеспечивается аутригерами.

Поворот колонны в горизонтальной плоскости осуществляется механизмом с реечным зацеплением.

В верхней части колонны шарнирно закреплена стрела.

Подъем и опускание стрелы осуществляется гидроцилиндром.

Стрела шарнирно соединена с рукоятью. Вращение рукояти осуществляется гидроцилиндром через тяги.

Внутри рукояти размещен удлинитель. К удлинителю посредством подвески присоединен грейфер с ротатором.

Для фиксации рукояти и грейфера в транспортном положении на стреле имеется крюк, а на грейфере скоба.

Функционирование манипулятора обеспечивается гидроприводом.

Стенд испытательный СГИ-2 может использоваться в качестве автономного источника энергии для привода иных гидравлических устройств, имеющих собственную гидроаппаратуру управления потоком рабочей жидкости и защиты от перегрузок, при давлении указанном в паспорте стенда.

Объемные гидропередачи на колесных и гусеничных машинах имеют следующие преимущества перед механическими трансмиссиями:

- бесступенчатое регулирование скорости передвижения;
- плавную передачу крутящего момента;
- возможность исключения коробки передач и всей механической трансмиссии (карданный вал, задний мост, бортовые редукторы);
- свободную компоновку агрегатов гидропередачи на машине;
- простоту реверсирования и легкость автоматизации управления скоростью движения и реверсированием;
- возможность торможения без использования двигателя и специальных тормозных устройств;
- простоту устройств предохранения двигателя от перегрузок;
- стабильный крутящий момент при малой угловой скорости;
- широкую унификацию гидрооборудования.

Это позволяет на 25—30% повысить производительность мобильных машин, а долговечность их при работе на номинальных режимах достигает 10000 ч.

Объемные гидропередачи применяются на погрузчиках, автогрейдерях, экскаваторах, колесных и гусеничных тягачах, катках, тракторах, комбайнах и других машинах.

### **Выбор рабочей жидкости**

Жидкость в гидроприводе предназначена для передачи энергии и надеждой смазки его подвижных элементов. Жидкость подвергается воздействию в широких пределах давлений, скоростей и температур.

При выборе рабочей жидкости необходимо принимать во внимание следующие рекомендации:

- минеральные масла с вязкостью 20-40 сСт при 50°C применяют для гидравлических систем с давлением до 7 МПа; для давлений до 20 МПа используют масла с вязкостью 60-110 сСт; для давлений до 60 МПа выбирают рабочую жидкость с вязкостью 100-175 сСт;

- применение смеси масел в системах с высоким рабочим давлением не рекомендуется;

- температура застывания масла должна быть на 15-20° ниже минимальной рабочей температуры гидросистемы;

- в гидроприводах, работающих в условиях низких температур обычно применяют морозостойкие рабочие жидкости у которых температура застывания ниже -60° С;

Принимаем рабочую жидкость для работы в условиях высокой температуры.

(М-10В<sub>2</sub>) ГОСТ 8581-78

плотность при  $t = 20^{\circ}C$  равна  $930 \frac{кг}{м^3}$

вязкость при  $t = 50^{\circ}C$  равна  $82 \cdot 10^{-6} \frac{М^2}{с}$

при  $t = 0^{\circ}C$  равна  $7000 \cdot 10^{-6} \frac{М^2}{с}$

Температура застывания -15°C

Температура вскипания 190°C

### Расчет мощности гидронасоса.

$$N_n = Q_n \cdot P_n$$

$$N_n = 1.33 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^7 = 2.667 \cdot 10^4$$

По известной подаче и выбираемому из технических характеристик рабочему объему насоса определяем число оборотов вала:

$$q_H = \frac{10^3 \cdot Q_H \cdot D}{z \cdot n_H \cdot \eta_{об.н}} \text{ см}^3 / \text{об}$$

Где: D-диапазон регулирования равный 2.4

Z-число одновременно работающих насосов

n-число оборотов в минуту

$$q_H = \frac{10^3 \cdot 1.33 \cdot 10^{-3} \cdot D}{1 \cdot 1440 \cdot 0.92} = 144.92 \text{ см}^3 / \text{об}$$

Выберем насос 311.25 его параметры практически совпадают с расчетными.

По мощности гидронасоса выбираем асинхронный электромотор с короткозамкнутым ротором серии АИР 132S4

### Выбор распределителя

Тип и марку распределителя выбирают по номинальному давлению, расходу жидкости (подаче) и количеству гидродвигателей. Для гидроприводов, работающих в тяжелом и весьма тяжелом режиме эксплуатации ( $P_{ном}=20$  МПа), обычно выбирают секционные и моноблочные распределители.

Марка распределителя: РС-25.20.

Техническая характеристика моноблочного распределителя РС-25.20:

Таблица 1

Давление, МПа:	номинальное	20
	максимальное	32
Поток жидкости, л/мин:	номинальный	160
	максимальный	200
Максимальное число рабочих секций		3
Допустимое давление на сливе, МПа		0,8
Масса, кг		Зависит от числа секций
Максимальное усилие на перемещение золотника $P_{ном}, Н.$		350

### Выбор регулирующей и направляющей гидроаппаратуры

Устанавливаем блок подпиточных и предохранительных клапанов, он предназначен для исключения кавитационных явлений в гидроматере с одновременным ограничением давления в его напорной линии.

Устанавливаем блок подпиточных и предохранительных клапанов типоразмера 521.20

Таблица 2. Техническая характеристика

Давление, МПа:	минимальное	5
	максимальное	32
Условный проход, мм		20
Расход жидкости, л/мин		160
Масса, кг		8,7

### Расчёт диаметров трубопроводов

Для этого зададимся скоростями потока жидкости:

в напорном трубопроводе – 3,8 м/с;  
 в сливном трубопроводе – 1,5 м/с;  
 во всасывающем трубопроводе – 1 м/с.

$$d = 1,13 \sqrt{\frac{Q_n}{V}}, \text{ м}$$

где,  $Q_n$  – величина потока жидкости через трубу, [м<sup>3</sup>/с];  
 $V$  – скорость потока жидкости, [м/с].

$$d_n = 1,13 \sqrt{\frac{Q_n}{V}} = 1,13 \sqrt{\frac{1,33 \cdot 10^{-3}}{3,8}} = 0,021 \text{ м};$$

$$d_c = 1,13 \sqrt{\frac{Q_n}{V}} = 1,13 \sqrt{\frac{1,33 \cdot 10^{-3}}{1,5}} = 0,034 \text{ м};$$

$$d_e = 1,13 \sqrt{\frac{Q_n}{V}} = 1,13 \sqrt{\frac{0,00099}{1}} = 0,041 \text{ м}.$$

В соответствии с ГОСТом 16516-80 выбираем стандартные диаметры трубопроводов, которые используем в дальнейших расчётах:

$$d_n = d_{n.ст} = 22 \text{ мм};$$

$$d_c = d_{c.ст} = 34 \text{ мм};$$

$$d_e = d_{e.ст} = 42 \text{ мм}.$$

Площади сечений в напорном, сливном и всасывающем трубопроводах находим по формуле:

$$S = \frac{Q_n}{V}$$

$$S_H = \frac{Q_n}{V} = \frac{1,33 \cdot 10^{-3}}{3,8} = 0,00035 \text{ м}^2$$

$$S_C = \frac{Q_n}{V} = \frac{1,33 \cdot 10^{-3}}{1,5} = 0,0009 \text{ м}^2$$

$$S_B = \frac{Q_n}{V} = \frac{1,33 \cdot 10^{-3}}{1} = 0,0013 \text{ м}^2$$

Теперь уточним действительные скорости потока жидкости в напорном, сливном и всасывающем трубопроводах, по формуле:

$$V = 1,13^2 \frac{Q_n}{d^2}$$

где:  $Q_n$  – величина потока жидкости через трубу, [м<sup>3</sup>/с];  
 $d$  – диаметр трубы, [м].

$$V_H = 1,13^2 \frac{Q_n}{d_H^2} = 1,13^2 \frac{1,33 \cdot 10^{-3}}{(22 \cdot 10^{-3})^2} = 3,4 \text{ м/с}$$

$$V_c = 1,13^2 \frac{Q_H}{d_c^2} = 1,13^2 \frac{1,33 \cdot 10^{-3}}{(34 \cdot 10^{-3})^2} = 1,47 \text{ м/с};$$

$$V_g = 1,13^2 \frac{Q_H}{d_g^2} = 1,13^2 \frac{1,33 \cdot 10^{-3}}{(42 \cdot 10^{-3})^2} = 0,96 \text{ м/с}.$$

### Расчёт потерь давления в трубопроводе.

Расчеты для рабочей жидкости ( летнее масло М-10В<sub>2</sub>)

Расчёт будем вести по уравнению Бернулли:

$$P_g = P_0 \pm \rho \cdot g \cdot h_g - \frac{\rho V_g^2}{2} \left( 1 + \xi_g \cdot b_g + \frac{\lambda_g \cdot l_g}{d_g} \right), \text{ Па}$$

где:  $P_0$  – атмосферное давление – 101325 [Па];

$\rho$  – плотность жидкости – 865 [кг/м<sup>3</sup>];

( $\rho$  определяется по графику зависимости плотности рабочих жидкостей от температуры);

$g$  – ускорение свободного падения – 9,8 [м/с<sup>2</sup>];

$h_g$  – высота всасывания, [м];

$V_g$  – скорость потока жидкости во всасывающем трубопроводе, [м/с];

$\xi_g$  – коэффициент местных сопротивлений всасывающего трубопровода;

$b_g$  – поправочный коэффициент, учитывающий влияние вязкости жидкости на местные потери ;

( $b_g$  определяется по графику зависимости поправочного коэффициента от числа Рейнольдса);

$\lambda_g$  – коэффициент трения жидкости о стенки всасывающего трубопровода:

$$\lambda_g = \frac{75}{\text{Re}}$$

где: Re – число Рейнольдса, определяется:

$$\text{Re} = \frac{V_g \cdot d_g}{\nu}$$

Где:  $V_g$  – скорость потока жидкости во всасывающем трубопроводе, [м/с];

$d_g$  – диаметр всасывающего трубопровода, [м];

$\nu$  – коэффициент кинематической вязкости, [м<sup>2</sup>/с];  
 ( $\nu$  определяется по графику зависимости вязкости рабочих жидкостей от температуры);

$$Re = \frac{0.96 \cdot 0.042}{800 \cdot 10^{-6}} = 50.4$$

при  $t=+20^{\circ}C$   $\lambda_B = 0.3164 \cdot Re^{-0.25} = 0.12$

$$P_B = 101325 + 865 \cdot 10 \cdot 0.5 - 865 \cdot \frac{0.96^2}{2} \left( 1 + 0.9 \cdot 3.7 + \frac{0.1 \cdot 2}{0.042} \right) = 0.1 \text{ МПа}$$

Общая величина потерь давления может быть определена как сумма потерь в отдельных элементах гидросистемы:

$$\sum \Delta P = \sum \Delta P_n + \sum \Delta P_m + \sum \Delta P_{zo}$$

Где:  $\sum \Delta P_n$  – суммарные путевые потери давления на прямолинейных участках трубопровода;

$\sum \Delta P_m$  – суммарные местные потери давления в изгибах трубопроводов, штуцерах, переходниках, тройниках.

$\sum \Delta P_{zo}$  – суммарные потери давления в гидрооборудовании

Определим путевые потери давления на прямолинейных участках трубопровода:

А) для напорного трубопровода:

$$\Delta P_{n.n.} = \rho \cdot \lambda_n \cdot \frac{l_n}{d_n} \cdot \frac{V_n^2}{2}$$

где:  $\rho$  – плотность жидкости [кг/м<sup>3</sup>];

$l_n$  – длина напорного трубопровода, [м];

$d_n$  – диаметр напорного трубопровода, [м];

$V_n$  – скорость потока жидкости в напорном трубопроводе, [м/с];

$\lambda_n$  – коэффициент трения жидкости о стенки напорного трубопровода:

$$\lambda_n = \frac{75}{Re} \text{ (при ламинарном режиме), где}$$

$Re$  – число Рейнольдса, определяется:

$$Re = \frac{V_n \cdot d_n}{\nu}$$

Где:  $V_n$  – скорость потока жидкости в напорном трубопроводе, [м/с];

$d_n$  – диаметр напорного трубопровода, [м];

$\nu$  – коэффициент кинематической вязкости, [м<sup>2</sup>/с].

В) для сливного трубопровода:

$$\Delta P_{c.n.} = \rho \cdot \lambda_c \cdot \frac{l_c}{d_c} \cdot \frac{V_c^2}{2}$$

где:  $\rho$  – плотность жидкости [мг/м<sup>3</sup>];

$l_c$  – длина сливного трубопровода, [м];

$d_c$  – диаметр сливного трубопровода, [м];

$V_c$  – скорость потока жидкости в сливном трубопроводе, [м/с];

$\lambda_c$  – коэффициент трения жидкости о стенки сливного трубопровода:

$\lambda_c = \frac{75}{Re}$  (при ламинарном режиме), где

Re – число Рейнольдса, определяется:

$$Re = \frac{V_c \cdot d_c}{\nu}$$

Где:  $V_c$  – скорость потока жидкости в сливном трубопроводе, [м/с];

$d_c$  – диаметр сливного трубопровода, [м];

$\nu$  – коэффициент кинематической вязкости, [м<sup>2</sup>/с].

Получаем:

$$\sum \Delta P_{II} = \rho \cdot \lambda_n \cdot \frac{l_n}{d_n} \cdot \frac{V_n^2}{2} + \rho \cdot \lambda_c \cdot \frac{l_c}{d_c} \cdot \frac{V_c^2}{2}$$

Определим местные потери давления в изгибах трубопроводов, штуцерах, переходниках, тройниках:

А) для напорного трубопровода:

$$\Delta P_{н.м.} = \rho (\xi_n + \xi_{расп}) \cdot b_n \cdot \frac{V_n^2}{2}$$

где:  $\rho$  – плотность жидкости [мг/м<sup>3</sup>];

$\xi_n$  – коэффициент местных сопротивлений в напорном трубопроводе;

$\xi_{расп}$  – коэффициент местных сопротивлений золотникового распределителя;

$b_n$  – поправочный коэффициент, учитывающий влияние вязкости жидкости на местные потери в напорном трубопроводе ;

$V_n$  – скорость потока жидкости в напорном трубопроводе, [м/с].

В) для сливного трубопровода:

$$\Delta P_{с.м.} = \rho (\xi_c + \xi_{\phi}) \cdot b_c \cdot \frac{V_c^2}{2}$$

где,  $\rho$  – плотность жидкости [кг/м<sup>3</sup>];

$\xi_c$  – коэффициент местных сопротивлений в сливном трубопроводе;

$\xi_{\phi}$  – коэффициент местных сопротивлений в фильтре;

$b_n$  – поправочный коэффициент, учитывающий влияние вязкости жидкости на

местные потери в сливном трубопроводе;

$V_c$  – скорость потока жидкости в сливном трубопроводе, [м/с].

$$\sum \Delta P_n = \Delta P_{н.п.} + \Delta P_{н.м.} \text{ Па}$$

Суммарные потери давления в сливной гидролинии мотора:

$$\sum \Delta P_c = \Delta P_{с.п.} + \Delta P_{с.м.} \text{ Па}$$

$$\sum \Delta P = \sum \Delta P_n + \sum \Delta P_c \text{ Па.}$$

$$\sum \Delta P_{II} = 865 \cdot 29.6 \cdot \frac{15}{0,022} \cdot \frac{3.4^2}{2} + 865 \cdot 19.77 \cdot \frac{15}{0,034} \cdot \frac{1.47^2}{2} = 109 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

$$\sum \Delta P_M = 0.9 \cdot 3.7 \cdot 865 \cdot \frac{3.4^2}{2} + 0.9 \cdot 3.7 \cdot 865 \cdot \frac{1.47^2}{2} = 1.98 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

### Выбор фильтров

Выбор унифицированных фильтров осуществляется по номинальному потоку жидкости и требуемой номинальной тонкости фильтрации.

Устанавливаем линейный фильтр типоразмера 1.1.20-10/200 [18]

Таблица 7. Техническая характеристика фильтра типоразмера 1.1.20-10/200

Условный проход, мм	20
Гидролиния установки	Напорная
Номинальный поток через фильтр при вязкости рабочей жидкости $(20-30)10^{-6}$ м <sup>2</sup> /с, л/мин	36
Номинальное давление, МПа	20
Номинальный перепад давления при номинальном потоке и вязкости рабочей жидкости не более $30 \cdot 10^{-6}$ м <sup>2</sup> /с, МПа	-
Перепад давления на фильтре при открывании переливного клапана, МПа	21
Масса сухого фильтра, кг	16

### Определение объёма и площади теплоотдачи гидробака

Выбор вместимости гидробака и определение площади теплоизлучающих поверхностей.

На основании рекомендации [18] п. 5.14 и ГОСТ 12448-80 (табл.14) выбираем вместимость гидробака 100л, для которого определяем площадь теплоотдачи:

$$F_B = 6,5\sqrt[3]{V_B^2} = 6,5\sqrt[3]{0,1^2} = 6,5 \cdot 0,215 = 1,39\text{ м}^2$$

Определим площадь теплоизлучающих поверхностей гидропривода:

$$F_{ГП} = F_B \cdot \alpha_B = 1,39 \cdot 2,4 = 3,36\text{ м}^2$$

Значение [18]  $\alpha_B$  берем из табл.73.

### Тепловой расчет гидропривода

Тепловой расчёт выполняется с целью установления условий работы гидропривода, уточнения объёма гидробака и поверхности теплоотдачи, а также выявления необходимости применения теплообменника [19].

Количества тепла, получаемое в единицу времени, соответствует потерянной в гидроприводе мощности и может быть определено по формуле:

$$Q = (1 - \eta_{общ}) \cdot N_n \cdot k_n \cdot k_o$$

где:  $\eta_{общ}$  – общий КПД гидропривода;

$N_n$  – мощность привода насоса, [Вт];

$k_n$  – коэффициент продолжительности работы под нагрузкой 0.9;

$k_o$  – коэффициент использования номинального давления 0.7

$$Q_{zn} = (1 - \eta_{общ}) \cdot N_n \cdot k_n \cdot k_o = (1 - 0,76) \cdot 24750 \cdot 0,9 \cdot 0,7 = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Вт}$$

Определим суммарную площадь теплоизлучающих поверхностей гидропривода:

$$F = \alpha_o \cdot F_o$$

где:  $F_o$  – площадь гидробака [ $\text{м}^2$ ].

$$F = \alpha_o \cdot F_o = 2,4 \cdot 1,39 = 3,336$$

Найдём максимальную установившуюся температуру рабочей жидкости, которая достигается гидроприводом через два-три часа после начала эксплуатации и не зависит от времени:

$$t = \frac{Q}{k \cdot F} \left( 1 - \frac{1}{\exp \frac{\tau \cdot k_{ГП} \cdot F_{ГП}}{m_{ж} \cdot m_{ГО}}} \right) + t^0$$

$$c_{ГП} = \frac{c_{ж} \cdot m_{ж} + c_{ГО} \cdot m_{ГО}}{m_{ж} + m_{ГО}}$$

$$m_{ж} = \rho \cdot V_0 \cdot 1.5 = 865 \cdot 0.1 \cdot 1.5 = 129.8 \text{ кг}$$

$$c_{ГП} = \frac{c_{ж} \cdot m_{ж} + c_{ГО} \cdot m_{ГО}}{m_{ж} + m_{ГО}} = \frac{1.85 \cdot 10^3 \cdot 129.8 + 0.46 \cdot 10^3 \cdot 600}{600 + 129.8} = 707.2 \text{ Дж/кг}^\circ\text{C}$$

Найдём максимальную установившуюся температуру рабочей жидкости, которая достигается гидроприводом через два-три часа после начала эксплуатации и не зависит от времени:

$$t_{уст} = \frac{Q}{k \cdot F} + t_{0\max}$$

где:  $Q$  – количества тепла, получаемое в единицу времени, [Вт];  
 $k$  – приближённое значение коэффициента теплоотдачи – [Вт/м<sup>2</sup>];  
 $F$  – суммарная площадь теплоизлучающих поверхностей гидропривода – [м<sup>2</sup>];  
 $t_{0\max}$  – максимальная температура окружающего воздуха (+20)°C.

$$t_{уст} = \frac{Q}{k \cdot F} + t = \frac{4.2 \cdot 10^3}{10 \cdot 3.361} + 20 = 144.9$$

Так как установившаяся температура рабочей жидкости на 75°C превышает допустимую, то в гидроприводе манипулятора МА-100 необходимо применить теплообменник, площадь которого:

$$F_T = \frac{Q_{zn}}{(t_{уст} - t) \cdot k_T} - F_{zn} \cdot \frac{k_{zn}}{k_T}$$

$$F_T = 3.1 \text{ м}^2$$

Теперь определим текущую температуру рабочей жидкости в гидроприводе

Через 3600с после начала работы:

$$t_{ж} = \frac{4.2 \cdot 10^3}{10 \cdot 3.361} \left( 1 - \frac{1}{2.72 \frac{3600 \cdot 10 \cdot 3.361}{600 \cdot 0.707 \cdot 10^3}} \right) + 20 = 51^\circ\text{C}$$

Таблица 9. Зависимость температуры раб. жидкости от продолжительности работы

$\tau, \text{с}$	1200	2400	3600	4800	6000	7200	10800
$t_{ж}, \text{C}$	31.3	41.6	51	59.5	67.3	74.3	91.9

## 2. РАСЧЕТА ГИДРОПРИВОДА

### 1. Исходные данные для расчета гидропривода

Усиление на штоке гидроцилиндра	$R_{н1} = 160 \text{ кН}$ $R_{н2} = 150 \text{ кН}$
Скорость поршня гидроцилиндра: - шток толкает - шток тянет	$V_{п1} = 0,08 \text{ м/с}$ $V_{п2} = 0,09 \text{ м/с}$
Ход поршня	$L_{п} = 0,8 \text{ м}$
Время работы гидропривода без нагрузки	$t_3 = 50 \text{ с}$
Рабочая жидкость	Масло ВМГЗ
Её рабочая температура	$\tau = 60 \text{ }^\circ\text{C}$

### 2. Выбор управляющего устройства, давление и составление гидросхемы

Выбор способа регулирования, можно определив величину выходной мощности проектируемого гидропривода, вычисляется по формуле

$$N_{\text{вых.1}} = (V_{п1} \cdot R_{н1}) = 0,08 \cdot 160000 = 12,8 \text{ кВт}$$

$$N_{\text{вых.2}} = (V_{п2} \cdot R_{н2}) = 0,09 \cdot 150000 = 13,5 \text{ кВт}$$

Так как  $N_{\text{вых.2}} = 13,5 > 5 \text{ кВт}$  то способ регулирования - машинный

Выбираем из номинального ряда давление для гидропривода  $P_{\text{ном}} = 16 \text{ МПа}$ .

Для реализации исходных данных подходит гидросхема, представленная на рис.3.4. Её описание приведено в приложении, поэтому здесь вторично не описываем.

### 3. Выбор объемных гидромашин

#### Расчет и выбор гидроцилиндра.

Диаметр поршня гидроцилиндра определяем по формуле

$$D = \sqrt{\frac{4R_{н. \max} \cdot K}{\pi \cdot P_{\text{ном}}}},$$

где  $R_{н. \max} = 160 \cdot 10^3 \text{ Н}$  максимальное усилие;  $K = 1,2$  - коэффициент запаса;  $P_{\text{ном}} = 16 \cdot 10^6 \text{ Па}$ , отсюда

$$D = \sqrt{\frac{4 \cdot 160 \cdot 10^3 \cdot 1,2}{\pi \cdot 16 \cdot 10^6}} = 0,123 \text{ м.}$$

По диаметру  $D = 0,123$  м, давлению  $P_{\text{ном}} = 16$  Мпа и ходу поршня  $L_{\text{п}} = 0,8$  м выбираем из прил.1 гидроцилиндр с параметрами:  $D_1 = 0,125$  м, диаметр штока  $d_{\text{шт}} = 0,056$  м, ход поршня  $L_{\text{п}} = 0,8$  м, давление  $P_{\text{ном}} = 16$  Мпа.

Уточняем давление в гидроцилиндре по формуле

$$P_{\Gamma} = \frac{4R_{\text{н.мак}} \cdot K}{\pi \cdot D_1^2} = \frac{4 \cdot 160 \cdot 10^3 \cdot 1,2}{\pi \cdot 0,125^2} = 15,6 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$

Определяем расход жидкости в гидроцилиндре для двух режимов:

$$Q_{\Gamma 1} = \frac{\pi \cdot D_1^2 \cdot V_{\text{п1}}}{4 \cdot \eta_{\text{о.ц.}}} = \frac{3,14 \cdot 0,125^2 \cdot 0,09}{4 \cdot 1} = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \text{ с,}$$

где  $\eta_{\text{о.ц.}}$  - объемный КПД гидроцилиндра, принимаем для новых резиновых уплотнений гидроцилиндра  $\eta_{\text{о.ц.}} = 1$ ,

$$Q_{\Gamma 1} = \frac{\pi \cdot (D_1^2 - d_{\text{шт}}^2) \cdot V_{\text{п2}}}{4 \cdot \eta_{\text{о.ц.}}} = \frac{3,14 \cdot (0,125^2 - 0,056^2) \cdot 0,09}{4 \cdot 1} = 8,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \text{ с.}$$

#### 4. Расчет и выбор гидронасоса

Определяем ориентировочное давление гидронасоса [16]

$$P_{\text{н}} = P_{\Gamma} + \Sigma \Delta P,$$

где  $P_{\Gamma}$  – максимальное давление в гидроцилиндре,  $P_{\Gamma} = 15,6$  МПа;  $\Sigma \Delta P$  – суммарные потери давления в гидроцилиндре,  $\Sigma \Delta P = 0,1 \cdot P_{\Gamma} = 1,56$  МПа.

Подставляя числовые значения, получим

$$P_{\text{н}} = 15,6 + 1,56 = 17,16 \text{ МПа.}$$

Определяем ориентировочную подачу насоса:

$$Q_{\text{н}} = Q_{\Gamma 1} + \Sigma \Delta Q,$$

где  $Q_{\Gamma 1} = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \text{ с}$ ;  $\Sigma \Delta Q$  – суммарные объемные потери в гидроприводе,  $\Sigma \Delta Q = 0,1 \cdot Q_{\Gamma 1} = 0,11 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \text{ с}$ , таким образом,

$$Q_{\text{н}} = 1,1 \cdot 10^{-3} + 0,11 \cdot 10^{-3} = 1,21 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \text{ с.}$$

По давлению  $P_{\text{н}} = 16,67$  МПа и подаче  $Q_{\text{н}} = 1,27 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \text{ с}$  выбираем нерегулируемый аксиально-поршневой гидронасос типа 207.20 с наклонным блоком цилиндров (см. прил. 6). Его параметры:

- рабочий объем	$q_H = 54,8 \text{ см}^3/\text{об};$
- номинальная подача	$Q_{H,НОМ} = 1,301 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с};$
- номинальное давление	$P_{H,НОМ} = 20 \text{ МПа};$
- номинальная частота вращения	$N_{H,НОМ} = 25 \text{ об/с (1500 об/мин)};$
- объемный КПД	$\eta_{O.H.} = 0,95;$
- механический КПД	$\eta_{MECH.H.} = 0,958;$
- полный КПД	$\eta_H = 0,91.$

Выбор гидроаппаратов и кондиционеров рабочей жидкости

Согласно гидросхеме выбираем гидроаппараты: распределитель жидкости, предохранительный клапан, а фильтр только по  $Q_H$ , так как он установлен в сливном трубопроводе [20].

Выбираем из прил. 33 распределитель жидкости реверсивного типа с ручным управлением и выписываем его паспортные данные:

- номинальное давление	$P_{P,НОМ} = 20 \text{ МПа};$
- номинальный расход	$Q_{P,НОМ} = 1,16 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с (70л/мин)}$
- потери давления	$\Delta P_{P.} = 0,3 \text{ МПа}.$

Выбираем из прил. 37 первичный предохранительный клапан непрямого действия типа УИ 79015 и выписываем его паспортные данные:

- номинальное давление	$P_{П.К.НОМ} = 16 \text{ МПа};$
- номинальный расход	$Q_{П.К.НОМ} = 2,66 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с (160л/мин)};$
- потери давления	$\Delta P_{П.К.} = 0,6 \text{ МПа}.$

Для аксиально-поршневых насосов тонкость фильтрации рабочей жидкости должна быть 16 -25 мкм. Так как установку фильтра предусматриваем в сливном трубопроводе, то выбираем фильтр типа 1.1.32-25 из прил. 51 выписываем его паспортные данные[20]:

- номинальное давление	$P_{Ф.НОМ} = 0,63 \text{ МПа};$
- номинальный расход	$Q_{Ф.НОМ} = 1,66 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с (100л/мин)};$
- потери давления	$\Delta P_{Ф.} = 0,027 \text{ МПа}.$
- тонкость фильтрации	25 мкм;
- материал фильтрующей шторы	Бумага БФМ.

## 5. Расчет и выбор трубопроводов

Рассмотрен наиболее общий случай с необходимостью проверки всех трех условий при определении диаметров.

Расчет выполняем отдельно для всасывающего, напорного и сливного трубопроводов, используя одни и те же формулы. Внутренний диаметр трубопровода определяем по двум условиям обеспечения:

- 1) допустимой скорости рабочей жидкости в трубопроводе;
- 2) допустимых потерь давления в трубопроводе.

Принимаем допустимую скорость движения рабочей жидкости в трубопроводах: всасывающем  $V_{тр.в} = 1$  м/с; напорном  $V_{тр.н} = 4,5$  м/с; сливном  $V_{тр.с} = 1,5$  м/с.

Определим внутренний диаметр всасывающего трубопровода по условиям:

Первому

$$d_{тр.в1} = \sqrt{\frac{4 \cdot Q_{н.ном}}{\pi \cdot V_{тр.в}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,21 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 1}} = 0,0393 \text{ м};$$

здесь  $\nu$  – кинематическая вязкость масла ВМГЗ при температуре  $60^\circ\text{C}$ ,  
 $\nu = 8,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ ;

третьему

$$d_{тр.в3} = 15 \cdot \sqrt[4]{\frac{\nu \cdot L_{тр.в} \cdot Q_{н.ном}}{[\Delta P_{тр}] \cdot 10^6}} = 15 \cdot \sqrt[4]{\frac{28 \cdot 10^{-6} \cdot 0,5 \cdot 1,21 \cdot 10^{-3}}{0,2 \cdot 10^6}} = 0,006 \text{ м}.$$

где  $\nu$  – кинематическая вязкость масла ВМГЗ при температуре  $20^\circ\text{C}$ ,

$\nu = 28 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ ;  $L_{тр.в}$  - длина всасывающего трубопровода,  $L_{тр.в} = 0,5$  м;  $[\Delta P_{тр}]$  - допускаемые потери давления в трубопроводе,  $[\Delta P_{тр}] = 0,2$  МПа.

Из значений  $d_{тр.в1}$ ,  $d_{тр.в3}$ , принимаем большее значение  $d_{тр.в} = 0,0393$  м.

Определяем внутренний диаметр напорного трубопровода по условиям:  
 Первому

$$d_{тр.н1} = \sqrt{\frac{4 \cdot Q_{н.ном}}{\pi \cdot V_{тр.н}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,21 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 4,5}} = 0,0185 \text{ м};$$

Третьему

$$d_{тр.н3} = 15 \cdot \sqrt[4]{\frac{\nu \cdot L_{тр.н} \cdot Q_{н.ном}}{[\Delta P_{тр}] \cdot 10^6}} = 15 \cdot \sqrt[4]{\frac{28 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 1,21 \cdot 10^{-3}}{0,2 \cdot 10^6}} = 0,0094 \text{ м}.$$

Здесь длину напорного трубопровода принимаем  $L_{тр.н} = 3$  м.

Из двух значений  $d_{тр.н1}$ ,  $d_{тр.н3}$  выбираем большее  $d_{тр.н} = 0,0185$  м.

Определяем внутренний диаметр сливного трубопровода по условиям:  
 Первому

$$d_{тр.с1} = \sqrt{\frac{4 \cdot Q_{н.ном}}{\pi \cdot V_{тр.с}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,21 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 1,5}} = 0,032 \text{ м};$$

Трет  
 ьему

$$d_{TP.C3} = 15 \cdot \sqrt[4]{\frac{\nu \cdot L_{TP.C} \cdot Q_{H.HO.M}}{[\Delta P_{TP}] \cdot 10^6}} = 15 \cdot \sqrt[4]{\frac{28 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 1,301 \cdot 10^{-3}}{0,2 \cdot 10^6}} = 0,0094 \text{ м.}$$

Здесь длину сливного трубопровода принимаем  $L_{TP.C} = 3$  м.  
Из двух значений  $d_{TP.C1}$ ,  $d_{TP.C3}$  выбираем большее  $d_{TP.C} = 0,032$  м.

### Определяем толщину стенки трубопровода

$$S = \frac{P \cdot d_{TP}}{2 \cdot b_{BP}} \cdot K_6$$

где  $P$  – давление в трубопроводе, принимаем для всасывающего и сливного  $P = 0,2$  МПа, а для напорного трубопровода  $P = P_H = 15,95$  МПа;  $b_{BP}$  – предел прочности на растяжение материала трубопровода, принимаем трубопровод из стали Ст. 3, тогда  $b_{BP} = 400$  МПа;  $K_6$  – коэффициент безопасности, принимаем для всасывающего и сливного трубопроводов  $K_6 = 2$ , т.к. давление в них близко к нулю, а для напорного трубопровода принимаем  $K_6 = 3$ , т.к. считаем, что у гидропривода будет ненапряженный режим работы.

Далее определяем толщину стенки трубопроводов  
Всасывающего

$$S_B = \frac{0,2 \cdot 0,0393}{2 \cdot 400} \cdot 2 = 1,9 \cdot 10^{-5} = 0,01965 \text{ мм};$$

Напорного

$$S_H = \frac{15,95 \cdot 0,0185}{2 \cdot 400} \cdot 3 = 0,0011 \text{ м} = 1,1 \text{ мм}$$

Сливного

$$S_C = \frac{0,2 \cdot 0,032}{2 \cdot 400} \cdot 2 = 0,016 \text{ мм.}$$

По внутреннему диаметру  $d_{TP.B}$ ,  $d_{TP.H}$  и  $d_{TP.C}$ , а также по толщине  $S$  трубопровода выбираем из прил. 55 сортамент труб для трубопроводов:

напорного

внутренний диаметр  $d_{TP.H} = 19$  мм

толщина стенки трубопровода  $S_B = 2$  мм

всасывающего

внутренний диаметр  $d_{TP.B} = 40$  мм

толщина стенки трубопровода  $S_H = 2$  мм

сливного

внутренний диаметр  $d_{\text{тр.с}} = 32$  мм  
толщина стенки трубопровода  $S_c = 2$  мм

Толщина стенок всасывающего и сливного трубопроводов увеличена из условий жесткости и соответствует стандартному ряду.

Уточняем скорость движения, м/с, рабочей жидкости в трубопроводе по формуле:

$$V_{\text{ТР}} = \frac{4 \cdot Q_{\text{Н.НОМ}}}{\pi \cdot d_{\text{ТР}}^2}$$

Всасывающий трубопровод

$$V_{\text{ТР.В}} = \frac{4 \cdot 1,21 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot (40 \cdot 10^{-3})^2} = 0,963 \text{ м/с.}$$

Напорный трубопровод

$$V_{\text{ТР.Н}} = \frac{4 \cdot 1,21 \cdot 10^{-3}}{3,14 (19 \cdot 10^{-3})^2} = 4,269 \text{ м/с.}$$

Сливной трубопровод

$$V_{\text{ТР.С}} = \frac{4 \cdot 1,21 \cdot 10^{-3}}{3,14 (32 \cdot 10^{-3})^2} = 1,505 \text{ м/с.}$$

## 6. Расчет потерь давления в трубопроводе

Всасывающий трубопровод

Определяем число Рейнольдса:

$$\text{Re} = \frac{V_{\text{ТР.В}} \cdot d_{\text{ТР.В}}}{\nu} = \frac{0,963 \cdot 40 \cdot 10^{-3}}{8,5 \cdot 10^{-6}} = 4531,7 \quad \text{т.е. } \text{Re} > 2320.$$

Тогда коэффициент сопротивления трубопровода

$$\lambda_B = \frac{0,3164}{\text{Re}^{+0,25}} = \frac{0,3164}{4531,7^{+0,25}} = 0,0385$$

Потери давления на трение по длине всасывающего трубопровода

$$\Delta P_{\text{Л.В}} = 0,5 \cdot \rho \cdot \lambda_B \cdot L_{\text{ТР.В}} \cdot (V_{\text{ТР.В}})^2 / d_{\text{ТР.В}} = \\ = 0,5 \cdot 855 \cdot 0,0385 \cdot 1 \cdot 0,963^2 / 40 \cdot 10^{-3} = 190,79 \text{ Па.}$$

Потери давления в местных сопротивлениях всасывающего трубопровода

$$\Delta P_{M.B} = \sum \zeta_B \frac{(V_{TP.B})^2}{2} \rho$$

Принимаем во всасывающем трубопроводе два плавных поворота и сужение потока за счет крана на всасывающей стороне перед маслобаком. По прил. 56 принимаем: коэффициент сопротивления штуцера  $\zeta_1 = 0,1$ .

Находим сумму коэффициентов местных сопротивлений:

$$\sum \zeta_B = \zeta_1 \cdot 1 = 0,1 \cdot 1 = 0,1.$$

Тогда

$$\Delta P_{M.B} = 0,1 \cdot \frac{0,963^2}{2} \cdot 855 = 39,64 \text{ Па}$$

Суммарные потери давления во всасывающем трубопроводе определяем по формуле

$$\Delta P_{TP.B} = \Delta P_{L.B} + \Delta P_{M.B} = 190,7 + 39,64 = 230,35 \text{ Па.}$$

### Напорный трубопровод

Определяем число Рейнольдса

$$Re = \frac{V_{TP.B} \cdot d_{TP.B}}{\nu} = \frac{4,269 \cdot 19 \cdot 10^{-3}}{8,5 \cdot 10^{-6}} = 9542,4, \text{ т.е. } Re < 2320.$$

Тогда коэффициент сопротивления трубопровода

$$\lambda_n = \frac{0,3164}{Re^{+0,25}} = 0,032$$

Потери давления на трение по длине трубопровода

$$\Delta P_{L.H} = 0,5 \cdot \rho \cdot \lambda_n \cdot L_{TP.H} \cdot (V_{TP.H})^2 / d_{TP.H} = \\ = 0,5 \cdot 855 \cdot 0,032 \cdot 3 \cdot 4,269^2 / 26 \cdot 10^{-3} = 39364,62 \text{ Па.}$$

Потери давления в местных сопротивлениях напорного трубопровода

$$\Delta P_{M.H} = \sum \zeta_H \frac{(V_{TP.H})^2}{2} \rho$$

Принимаем в напорном трубопроводе четыре поворота под прямым углом с коэффициентом сопротивления  $\zeta_1 = 1,5$ , один тройник с коэффициентом сопротивления  $\zeta_2 = 1$ , четыре штуцера с коэффициентом  $\zeta_3 = 0,1$ .

Определяем сумму коэффициентов местных сопротивлений

$$\Sigma \zeta_{\text{н}} = \zeta_1 \cdot 4 + \zeta_2 \cdot 1 + \zeta_3 \cdot 4 = 1,5 \cdot 4 + 1 \cdot 1 + 0,1 \cdot 4 = 7,4.$$

Тогда

$$\Delta P_{\text{м.н}} = 7,4 \cdot \frac{4,269^2}{2} \cdot 855 = 57652,7 \text{ Па}$$

Суммарные потери давления в напорном трубопроводе определяем по формуле

$$\Delta P_{\text{тр.н}} = \Delta P_{\text{Л.н}} + \Delta P_{\text{м.н}} = 39364,62 + 57652,7 = 97017,38 \text{ Па.}$$

### Сливной трубопровод

Определяем число Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{V_{\text{тр.с}} \cdot d_{\text{тр.с}}}{\nu} = \frac{1,505 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{8,5 \cdot 10^{-6}} = 5665,88 \quad \text{т.е. } \text{Re} < 2320.$$

Тогда коэффициент сопротивления трубопровода

$$\lambda_{\text{н}} = \frac{0,3164}{\text{Re}^{+0,25}} = 0,064$$

Потери давления на трение по длине сливного трубопровода

$$\Delta P_{\text{Л.с}} = 0,5 \cdot \rho \cdot \lambda_{\text{с}} \cdot L_{\text{тр.с}} \cdot (V_{\text{тр.с}})^2 / d_{\text{тр.с}} = \\ = 0,5 \cdot 855 \cdot 0,0364 \cdot 3 \cdot 1,505^2 / 32 \cdot 10^{-3} = 3304,3 \text{ Па.}$$

Потери давления в местных сопротивлениях сливного трубопровода

$$\Delta P_{\text{м.с}} = \Sigma \zeta_{\text{с}} \frac{(v_{\text{тр.с}})^2}{2} \rho$$

Принимаем в сливном трубопроводе четыре поворота под прямым углом с коэффициентом сопротивления  $\zeta_1 = 1,5$ , пять штуцеров с коэффициентом  $\zeta_2 = 0,1$ .

Находим сумму коэффициентов местных сопротивлений

$$\Sigma \zeta_{\text{н}} = \zeta_1 \cdot 4 + \zeta_2 \cdot 5 = 1,5 \cdot 4 + 0,1 \cdot 5 = 6,5 .$$

Тогда

$$\Delta P_{\text{м.с}} = 6,5 \cdot \frac{1,505^2}{2} \cdot 855 = 6293,94 \text{ Па}$$

Вычисляем суммарные потери давления в сливном трубопроводе

$$\Delta P_{\text{тр.с}} = \Delta P_{\text{Л.с}} + \Delta P_{\text{м.с}} = 3304,3 + 6293,94 = 9598,3 \text{ Па.}$$

и в трубопроводе

$$\Sigma \Delta P = \Sigma \Delta P_{\text{тр}} + \Sigma \Delta P_{\text{г.а}},$$

где  $\Sigma \Delta P_{\text{тр}}$  - суммарные потери давления во всасывающем, напорном и сливном трубопроводах;  $\Sigma \Delta P_{\text{г.а}}$  - суммарные потери давления в гидроаппаратах ( $\Delta P_p = 0,3$  МПа,  $\Delta P_\phi = 0,027$  МПа).

Тогда

$$\Sigma \Delta P = 230,345 + 97017,38 + 9598,3 + 300000 + 300000 + 27000 = \\ = 733846,03 \text{ Па} = 0,73 \text{ МПа.}$$

## 7. Определение потерь мощности в гидроприводе

Средние потери мощности, переходящие в тепло, определяем по формуле

$$\Delta N_{\text{гл.ср}} = \frac{\Delta N_1 t_1 + \Delta N_2 t_2 + \Delta N_3 t_3}{t_1 + t_2 + t_3},$$

где  $\Delta N_1$ ,  $\Delta N_2$  - потери мощности в гидроприводе, когда шток гидропривода толкает и тянет;  $\Delta N_3$  - и когда шток гидроцилиндра неподвижен;  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  - время работы гидропривода, когда шток гидроцилиндра толкает, тянет и неподвижен.

Согласно заданию время  $t_3 = 50$ с, а время  $t_1$  и  $t_2$  находим по формулам:

$$t_1 = \frac{L_n}{V_n} = \frac{0,8}{0,08} = 10 \text{с}; \quad t_2 = \frac{L_n}{V_{n2}} = \frac{0,8}{0,09} = 8,88 \text{с}$$

Потери мощности определяем для следующих случаев:

1) шток толкает

$$\Delta N_1 = \Delta N_{\text{потр.н.1}} (1 - \eta_{\text{общ.гп.1}});$$

2) шток тянет

$$\Delta N_2 = \Delta N_{\text{потр.н.2}} (1 - \eta_{\text{общ.гп.2}}).$$

Потребляемую насосом мощность в первом и во втором случаях находим по формулам:

$$N_{\text{потр.н.1}} = \frac{Q_{\text{н.ном}} \cdot P_{\text{н.1}}}{\eta_{\text{н}}}; \quad N_{\text{потр.н.2}} = \frac{Q_{\text{н.ном}} \cdot P_{\text{н.2}}}{\eta_{\text{н}}},$$

где  $Q_{\text{н.ном}} = 1,21 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$  – номинальная подача насоса;  $\eta_{\text{н}} = 0,91$  - полный КПД насоса;  $P_{\text{н.1}}$  и  $P_{\text{н.2}}$ - уточненное давление насоса в первом и во втором случаях, которое определяется с учетом суммарных потерь давления в трубопроводе  $\Sigma\Delta P = 0,73 \cdot 10^6 \text{ Па}$

$$P_{\text{н.1}} = P_{\text{г.1}} + \Sigma\Delta P; \quad P_{\text{н.2}} = P_{\text{г.2}} + \Sigma\Delta P,$$

где  $P_{\text{г.1}}$  и  $P_{\text{г.2}}$  – давление в полости гидроцилиндра, когда шток толкает и тянет соответственно,

$$P_{\text{г.1}} = \frac{4 \cdot R_{\text{н.1}} \cdot K}{\pi \cdot D_1^2} = \frac{4 \cdot 160000 \cdot 1,15}{3,14 \cdot 0,125^2} = 15 \cdot 10^6 \text{ Па};$$

$$P_{\text{г.2}} = \frac{4 \cdot R_{\text{н.2}} \cdot K}{\pi \cdot (D_1^2 - d_{\text{шт}}^2)} = \frac{4 \cdot 150000 \cdot 1,15}{3,14 \cdot (0,125^2 - 0,056^2)} = 17,595 \cdot 10^6 \text{ Па};$$

$$P_{\text{н.1}} = 15 \cdot 10^6 + 0,73 \cdot 10^6 = 15,73 \cdot 10^6 \text{ Па};$$

$$P_{\text{н.2}} = 17,595 \cdot 10^6 + 0,73 \cdot 10^6 = 18,325 \cdot 10^6 \text{ Па};$$

$$N_{\text{потр.н.1}} = \frac{1,21 \cdot 10^{-3} \cdot 15,76 \cdot 10^6}{0,91} = 20955,6 \text{ Вт};$$

$$N_{\text{потр.н.2}} = \frac{1,21 \cdot 10^{-3} \cdot 18,325 \cdot 10^6}{0,91} = 24266,2 \text{ Вт};$$

Общий КПД привода для первого и второго случаев рассчитывается следующим образом:

$$\eta_{\text{общ.г.п.1}} = \frac{N_{\text{пол.1}}}{N_{\text{потр.н.1}}}, \quad \eta_{\text{общ.г.п.2}} = \frac{N_{\text{пол.2}}}{N_{\text{потр.н.2}}},$$

где  $N_{\text{пол.1}}$  и  $N_{\text{пол.2}}$  – полезная мощность гидроцилиндра,

$$N_{\text{пол.1}} = R \cdot V = 160000 \cdot 0,08 = 12800 \text{ Вт};$$

$$N_{\text{пол.2}} = R \cdot V = 150000 \cdot 0,09 = 13500 \text{ Вт};$$

$$\eta_{\text{общ.г.п.1}} = \frac{12800}{20955,6} = 0,6108$$

$$\eta_{\text{общ.г.п.2}} = \frac{13500}{24366,2} = 0,554.$$

Потери мощности в гидроприводе

$$\Delta N_1 = 20955,6 (1 - 0,6108) = 8155,9 \text{ Вт};$$

$$\Delta N_2 = 24366,2 (1 - 0,554) = 10867,3 \text{ Вт};$$

Для случаев, когда поршень гидроцилиндра неподвижен, а рабочая жидкость от насоса проходит на слив в маслоблок, потери мощности определяем по формуле

$$\Delta N_3 = Q_{н.ном} \cdot \Sigma \Delta P = 1,21 \cdot 10^{-3} \cdot 0,73 \cdot 10^6 = 883,3 \text{ Вт.}$$

Средние потери мощности составляют

$$\Delta N_{cp} = \frac{8155,9 \cdot 10 + 10867,3 \cdot 8,88 + 883,3 \cdot 50}{10 + 8,88 + 50} = 3226,27 \text{ Вт.}$$

## 8. Определение теплового режима и емкости маслобака

Определяем необходимую площадь поверхности,  $m^2$ , теплообмена формуле [21]

$$S_{треб.} = \Delta N_{cp} / (K_{тп} \cdot \Delta T_{доп}),$$

Где  $K_{тп} = 25 \text{ Вт}/(m^2 \cdot ^\circ C)$  – коэффициент теплопередачи для естественного охлаждения;  $\Delta T_{доп}$  – допустимый перепад температур,  $^\circ C$ ,

$$\Delta T_{доп} = T_{ж.мах} - T_{в.мах} = 60 - 20 = 40^\circ C.$$

Здесь  $T_{в.мах} = 20^\circ C$  – температура воздуха.

Отсюда

$$S_{треб} = \frac{3226,27}{25 \cdot 40} = 3,226 m^2.$$

Поскольку в теплообмене участвуют маслобак, трубопроводы, гидронасос, распределитель жидкости, фильтр и другие гидроаппараты, то площадь теплоотдающей поверхности маслобака

$$S_б = S_{треб} - S_{го}.$$

Где  $S_{го}$  – площадь поверхности теплообмена гидрооборудования.

В нашем случае будем учитывать только площадь поверхности трубопроводов и гидроцилиндра, т.к. остальное гидрооборудование находится в кожухе:

$$S_{го} = S_{тр} + S_{ц};$$

$$S_{тр} = \pi \cdot d_n \cdot L_{тр};$$

$$S_{ц} = \pi \cdot D_n \cdot L_{ц};$$

где  $d_n$   $D_n$  – наружные диаметры трубопровода и гидроцилиндра (принимаем больше на 20..30мм);  $L_{тр}$  и  $L_{ц}$  – длины трубопроводов и гидроцилиндра (для гидроцилиндра больше на 150..200мм).

Площади всасывающего, напорного и сливного трубопроводов:

$$S_{тр.в} = \pi \cdot 0,042 \cdot 0,5 = 0,06594 m^2;$$

$$S_{тр.н} = \pi \cdot 0,021 \cdot 3 = 0,19782 m^2;$$

$$S_{тр.с} = \pi \cdot 0,034 \cdot 3 = 0,32028 m^2;$$

$$S_{тр} = 0,06594 + 0,19782 + 0,32018 = 0,584 m^2;$$

Площадь гидроцилиндра:

$$S_{\text{ц}} = \pi \cdot 0,155 \cdot 1 = 0,4867 \text{ м}^2;$$

Определяем площадь  $S_{\text{го}}$

$$S_{\text{го}} = S_{\text{тр}} + S_{\text{ц}} = 0,584 + 0,4867 = 1,0707 \text{ м}^2;$$

Площадь теплоотражающей поверхности маслобака будет равна

$$S_{\text{б}} = S_{\text{треб}} - S_{\text{го}} = 3,226 - 1,0707 = 2,1553 \text{ м}^2;$$

Определяем объем маслобака по его теплоотдающей поверхности с соотношением сторон

$$A:B:C = 1:2:3, \quad A = \sqrt{\frac{S_{\text{б}}}{22}} = \sqrt{\frac{2,1553}{22}} = 0,312 \text{ м}$$

$$B = 0,624 \text{ м}; \quad C = 0,936 \text{ м}$$

$$V_{\text{б}}' = 6 \cdot A^3 \quad V_{\text{б}}' = 6 \cdot 0,312^3 = 0,1823 \text{ м}^3$$

Определяем объем маслобака при условии вместимости в него всей рабочей жидкости гидросистемы по формуле:

$$V_{\text{б}}'' = 2V_{\text{гс}}$$

где  $V_{\text{гс}}$  – внутренний объем гидросистемы.

Будем учитывать только объем гидроцилиндра и трубопроводов:

$$V_{\text{ц}} = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot L_{\text{ц}} = \frac{3,14 \cdot 0,125^2}{4} \cdot 0,8 = 0,098125 \text{ м}^3;$$

$$V_{\text{тр.в}} = \frac{\pi \cdot d_{\text{пр.в}}^2}{4} \cdot L_{\text{тр.в}} = \frac{3,14 \cdot 0,04^2}{4} \cdot 0,5 = 0,000628 \text{ м}^3;$$

$$V_{\text{тр.н}} = \frac{\pi \cdot d_{\text{пр.н}}^2}{4} \cdot L_{\text{тр.н}} = \frac{3,14 \cdot 0,019^2}{4} \cdot 3 = 0,00085 \text{ м}^3;$$

$$V_{\text{тр.с}} = \frac{\pi \cdot d_{\text{пр.с}}^2}{4} \cdot L_{\text{тр.с}} = \frac{3,14 \cdot 0,032^2}{4} \cdot 3 = 0,00241 \text{ м}^3;$$

Объем гидросистемы составит

$$V_{\text{гс}} = 0,0098121 + 0,000628 + 0,00085 + 0,00241 = 0,102 \text{ м}^3$$

Получим объем маслобака по условию вместимости

$$V_{\text{б}}'' = 2V_{\text{гс}} = 2 \cdot 0,102 = 0,204 \text{ м}^3$$

Сравнивая  $V_{\text{б}}'$  и  $V_{\text{б}}''$ , принимаем большее значение, т.е.  $V_{\text{б}}' < V_{\text{б}}''$  тогда  $V_{\text{б}} = V_{\text{б}}'' = 0,204 \text{ м}^3$ . Окончательно принимаем объем маслобака

$$V_{\text{б}} = 0,2 \text{ м}^3.$$

### 3. Расчет статических характеристик гидропривода с машинным регулированием

Так как в нашем случае регулирование машинное и регулирование осуществляется регулируемым насосом [21,22].

Исходными данными для расчета характеристик гидропривода с машинным регулированием являются: нагрузка на штоке гидроцилиндра  $R_n$ , Н; скорость поршня гидроцилиндра (диапазон изменения)  $V_p$ , м/с; подача насоса  $Q_n$ , м<sup>3</sup>/с; объемный КПД насоса  $\eta_{он}=0,95$ ; его рабочий объем  $q_n$ , см<sup>3</sup>/с; номинальное давление, развиваемое насосом  $P_{н.ном}=16$ МПа.

В ходе расчета предварительно определяют следующие параметры  
- теоретическую подачу насоса, м<sup>3</sup>/с,

$$Q_{н.т} = Q_n / \eta_{он} = \frac{1,3014 \cdot 10^{-3}}{0,95} = 1,37410^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$$

- объемные потери в насосе, м<sup>3</sup>/с,

$$\Delta Q_n = Q_n(1 - \eta_{он}) = 1,3014(1 - 0,95) = 6,8410^{-5} \text{ м}^3/\text{с};$$

- коэффициент объемных потерь насоса  $a_n$

$$a_n = \Delta Q_n / P_{н.ном} = \frac{6,8410^{-5}}{16 \cdot 16^6} = 4,28410^{-12}$$

- площадь поршня гидроцилиндра, м<sup>2</sup>, для случаев:  
шток толкает

$$F_ц = (\pi \cdot D^2) / 4 = \frac{\pi \cdot 0,125^2}{4} = 1,226410^{-2} \text{ м}^2.$$

шток тянет

$$F_ц = [\pi \cdot (D^2 - d_{шт}^2)] / 4 = \frac{\pi \cdot (0,125^2 - 0,056^2)}{4} = 9,8410^{-3} \text{ м}^2$$

где  $D$  и  $d_{шт}$  – диаметры поршня и штока, м.

Уравнение статистических характеристик для гидропривода с регулируемым насосом, имеют вид:

- для возвратно-поступательного движения, м/с,

$$V_{п} = \frac{Q_{нт} \cdot U_n}{F_ц} - \frac{a_n \cdot R_n}{F_ц^2},$$

Шток толкает: при  $U_n = 1$ ;  $R_{н1} = 160$ кН

$$V_{II} = \frac{Q_{HT} \cdot U_n}{F_{II}} - \frac{a_n \cdot R_n}{F_{II}^2} = \frac{1.301 \cdot 10^{-3} \times 1}{1.226 \cdot 10^{-2}} - \frac{4.28 \cdot 10^{-12} \times 160 \cdot 10^3}{(1.226 \cdot 10^{-2})^2} = 0.107 \text{ м/с}$$

Остальные вычисления произведены в программе Mathcad и представлены в таблице:

U <sub>n</sub>	Усилие на штоке гидроцилиндра, кН								
	0	20	40	60	80	100	120	140	160
1	0,111	0,111	0,11	0,11	0,109	0,109	0,108	0,108	0,107
0,9	0,1	0,1	0,099	0,099	0,098	0,098	0,097	0,096	0,096
0,8	0,089	0,089	0,088	0,088	0,087	0,086	0,086	0,085	0,085
0,7	0,076	0,078	0,077	0,076	0,076	0,075	0,075	0,074	0,074
0,6	0,066	0,066	0,066	0,065	0,065	0,064	0,064	0,063	0,062
0,5	0,055	0,055	0,055	0,054	0,054	0,053	0,052	0,052	0,051
0,4	0,044	0,044	0,044	0,043	0,042	0,042	0,041	0,041	0,04

По результатам расчета строим графики  
Шток тянет: при **U<sub>n</sub> = 1 ; R<sub>n2</sub> = 150кН**

$$V_{II} = \frac{Q_{HT} \cdot U_n}{F_{II}} - \frac{a_n \cdot R_n}{F_{II}^2} = \frac{1.301 \cdot 10^{-3} \times 1}{9.8 \cdot 10^{-3}} - \frac{4.28 \cdot 10^{-12} \times 150 \cdot 10^3}{(9.8 \cdot 10^{-3})^2} = 0.133 \text{ м/с}$$

Так же приведены в таблице:

U <sub>n</sub>	Усилие на штоке гидроцилиндра, кН								
	0	20	40	60	80	100	120	140	150
1	0,14	0,139	0,138	0,137	0,136	0,135	0,134	0,133	0,133
0,9	0,126	0,125	0,124	0,123	0,122	0,121	0,12	0,119	0,119
0,8	0,112	0,111	0,11	0,109	0,108	0,107	0,106	0,105	0,105
0,7	0,098	0,097	0,096	0,095	0,094	0,093	0,092	0,092	0,091
0,6	0,084	0,083	0,082	0,081	0,08	0,079	0,078	0,078	0,077
0,5	0,07	0,069	0,068	0,067	0,066	0,065	0,064	0,064	0,063
0,4	0,056	0,055	0,054	0,053	0,052	0,051	0,051	0,05	0,049

Итак в данной главе, выполнено расчет и проектировку объемного гидропривода механизма подъема стрелы автомобильного крана с возвратно-поступательным движением исполнительного органа. Обеспечил реверсивную работу и плавное регулирование выходной скорости исполнительного органа. Здесь гидропривод соответствует данному заданию по всем параметрам.

Усиление на штоке гидроцилиндра	$R_{н1} = 160 \text{ кН}$ $R_{н2} = 150 \text{ кН}$
Скорость поршня гидроцилиндра: - шток толкает - шток тянет	$V_{п1} = 0,08 \text{ м/с}$ $V_{п2} = 0,09 \text{ м/с}$
Ход поршня	$L_{п} = 0,8 \text{ м}$
Время работы гидропривода без нагрузки	$t_3 = 50 \text{ с}$
Рабочая жидкость	Масло ВМГЗ
Её рабочая температура	$\tau = 60 \text{ }^\circ\text{C}$

## Список использованных литератур

1. П.Хилл Наука и искусство проектирования. Методы проектирования, научное обоснование решений. Пер. с англ., Под ред. Венды В.Ф., М.: Мир, 1973.
2. Альтшуллер Г.С. Алгоритм изобретения. М.: Московский рабочий, 1973.
3. Джонс Дж. К. Методы проектирования. / Пер. с англ. 2-е изд. М.: Мир. 1986.
4. Дитрих Я. Проектирование и конструирование: Системный подход. Пер. с польск. - М.: Мир, 1981.
5. Конструирование приборов. В 2-х книгах. / Под ред. В.Краузе. - М.: Машиностроение. 1987.
6. Кожевников Я., Динамика машин, пер. с чешск., М., 1961; Зиновьев В. А.,
7. Бессонов А. П., Основы динамики машинных агрегатов, М., 1964;
8. Артоболовский И. И., Теория механизмов, 2 изд., М., 1967;
9. Кожевников С. Н., Теория механизмов и машин, 3 изд., М., 1969.
10. Крайнев А.Ф. Словарь-справочник по механизмам. - М.: Машиностроение. 1981.
11. Теория механизмов и механика машин. Под ред. К.В.Фролова. М.: Высшая школа, 1998.
12. Левитский Н.И. Колебания в машинах: Учебное пособие для вузов. - М: Наука. Гл. ред. физ. - мат. лит., 1988. - 336 с.
13. Штейнвольф Л.И. Динамические расчеты машин и механизмов. - Москва - Киев: Машгиз., 1961. - 340 с.
14. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т./ Ред. совет: В.Н.Челомей и др., - М.: Машиностроение, 1981. - Т.6, Защита от вибрации и ударов/ Под ред. К.В.Фролова, 1981. - 456с.
15. Силовой расчет, уравнивание, проектирование механизмов и механика манипуляторов: Учебное пособие. Под ред. А.К.Мусатова. М.: Изд. МГТУ, 1990.
16. Механика промышленных роботов: Учеб. пособие для вузов: В 3-х кн. / под ред. К.В.Фролова, Е.И.Воробьева. - М.: Высш.шк., 1988.
17. Р.Пол "Моделирование, планирование траекторий и управление движением робота - манипулятора" - М.: Наука, 1976.
18. Михайлов О.П., Орлова Р.Т., Пальцев А.В. «Современный электропривод станков с ЧПУ и промышленных роботов», - М.: Наука, 2001г.
19. Н. М. Довбня, А. Н. Кондратьев, Е. И. Юревич «Роботизированные технологические комплексы в ГПС», - М.: Наука, 2000г.
20. «Робототехнические комплексы» Под редакцией Б.И. Черпакова, 2002г.
21. А. А. Иванов, В. В. Сафронов «Роботизированные сборочные комплексы», - М.: Наука, 2001г.
22. А.А. Осьмаков «Технология и оборудование производства электрических машин», - М.: Наука, 2003г.