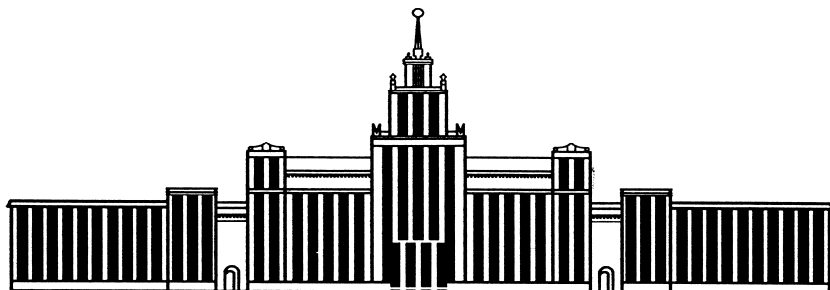

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ



ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

519.8(07)
П968

В.А. Пьянков, А.Д. Липенков

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СИСТЕМ И СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ

Учебное пособие

Челябинск
2013

Министерство образования и науки Российской Федерации
Южно-Уральский государственный университет
Кафедра экономико-математических методов и статистики

519.8(07)
П968

В.А. Пьянков, А.Д. Липенков

Общая теория систем и системный анализ

Учебное пособие

Под редакцией А.В. Панюкова

Челябинск
Издательский центр ЮУрГУ
2013

УДК 519.86(075.8)
П968

Одобрено
учебно-методической комиссией факультета вычислительной
математики и информатики

Рецензенты:
Л.С. Сосненко, А.М. Лоскутов

Пьянков, В.А.

П968 Общая теория систем и системный анализ: учебное пособие
/ В.А. Пьянков, А.Д. Липенков; под ред. А.В. Панюкова. –
Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2013. – 104 с.

Целью данного учебного пособия является формирование у читателя представления об общей теории систем и системном анализе, а также о применении методов системного анализа для проведения экономических исследований. Рассмотрены такие вопросы как общая теория систем, системный подход, роль математики как языка описания систем, логические основы системного анализа, теория принятия решений, управление экономическими системами в условиях неопределенности, оценка сложных систем и решение слабо-структурированных проблем. Для каждой из рассмотренных тем имеются вопросы и задания.

Учебное пособие предназначено для студентов второго курса нормативного срока обучения по направлениям 010400 «Прикладная математика и информатика», 080100 «Экономика», 080200 «Менеджмент» и по различным профилям в рамках данных направлений.

Учебное пособие соответствует требованиям Федерального государственного образовательного стандарта, что позволяет использовать его для подготовки бакалавров по направлениям 010400 «Прикладная математика и информатика», 080100 «Экономика» и 080200 «Менеджмент».

УДК 519.86(075.8)

© Издательский центр ЮУрГУ, 2013

Оглавление

Глава 1. Общая теория систем

1.1. Предмет дисциплины и основные понятия	6
1.2. Сложные системы	11
1.3. Способы описания систем	13
1.4. Внутренние и внешние системы	17
1.5. Вопросы и задания	18

Глава 2. Системный подход и системный анализ

2.1. Исторические предпосылки создания системного анализа .	19
2.2. Методологические подходы к исследованию систем	21
2.3. Принципы исследования и моделирования систем	25
2.4. Хозяйство как сложная система	29
2.5. Особенности хозяйственных систем	32
2.6. Задачи системного исследования хозяйства	33
2.7. Вопросы и задания	34

Глава 3. Математика как язык описания систем

3.1. Прикладное и теоретическое направления в математике .	36
3.2. Причины появления ошибок при применении математики в прикладных исследованиях	38
3.3. Понятие «существование» в чистой и прикладной матема- тике	40
3.4. Понятие числа в чистой и прикладной математике	40
3.5. Классификация моделей	42
3.6. Математическая модель	42
3.7. Модель данных	44
3.8. Алгоритмическая модель	44
3.9. Общая схема применения математики для изучения реаль- ных объектов	45
3.10. Требования к математическим моделям	52
3.11. Общая и компьютерная схемы моделирования	53

3.12. Вопросы и задания	55
Глава 4. Логические основы системного анализа	
4.1. Научное знание	57
4.2. Научная теория	59
4.3. Структура, функции и среда научной теории	61
4.4. Научная проблема	62
4.5. Каноническая постановка задачи и проблемы	64
4.6. Мнимые проблемы	66
4.7. Вопросы и задания	66
Глава 5. Теория принятия решений	
5.1. Особенности задачи принятия решений	67
5.2. Структура цели	68
5.3. Процесс принятия решений	69
5.4. Вопросы и задания	71
Глава 6. Методы борьбы с неопределённостью	
6.1. Типы неопределённостей	72
6.2. Линейная свертка	72
6.3. Использование контрольных показателей	73
6.4. Простейший случай преодоления неопределённости целей	74
6.5. Введение метрики в пространстве целевых функций	74
6.6. Принцип Парето	75
6.7. Природные неопределённости	79
6.8. Вопросы и задания	80
Глава 7. Особенности управления экономическими системами	
7.1. Особенности управления экономическими системами	81
7.2. Иерархические системы	82
7.3. Управление с помощью распределения ресурсов	84
7.4. Управление с помощью штрафов и поощрений	88
7.5. Вопросы и задания	91
Глава 8. Основы оценки сложных систем	
8.1. Понятие шкалы	92
8.2. Номинальная шкала	93
8.3. Шкала порядка	93
8.4. Шкала интервалов	94
8.5. Шкала отношений	94
8.6. Шкала разностей	95

8.7. Абсолютная шкала	96
8.8. Методы оценивания систем	96
8.9. Методы экспертных оценок	96
8.10. Ранжирование	97
8.11. Парное сравнение	99
8.12. Множественные сравнения	100
8.13. Непосредственная оценка	100
8.14. Метод Черчмена-Акоффа (последовательное сравнение)	100
8.15. Вопросы и задания	101
Глава 9. Методы решения слабоструктурированных проблем	
9.1. Метод мозговой атаки	102
9.2. Метод Дельфи	102
9.3. Вопросы и задания	103
Библиографический список	104

Глава 1

Общая теория систем

1.1. Предмет дисциплины и основные понятия

Система. Основным понятием общей теории систем является понятие системы. В исследованиях по теории систем используется большое число определений этого понятия. О системе говорят, когда имеется в виду взаимосвязанная совокупность элементов, обладающих внутренним единством и образующих некоторую целостность. При этом никаких ограничений на природу элементов не накладывается. Большая Советская Энциклопедия даёт следующее определение системы. Система это объективное единство закономерно связанных друг с другом предметов и явлений, а так же знаний о природе и обществе.

Из этого определения следует, что можно говорить как о материальных системах, образованных предметами материального мира, так и об идеальных или абстрактных системах, описывающих знания об материальных объектах в виде взаимосвязанной совокупности понятий, категория, законов и т.д. Все существующие в реальном мире совокупности объектов можно разбить на неорганизованные совокупности и системы. Неорганизованная совокупность лишена какой либо внутренней организации. Связи между её частями носят случайный характер и она не обладает целостными свойствами. Свойства такой совокупности совпадают с суммой свойств её частей.

В отличие от неорганизованной совокупности в системе имеются существенные связи между элементами и появляются новые свойства, отсутствующие у её элементов. Таким образом, система – это такой объект, свойства которого не сводятся полностью к свойствам его частей. Например, молекула обладает свойствами, которых нет у составляющих её атомов. В связи с этим дадим следующее определение системы.

Система – это совокупность закономерно связанных в единое целое элементов, обладающая свойствами, отсутствующими у образующих её элементов. Основным свойством системы, выделяющим её из простой совокупности элементов, является целостность.

Целостность – это принципиальная несводимость свойств системы к сумме свойств её элементов, а также невыводимость свойств системы из свойств её элементов. Система есть нечто большее, чем сумма её частей. Именно наличие этого свойства выделяет системы из произвольных совокупностей элементов как самостоятельный объект исследования.

Определение системы, как объекта исследования, начинается с выделения его из внешней среды, с которой он взаимодействует. Как целое, система противостоит среде, во взаимодействии с которой проявляются её свойства. Среда есть совокупность всех объектов, изменение свойств которых влияет на систему, а также тех объектов, свойства которых меняются в результате воздействия на них системы.

Выделяет систему из среды наблюдатель, который отделяет элементы, включаемые в систему, от среды в соответствии с целями исследования. В процессе исследования граница между системой и средой может уточняться.

Система имеет вход, через который внешняя среда воздействует на систему, и выход, через который система воздействует на среду. У системы может существовать несколько входов и выходов. Применяется следующая классификация систем, основанная на зависимости выхода от входа:

- простые системы, у которых выход y однозначно зависит от входа x , то есть $y = f(x)$, где f – известная однозначная функция;
- стохастические системы, у которых выход имеет вероятностную зависимость от входа;
- хаотические системы, у которых выход и вход независимы;
- хаотические системы, у которых выход и вход независимы;
- сложные системы, у которых выход имеет неоднозначную функциональную связь зависимости от входа, иначе говоря, эта зависимость слабопредсказуема.

Элемент. Под элементом системы понимается простейшая неделимая часть системы. Элемент является пределом деления системы с точки зрения решаемой исследователем задачи. Систему можно расчленить на элементы различными способами в зависимости от цели исследования. Элемент системы не способен к самостоятельному существованию и не может быть описан вне его функциональных характеристик. С точки зрения системы важно не то, из чего состоит элемент, а какова его функция в рамках системы. Элемент определяется как минимальная единица, способная к самостоятельному осуществлению некоторой функции. Разделение объектов на элементы и системы является относительным.

Каждая система может быть представлена как элемент системы большего масштаба, в свою очередь любой элемент можно рассматривать в качестве самостоятельной системы. Например, атом, являясь элементом молекулы, сам является системой, состоящей из элементарных частиц. Система может быть разделена на элементы не сразу, а последовательным расчленением её на подсистемы.

Подсистема. Система может быть разделена на элементы не сразу, а последовательным расчленением на части, которые представляют собой компоненты, более крупные, чем элементы, и в то же время более детальные, чем система в целом. Подсистема представляет собой совокупность взаимосвязанных элементов, способных выполнять относительно независимую функцию, направленную на достижение общей цели системы. Таким образом подсистема сама обладает свойствами системы. Этим она отличается от простой группы элементов, для которой не выполняется свойство целостности.

Связь. Под связью понимается взаимодействие элементов системы, обеспечивающее сохранение её структуры и целостных свойств. Любая связь ограничивает степени свободы элементов, так как вступая во взаимодействие или связь друг с другом, они утрачивают часть своих свойств.

Связь можно охарактеризовать направлением, силой и характером или видом. По направлению связи можно разделить на направленные и ненаправленные. По силе связи делятся на сильные и слабые. По характеру связи можно разделить на связи подчинения, связи порождения (генетические), связи управления. Всякое взаимодействие связано с переносом вещества, энергии и информации. Поэтому при описании любой системы прежде всего выделяют вещественные, энергетические и информационные связи между элементами. В чистом виде их не существует, так как любая передача информации или энергии требует материального носителя. Например, в системах электросвязи перенос энергии ничтожен по сравнению с переносом энергии по линиям электропередачи, однако поток передаваемой информации на много порядков больше.

Структура. Элементы, образующие систему, находятся в определенных отношениях и связях между собой. Функционирование системы во внешней среде и сохранение её целостности возможно благодаря определенной упорядоченности её элементов, описываемой понятием структуры.

Структура есть совокупность наиболее существенных связей между элементами системы, мало изменяющихся при её функционировании и обеспечивающих существование системы и её основных свойств. Понятие структуры отражает инвариантный аспект системы. Структурные связи относительно независимы от элементов. Благодаря этому законо-

мерности, полученные при изучении систем одной природы могут быть использованы при исследовании систем другой физической природы. Одна и та же система может быть представлена разными структурами в зависимости от того, какие её свойства изучаются.

Структура системы часто изображается в виде графа, в котором элементы представлены вершинами, а связи между ними дугами.

Каждая система описывается конечным набором свойств. Каждому свойству ставится в соответствие некоторая переменная, принимающая значения из области допустимых значений свойства, измеренного с той или иной шкале.

Функция. В биологии под функцией понимается деятельность органа, соответствующая его назначению в организме. В широком смысле функция есть смысл существования системы, её предназначение. Функция не есть что-то присущее системе самой по себе. Она проявляется только в системе более высокого иерархического уровня, в которую она входит, как совокупность её взаимосвязей с другими элементами этой более широкой системы. Система может быть однофункциональной и многофункциональной. В зависимости от степени взаимодействия с внешней средой и другими системами функции можно распределить по рангам примерно следующим образом:

- пассивное существование, материал для других систем;
- обслуживание систем более высокого порядка;
- противостояние другим системам (выживание);
- поглощение других систем и среды (экспансия);
- преобразование других систем и среды.

Во многом функция системы зависит от точки зрения того, кто её оценивает. Функцию камня на дороге по-разному воспринимают водитель автомобиля, турист, геофизик и командир стрелкового взвода. Ещё более разнообразна оценка функции человека на земле или человечества во Вселенной.

Система выполняет свою функцию, если параметры протекающих в ней процессов ограничены определёнными пределами, вне которых система либо разрушается, либо радикально изменяет свою структуру и свои свойства.

Под **состоянием** системы понимается вектор, каждая компонента которого соответствует конкретному значению соответствующей переменной, взятому в фиксированный момент времени.

Под **поведением** системы понимается её способность к смене состояний.

Возможность выделения для системы внешнего окружения и относительно независимых подсистем приводит к представлению об иерархичности систем.

Иерархичность означает возможность представить каждую систему как подсистему или элемент системы более высокого уровня. В свою очередь, каждая подсистема может рассматриваться как самостоятельная система, для которой исходная система служит системой более высокого уровня. Этот взгляд приводит к представлению о мире, как о иерархической системе взаимно вложенных систем.

Несводимость свойств системы к свойствам её элементов приводит к необходимости использования различных языков для описания различных иерархических уровней системы. Этот факт является следствием теоремы Гёделя о неполноте, утверждающей недостаточность языка системы для описания всех её свойств.

Весь мир представляет собой иерархически упорядоченную совокупность огромного числа систем. В известной части Вселенной существуют, взаимодействуя, четыре последовательно возникших иерархии систем:

- физическая,
- биологическая,
- социальная,
- техническая.

Объединение систем из разных классов приводит к появлению смешанных классов систем. Например, объединение неживых систем с живыми приводит к появлению класса систем, называемых экосистемами.

Перечислим основные свойства систем любой природы:

1. Целостность, то есть принципиальная несводимость свойств системы к сумме свойств составляющих её элементов и невыводимость из последних свойств целого.
2. Зависимость каждого элемента, свойства и отношения системы от его места и функции внутри системы.
3. Возможность описания системы через установление её структуры, то есть совокупности связей и отношений между её элементами.
4. Обусловленность поведения системы поведением её отдельных элементов и свойствами её структуры.
5. Взаимозависимость свойств системы и среды.
6. Иерархичность.

7. Множественность описания системы. В силу принципиальной сложности каждой системы и неисчерпаемости её свойств её адекватное описание требует построения множества моделей, каждая из которых описывает лишь определенный аспект системы.

Существуют три группы системных законов: законы существования, структурные законы, законы функционирования. В законах существования выражается детерминированность процессов и явлений одних предметных уровней существования материи процессами и явлениями других уровней. Это предполагает наличие иерархии организации материи. Предметность существования выражается в материалистической диалектике с помощью категорий предмета и его содержания, явления и сущности.

Структурные законы раскрывают характер взаимных отношений материальных объектов одного и того же уровня. Содержание этих законов выражается через категории отношения, структуры, формы. Главной среди них является категория структуры. Законы функционирования раскрывают характер общих свойств системы, природу внутренне присущих им состояний. По своему содержанию они выступают как законы перехода систем из одного состояния в другое, то есть в виде законов движения. Законы движения выражают динамическую природу систем, реализующуюся в ходе развития системных отношений

1.2. Сложные системы

Одним из важнейших понятий теории систем является понятие сложности. Это понятие широко используется в науке, но до сих пор не является строго определённым. Под сложностью системы часто понимается количество её элементов и связей между ними. Такое определение сложности не отражает качественных изменений, происходящих в поведении систем при их усложнении. Более подходящим для целей системного анализа является определение сложной системы, данное В.В.Дружининым и Д.С.Конторовым.

Сложной системой называется система, способная управлять своим поведением.

Системы, не обладающие таким свойством, отнесем к простым. В соответствии с этим определением атом и солнечную систему следует отнести к простым системам. Любые технические системы, взятые сами по себе, вне зависимости от человека, также являются простыми. Действительно сложными системами, способными управлять своим поведением, являются системы, включающие человека, как необходимый элемент. В

строгом смысле сложные системы появляются только с появлением жизни. Это определение сложной системы согласуется с данным выше определением сложной системы, как слабопредсказуемой, вследствие существования у биологических систем, и особенно у человека, внутренней свободы выбора своего поведения.

1. Для сложных систем никакое, сколь угодно подробное знание устройства (морфологии) недостаточно для определения способа действий (функции), и, наоборот, никакое сколь угодно подробное описание функции не позволяет раскрыть морфологию.

2. Сложные системы имеют автономный внутренний масштаб времени, отличный от астрономического. Все процессы в них протекают в автономном масштабе времени. С точки зрения внешнего наблюдателя они могут казаться слишком быстрыми или слишком медленными. Автономный масштаб времени может изменяться.

3. Сложные системы имеют автономную систему единиц собственных величин, при помощи которых они количественно описываются. Единицы автономной системы взаимосвязаны и связаны с единицами физических величин через коэффициенты пересчёта.

4. Сложные системы имеют автономную метрику, которая может существенно отличаться от метрики внешней среды. Метрическое различие накладывает существенные ограничения на взаимодействие со средой, но благоприятствует самосохранению системы при изменении условий. Иногда автономная метрика определяет способ существования системы, то есть её системное свойство.

5. Сложные системы синергетичны, в них протекают процессы самоорганизации и саморазвития. Они неравновесны и необратимы. Благодаря синергетике они обладают высокой устойчивостью и сопротивляемостью по отношению к внешним воздействиям. Вместе с тем, в сложных системах при определенных условиях могут протекать процессы автономизации отдельных структур.

6. Развитие сложных систем может происходить посредством либо наращивания и усложнения при самосохранении и устойчивости, либо разделения системы на части. Каждая часть в дальнейшем развивается самостоятельно.

7. Сложные системы, как правило, переживают периоды зарождения, детства, молодости, старения и гибели. Неограниченно стагнирующие системы в природе не наблюдаются.

8. Независимо от природы и способа существования, в сложных системах выполняются фундаментальные законы физики, закон причинности, принцип Ле-Шателье, принцип дополнительности Бора.

Поведение сложных систем описывается траекториями в некотором топологическом, функциональном или метрическом пространстве. Топологическое пространство задаётся некоторой системой открытых множеств, функциональное пространство задаётся системой функциональных координат различной размерности, метрическое пространство задаётся расстоянием в некоторой системе координат. Пространство может быть n -мерным и, как правило, включает координату времени. Координаты могут быть прямолинейными или криволинейными. Само пространство может быть непрерывным, дискретным или непрерывно-дискретным. Мерой сложности системы является интервал времени, на который можно предсказать поведение системы. Чем короче интервал, тем выше сложность. Системы, сколь угодно длительное наблюдение за которыми недостаточно для предсказания их поведения, имеют бесконечную сложность. Для сложных систем характерно влияние предистории на будущее поведение. С увеличением сложности влияние предистории возрастает.

1.3. Способы описания систем

Каждая система имеет функциональное, морфологическое и информационное описание.

1. Функциональное описание

Функциональное описание системы – это описание системы как совокупности действий, необходимых для достижения определенной цели.

Каждый элемент в системе имеет определённое предназначение, то есть выполняет определенную функцию. Функциональные свойства элементов можно разделить на свойства первого и второго порядка. Свойства первого порядка – это те свойства, которые позволяют элементу включиться в систему для достижения общей цели. Свойства второго порядка – это те нежелательные свойства, которые элемент вносит с собой в систему. Например, больной орган несет на себе свойства второго порядка, которые нежелательны для нормального функционирования организма и могут привести к его заболеванию.

Совокупность свойств первого порядка называется функциональным местом элемента. Между функциональными местами в системе существуют функциональные связи, которые фиксируют факт принадлежности элемента к системе с точки зрения выполнения определенной функ-

ции. Совокупность функциональных связей образует функциональную структуру системы. Функциональные места могут наполнены определёнными объектами, в результате чего функциональные связи между ними превращаются в реальные связи, а сами объекты превращаются в элементы системы. С точки зрения функционального описания системы безразлично из какого материала выполнен элемент.

Аналогично элементу, каждая система тоже выполняет определённую функцию в системе более высокого иерархического уровня. Система может быть однофункциональной или многофункциональной.

Функциональное описание характеризуется отношением системы к другим системам. В зависимости от степени воздействия на внешнюю среду и характера взаимодействия с другими системами функции систем можно распределить по возрастающим рангам примерно следующим образом:

- пассивное существование, материал для других систем;
- обслуживание систем более высокого порядка;
- противостояние другим системам или среде (выживание);
- поглощение других систем и среды (экспансия);
- преобразование других систем и среды.

Во многих случаях оценка функции системы зависит от того, кто оценивает. Обычно функция системы выполняется, если параметры системы и её внутренние процессы ограничены определёнными пределами, вне которых система либо разрушается, либо радикально изменяет свои свойства.

2. Морфологическое описание.

Морфологическое описание даёт представление о строении (морфологии) системы. Изучение морфологии начинается с элементного состава. Элементный состав может быть гомогенным (однотипным) и гетерогенным (разнотипным). Однотипность не означает полной идентичности и определяет только близость основных свойств элементов. Гомогенность, как правило, вызывает появление в системе избыточности и неиспользуемых ресурсов.

Гетерогенные системы специализированы и более экономичны, но могут быть эффективными лишь в узком диапазоне внешних условий и быстро теряют эффективность вне этого диапазона.

Все элементы разделяются на информационные, энергетические и вещественные.

Информационные элементы предназначены для приема, передачи, запоминания и преобразования информации. Преобразование информации может состоять:

- в изменении вида энергии, которой несет информацию;
- в изменении способа кодирования информации;
- в сжатии информации путем сокращения её избыточности;
- в принятии решений.

Различают обратимые и необратимые преобразования информации. Обратимыми называются преобразования, не связанные с потерей или созданием информации.

Энергетические элементы выполняют преобразование энергии. Их функция заключается в обеспечении системы энергией в той форме, в которой она может потребляться другими элементами. Для энергетических элементов большое значение имеет коэффициент полезного действия, который определяет их эффективность.

Процесс преобразования энергии нуждается в информации. Интенсивность процесса преобразования энергии может изменяться в течение жизни системы. Необходимая для этого информация может поступать от других элементов либо вырабатываться самим энергетическим элементом, который в этом случае выполняет системную информационно-энергетическую функцию.

Вещественные элементы выполняют преобразование вещества. Преобразование вещества может быть механическим, химическим, физическим, биологическим и т.д. Элементы, преобразующие вещество, нуждаются в энергии и информации. Преобразуемое вещество используется как носитель энергии или информации.

Морфологические свойства системы существенно зависят от характера связей между элементами. Можно выделить информационные, энергетические и вещественные связи. При переносе вещества одновременно переносятся энергия и информация, поэтому характер связи определяется удельным весом соответствующего компонента.

Можно выделить прямые и обратные связи. Прямые связи предназначены для передачи вещества, энергии и информации от одного элемента к другому в соответствии с последовательностью выполняемых функций. Обратные связи передают результат преобразования вещества, энергии и информации в направлении, противоположном функциональной последовательности. Обратные связи в основном имеют функцию управления процессами.

3. Информационное описание.

Информационное описание системы дает представление об её организации.

Организованность или упорядоченность системы – это способность системы предопределять свое будущее. Чем более беспорядочна систе-

ма, тем больше её будущее зависит от внешних и внутренних случайных факторов. Повышение упорядоченности означает увеличение зависимости между факторами, определяющими поведение системы. Применительно к внешним факторам это означает наличие в системе возможностей установления соответствия между свойствами среды и функциями системы. Установление такого соответствия требует отображения среды в системе.

Информация об организации системы – это количественная характеристика возможности предсказания поведения системы. Чтобы система взаимодействовала со средой, она должна потреблять информацию из среды и передавать её среде. Этот процесс называется информационным метаболизмом. Вместе с энергетическим и вещественным метаболизмом он образует полный метаболизм. Источником информации для функционирования системы является внешний ресурс и среда, а носителем – вещество и энергия (сигналы).

Степень организованности системы определяет её сложность.

Важным классом систем являются целенаправленные системы. Целенаправленной системой называется система, осуществляющая целенаправленное поведение и способная к самосохранению и развитию с помощью самоорганизации на основе переработки информации.

Целенаправленная система должна обладать способностью моделировать и прогнозировать ситуацию, для чего она должна иметь следующие свойства:

- воспринимать и распознавать внешнее воздействие, формируя образ среды;
- обладать априорной информацией о среде в виде её образов, вложенной в неё при её создании и накопленной в процессе функционирования;
- обладать информацией о себе самой и о своих свойствах, хранимой в виде образов системы.

Для хранения образов система должна обладать информационным устройством, элементы которого находились бы в определённом соответствии с отображаемыми элементами системы.

По мере увеличения сложности системы возникает тенденция образования самоотображения. Для этого создаётся подсистема, отображающая систему и среду.

Техническая система может содержать очень много конструктивных элементов, но среди них нет такого, который бы отображал систему как целое. Простейший живой организм имеет такое самоотображение в виде

молекулы ДНК. Самоотображение – это программа построения и существования системы, её информационный дубликат.

Самоотображение системы называется тезаурусом. Тезаурус определяет степень организованности вещества и энергии, стабильность системы и способность её реагировать на внешние воздействия. Тезаурус имеет материального носителя.

1.4. Внутренние и внешние системы

Система есть целостность, определяемая некоторой организующей общностью. Такая трактовка системы приводит к двум важным вопросам:

1. Каковы способы проявления организующей общности, делающие объект системой?
2. Каковы те свойства объекта, которые связаны с его целостностью?

Существуют два основных пути проявления общности в объекте:

- внутренний (организменный);
- внешний (классификационный).

Внутренний путь состоит в том, что исходная целостность мыслится как нерасчленённая, а присущая ей организованность позволяет выделить в ней части, которые могут рассматриваться как подсистемы. Например, живой организм можно представить как множество функциональных подсистем. Представление системы в виде множества подсистем определяется не произволом наблюдателя, а внутренними свойствами системы.

Системы, в которых целостность проявляется внутренним путем, называются внутренними системами.

Внешний путь проявления целостности системы состоит в том, что целостность определяется возможностью естественного объединения в классы заранее имеющихся объектов. Общность этих объектов состоит в наличии у них единой природы, позволяющей естественным образом сопоставлять между собой эти объекты и образовывать из них естественные классы. Примером внешней системы может служить биологический вид. В класс млекопитающих мы не можем произвольно добавить растение и неживой объект. Точно также у нас нет возможности по желанию исключать из этого естественного класса какие-то виды.

Системы, в которых целостность проявляется внешним путем, называются внешними системами.

1.5. Вопросы и задания

1. Приведите примеры неорганизованных совокупностей и систем. Является ли толпа людей системой?

2. В чем выражается противостояние системы и среды?

3. Проведите классификацию следующих систем в зависимости выхода от входа. Ответ обоснуйте.

- Коммерческое предприятие.
- Автомобиль.
- ВУЗ.
- Экономическая система региона, страны и мира в целом.
- Государство.

4. На какие элементы можно разделить коммерческое предприятие? Экономике региона? Элементами каких систем большего уровня они являются?

5. Охарактеризуйте связи в системах указанных выше и приведённых вами в качестве примера.

6. Приведите примеры систем, в которых можно выделить различные структуры в зависимости от поставленной задачи.

7. Укажите функции различных элементов в коммерческом предприятии и экономической системе. Присвойте им ранг в зависимости от степени взаимодействия с внешней средой и другими системами.

8. Является ли толпа людей сложной системой?

9. Составьте функциональное, морфологическое и информационное описание указанных вами систем.

10. Является ли государство внешней системой? приведите примеры внутренних и внешних систем.

Глава 2

Системный подход и системный анализ

2.1. Исторические предпосылки создания системного анализа

Возникновение системного анализа связано с историей развития общественного производства и с историей развития науки.

Можно выделить четыре основных этапа в развитии методов управления производственными процессами:

- донаучный период;
- период механизации;
- период автоматизации;
- период кибернетизации.

1. **Донаучный период.** До конца 17 века основным источником энергии была мускульная сила человека и животных. Преобладал ручной труд. В этот период зарождается техника, как совокупность искусственно созданных средств, предназначенных для облегчения труда человека. Развитие техники идет в основном путем накопления эмпирического материала. Однако и это позволили сделать такие крупные изобретения, как парус, водяная и ветряная мельницы, пружинные и маятниковые часы, книгопечатание. Наука в этот период развивалась в основном как метод познания окружающего мира и не была непосредственно направлена на практические потребности общества. Она не была разделена на отдельные направления, за исключением некоторых самостоятельно развивавшихся наук, таких как философия, математика, медицина.

2. **Механизация.** Ситуация резко изменилась на рубеже 17 и 18 веков с началом промышленной революции. Потребности развития промышленного производства привели к появлению ткацкого станка. Появляется новый источник энергии – паровая машина, и вслед за ним новые виды транспорта – паровоз и теплоход, что дало в свою очередь

резкий толчок в развитии промышленного производства. Все это привело к осознанию практической необходимости более глубокого понимания физических законов и законов общественного устройства. Начинается сближение развития науки с потребностями практики. Поскольку усложнялось производство, все острее вставали проблемы разработки рациональных методов управления производственными процессами. Основной целью научных исследований становится создание рабочих машин, облегчающих физический труд человека. Основной тенденцией развития методов управления производственными процессами становится механизация. Во второй половине 19 века и в начале 20 века были созданы новые типы рабочих и транспортных машин – двигатель внутреннего сгорания и автомобиль. Развитие научных исследований в области электричества и магнетизма привело к возникновению электрических машин, были заложены основы воздухоплавания и ракетной техники. Существенные результаты, полученные в политической экономии, позволили осознать сложность функционирования производственных систем и важность знания законов общественного развития. Потребности развивающегося производства вызвали дифференциацию науки, появление новых наук, таких как механика, оптика, теория электричества, химия, биология, экономика, социология и других. В этот период стало очевидным то, что механизация производства имеет свой естественный предел, связанный с тем, что работой механизмов управляет человек, физиологические возможности которого ограничены.

3. Автоматизация. Решение возникшей проблемы состояло в том, чтобы исключить человека из производственного процесса, возложив на машину не только выполнение самой работы и выполнение операций по регулированию самого хода работы. Технические устройства, объединяющие обе эти функции, получили название автоматов. С начала 20 в. начинается период автоматизации производственных процессов. Автоматизация производственных операций требует их предварительной алгоритмизации, то есть однозначной записи с помощью символов некоторой формальной теории. Такой универсальной теорией оказалась математика. По-этому в 20 веке происходит бурное развитие практически всех направлений фундаментальной и прикладной математики и математизация других областей научного знания.

4. Кибернетизация. Довольно скоро выяснились негативные стороны автоматизации. Если алгоритм неточен, либо встретилась ситуация, не предусмотренная алгоритмом, то поведение автомата может стать несоответствующим целям его создания. К середине 20 в. положение осложнилось тем, что сложность производственных и технических систем резко возросла и соответственно резко увеличилась цена возмож-

ных потерь при неправильной работе автомата. Кроме того, в реальной жизни приходится часто сталкиваться с ситуацией, когда полная алгоритмизация той или иной деятельности невозможна. Возникновение этой ситуации привело в середине 20 в. к появлению кибернетики – науки о наиболее общих принципах управления в живой природе, технике и человеческом обществе. Выход из намечавшегося кризиса заключался в кибернетизации производственных процессов. Это означало признание невозможности исключения человека из процессов управления сложными системами и создание систем управления, объединяющих возможности вычислительных машин с интеллектом человека.

2.2. Методологические подходы к исследованию систем

В 20 в. в научной, технической, производственной и других сферах деятельности возникли новые проблемы, с которыми ранее не приходилось сталкиваться. Произошли коренные изменения в области техники, сопровождаемые экспоненциальным ростом сложности и стоимости технических изделий, а также их многообразия. Это привело к тому, что весь прошлый опыт, накопленный в области управления сравнительно простыми системами, в значительной мере потерял свое практическое значение.

Сложившееся несоответствие технологических возможностей и методов управления становилось препятствием на пути развития общества и экономики, замедляло рост производства. Эта проблема имеет один общий объективный источник – неуклонное возрастание сложности управления в связи с усложнением экономических отношений, производственных связей, производимых изделий и способов их использования.

В целях научно обоснованного отбора изделий, продукции, проектов, программ, рекомендуемых для практической реализации, потребовался их всесторонний анализ с учетом совокупности всех факторов и явлений.

Глубокая проработка вопроса обычно требует создания междисциплинарной группы, в состав которой входят специалисты различных областей. Это необходимо не только ввиду сложности проблемы, не укладывающейся, как правило, в рамки одной дисциплины. Более важным является тот факт, что вопросы, возникающие при решении проблемы, по-разному рассматриваются экономистом, математиком, юристом, политиком, инженером или военным специалистом. Различные точки зрения на один и тот же вопрос имеют первостепенную важность для решения проблемы в целом.

Необходимость решения проблем, выходящих за рамки одной науки, потребовала создания новой методологии научного исследования. Такая методология получила название системного подхода.

Существуют три методологических подхода к изучению системных объектов:

- структурно-функциональный анализ;
- структурализм;
- системный подход.

Главным методологическим принципом во всех трех подходах является принцип целостности, однако реализуется он через разные понятия.

Структурно-функциональный анализ занимается изучением различных частей системы с точки зрения выполняемых ими функций по отношению к целому. Он использует два методологических принципа:

- выделение структуры объекта как некоторого инварианта;
- функциональное описание этой структуры.

Основным понятием в **структурализме** является понятие структуры, а функции элементов рассматривается как предпосылка существования структуры.

Системный подход направлен на получение целостного представления об объекте. В системном подходе принцип целостности реализуется через более общее понятие "системы которое связано с целым рядом таких понятий, как элемент, структура, функция, связь, отношение, организация и т.д. Системный подход используется для исследования не любых объектов, а лишь таких, которые обладают внутренне присущей им целостностью. Таким объектами являются биологические, психологические, социальные и сложные технические системы.

Системный подход опирается на два научных направления: **общую теорию систем и системный анализ**.

Предмет общей теории систем состоит в изучении общих свойств систем произвольной природы.

Предмет системного анализа заключается в изучении общих закономерностей функционирования сложных динамических систем. Он представляет собой комплекс специальных процедур, приемов и методов, обеспечивающих реализацию системного подхода. Системный анализ предназначен для решения в первую очередь слабоструктурированных проблем, то есть проблем, состав элементов и взаимосвязи которых установлены только частично. Такие проблемы возникают, как правило,

в ситуациях, характерных наличием фактора неопределённости и неформализуемых элементов.

Системный анализ основывается на следующих принципах.

1. Принцип конечной цели.

Абсолютный приоритет конечной цели при исследовании или проектировании системы. Системный анализ начинается с формулировки цели исследования и целевой функции. Любая попытка совершенствования системы должна оцениваться относительно того, помогает ли она достижению конечной цели. Цель функционирования искусственно создаваемой системы задаётся в системе более высокого уровня.

2. Принцип иерархичности.

Рассмотрение системы как элемента системы большего иерархического уровня. Оценка свойств системы и эффективности её функционирования выполняется относительно системы большего уровня. Разбиение системы на модули и рассмотрение ее как иерархически упорядоченной совокупности модулей.

3. Принцип учёта внешней среды.

Определение границы системы. Выявление связей с внешней средой. Исследование системы совместно с условиями её существования.

4. Принцип функциональности.

Совместное рассмотрение структуры и функции системы с приоритетом функции над структурой. Любая структура тесно связана с функцией системы и её частей. В случае придания системе новых функций необходимо пересматривать её структуру, а не пытаться втиснуть новую функцию в старую структуру.

5. Принцип развития.

В основу проектируемой системы необходимо закладывать возможность развития и усовершенствования. Обеспечение возможности включения в систему новых модулей, совместимых с уже имеющимися.

6. Принцип децентрализации.

Степень централизации управления сложными системами должна быть минимальной, обеспечивающей достижение поставленной цели. Недостаток централизованного управления – сложность управления из-за огромного потока информации, подлежащей обработке. Недостаток децентрализованного управления – увеличение времени адаптации системы в быстро меняющейся среде.

7. Принцип недостаточности причинного объяснения.

При исследовании свойств сложных систем недостаточны чисто причинные объяснения функционирования и развития объекта, поскольку

для таких систем характерна целесообразность, связанная с присутствием в них человека, которая не всегда может быть описана с помощью причинно-следственных связей.

Системный анализ объекта распадается на последовательное решения задач декомпозиции, анализ и синтеза.

На этапе декомпозиции обеспечивается формирование общего представления о системе. Он состоит из следующих шагов.

1. Формулировка общей цели исследования и выяснение основной функции системы.
2. Выделение системы из среды путем анализа участия каждого рассматриваемого элемента в реализации основной функции системы.
3. Выяснение основных элементов системы большего иерархического уровня, в которую входит система, и характера связей с ними.
4. Выяснение основных процессов в системе, их роли и условий существования.
5. Описание факторов, воздействующих на систему.
6. Описание разного рода неопределённостей, связанных как с внешними воздействиями, так и с описанием ее функционирования.
7. Описание тенденций развития системы.
8. Декомпозиция системы на подсистемы.

Рассмотрим наиболее часто используемые методы декомпозиции.

Функциональная декомпозиция. Основывается на анализе функций системы. При этом ставится вопрос "что делает система? независимо от того, как она функционирует. Основание для разбиения на функциональные подсистемы служит общность функций, выполняемых отдельными группами элементов.

Декомпозиция по жизненному циклу. Признаком выделения подсистем является изменение закона функционирования подсистем на разных этапах существования системы от рождения до гибели.

Декомпозиция по процессу функционирования. Признаком выделения подсистем является последовательность шагов реализации алгоритма функционирования системы, смена ее состояний.

Структурная декомпозиция. Признаком выделения подсистем является наличие между ними сильных вещественных, энергетических или информационных связей.

На этапе анализа обеспечивается формирование детального представления о системе. Анализ системы состоит из следующих шагов.

1. Составление функционального описания системы, включающего описание законов функционирования элементов и подсистем исследуемой системы.

2. Составление морфологического описания системы, включающего описание взаимосвязей элементов, то есть структуры системы.

3. Составление информационного описания системы, включающего описание потоков информации в системе и алгоритмов ее преобразования.

4. Составление генетического описания системы, то есть анализа предыстории системы, и тенденций ее развития.

На этапе синтеза выясняется механизм функционирования системы и составляется ее математическая или имитационная модель.

2.3. Принципы исследования и моделирования систем

1. Принцип обратной связи

Функционирование отдельных объектов в качестве целостной системы обеспечивается установлением между их элементами определенных связей.

Выделяются два основных вида связей – прямые и обратные.

Прямые связи обеспечивают передачу воздействия или информации с выхода одного элемента на вход другого.

Обратная связь обеспечивает передачу воздействия или информации с выхода элемента на вход того же элемента.

В зависимости от типа используемых связей различают разомкнутые и замкнутые системы управления. Управление движением транспорта на перекрестке с помощью светофора осуществляется по разомкнутой схеме, так как при переключении сигналов светофора не учитывается реальная ситуация на перекрестке. Если движением транспорта управляет регулировщик, то он учитывает складывающуюся обстановку, то есть использует информацию обратной связи, и тем самым управление осуществляется по замкнутой схеме. В первом случае имеет место "жёсткое" управление, основанное на прямых связях, во-втором – "мягкое" управление, основанное на использовании обратных связей.

Принцип обратной связи является универсальным принципом управления, позволяющим системе функционировать в изменяющейся среде. Он заключается в коррекции входных воздействий в процессе управления на основе информации о выхода управляемого объекта.

Управляемая система вместе с регулятором, корректирующим входные воздействия на основе использования информации о выходах, образуют замкнутый контур, который называется контуром обратной связи.

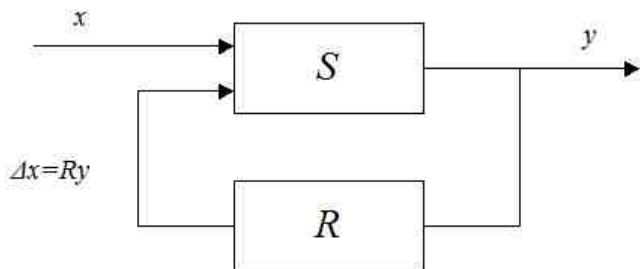


Рис. 2.1. Контур обратной связи

S – управляемая система, R – регулятор, x – входное воздействие, y – выход, Δx – корректирующее воздействие.

Часто преобразования внутри системы S можно описать с помощью некоторой функции, которая ставит в соответствие каждому состоянию входа x состояние выхода y . Допустим, что в системе происходит преобразование, состоящее в умножении входа на действительное число S , тогда

$$y = Sx.$$

Такое преобразование называется пропорциональным. Отношение

$$S = \frac{y}{x}$$

называется коэффициентом передачи или пропускной способностью системы. Если в регуляторе происходит такое пропорциональное преобразование, то

$$\Delta x = Sy.$$

Таким образом, на вход системы поступает сигнал

$$x + \Delta x = x + Ry.$$

Тогда на выходе системы получим

$$y = S(x + \Delta x) = S(x + Ry) = Sx + SRy.$$

Отсюда получим

$$y = \frac{S}{1 - SR}x.$$

Это основная формула теории регулирования. Она показывает связь, возникающую между состоянием выхода и входа регулируемой системы с учетом поправки, вводимой регулятором. Если бы регулятор отсутствовал, то коэффициент передачи равнялся бы S . В связи с этим коэффициент

$$k = \frac{S}{1 - SR}$$

называется коэффициентом передачи системы управления с обратной связью. Коэффициент передачи всей системы можно изменять путем изменения коэффициента передачи регулятора R .

Если отклонение выходного сигнала от заданного значения вызывает появление корректирующего воздействия Δx , компенсирующего это отклонение, то обратная связь называется отрицательной. Отрицательная обратная связь предназначена для удержания системы в заданном состоянии.

Если корректирующее воздействие вызывает дальнейшее увеличение возникшего на выходе отклонения, то обратная связь называется положительной. Положительная обратная связь предназначена для перевода системы в новое состояние.

Положительная обратная связь является более сложной. На основе отрицательных обратных связей управление осуществляется по достаточно жёсткой неизменной программе. При управлении на основе положительных обратных связей программа не должна быть жёсткой.

2. Принцип гомеостаза

Гомеостазом называется свойство системы сохранять в процессе взаимодействия со средой значения существенных переменных в некоторых заданных пределах. Экономический гомеостаз – устойчивое оптимальное или равновесное функционирование экономической системы в изменяющейся социальной среде.

3. Принцип моделирования

Модель представляет собой объект, который в некоторых отношениях сходен с изучаемых реальным объектом и может служить средством его описания или прогнозирования его поведения. Моделирование есть процесс исследования реальной системы путем исследования свойств её модели и переноса полученных знаний на моделируемую систему.

Общими функциями моделирования является описание, объяснение и прогнозирование поведения реальной системы.

При исследовании сложных систем различают функциональные, информационные и поведенческие модели.

Функциональная модель описывает совокупность выполняемых системой функций и отображает состав функциональных подсистем и их взаимосвязь.

Информационная модель отражает отношения между элементами системы в виде структур данных и их взаимосвязи.

Поведенческая модель описывает динамику функционирования системы как последовательности переходов системы из одного состояния в другое.

Поведение сложных систем ввиду их слабой предсказуемостью практически невозможно описать при помощи рекурсивных алгоритмов. Сложные системы характеризуются уникальностью и необратимостью протекающих в них процессов и эксперименты с ними, как правило, невозможны. Ввиду указанных особенностей сложных систем единственным методом их познания является моделирование.

4. Закон необходимого разнообразия

Система в своем поведении может принимать различные состояния, значения ее параметров могут меняться. Однако, вследствие каких-либо условий, ограничений, внутренних свойств систем из всех теоретически мыслимых состояний практически реализуемыми оказывается меньшее число состояний. Такое уменьшение числа возможных состояний системы называется ограничением разнообразия. Всякий закон природы есть ограничение разнообразия, поскольку из всех мыслимых состояний объекта выделяет область реально возможных состояний.

Любая задача управления есть задача ограничения разнообразия, так как целью управления является приведение системы в некоторое заданное состояние. Эшби сформулировал закон необходимого разнообразия: ограничение разнообразия в поведении управляемого объекта достигается только за счёт увеличения разнообразия органов управления.

Это закон имеет фундаментальное значение. Он устанавливает, что эффективное управление сложными системами не может осуществляться с помощью простых средств.

5. Принцип чёрного ящика

Чёрный ящик – это система, о внутренней организации которой нет сведений, но есть возможность воздействовать на ее входы и воспринимать реакции на ее выходах. В этом случае система изучается как нечто целое, взаимодействующее со средой на своих входах и выходах.

Метод чёрного ящика применим в следующих случаях.

- Конструкция системы не интересует исследователя, важно знать только поведение системы (телевизор).
- Процессы внутри системы недоступны для исследования (мозг).
- Все элементы и связи известны, но многочисленны и сложны, поэтому их учёт приводит к большим затратам времени (тестирование сложной системы).

6. Принцип внешнего дополнения

Принцип внешнего дополнения сформулирован Биром. В силу теоремы Гёделя о неполноте дедуктивной системы любой язык управления в конечном счёте недостаточен для выполнения поставленных перед ним задач, но этот недостаток может быть устранен путем включения в цепь управления чёрного ящика, назначение которого состоит в том, чтобы формулировать решения, выражаемые языком более высокого порядка.

Иначе говоря, в силу сложности объекта управления невозможно построить его адекватную моделью. Поэтому необходим содержательный контроль работы формализованной схемы управления, следствием которого будут неформально принимаемые решения о коррекции формально вырабатываемых управляющих воздействий.

Под внешним дополнением обычно понимают всю совокупность неформальных процедур корректировки формально полученного решения, а также задания экзогенных параметров в модели управления.

2.4. Хозяйство как сложная система

Промышленные и сельскохозяйственные предприятия, научно-исследовательские и проектные институты, учреждения культуры и здравоохранения и т.п. образуют в совокупности народное хозяйство.

Хозяйство как системный объект. В хозяйстве практически не существует элементов, не имеющих тесных и необходимых связей с другими элементами. Все элементы хозяйства закономерно связаны друг с другом. В хозяйстве в целом возникают целостные свойства, которые проявляются в действии различных экономических законов. Элементы хозяйства – предприятия, учреждения и т.п. – так же могут быть рассмотрены как системы особого класса – хозяйственные системы.

Функция хозяйственной системы, в соответствии с общим определением функция хозяйственной системы есть её социально-экономическое назначение или роль, которую она играет в удовлетворении общественных потребностей. Это назначение или функция состоит в увеличении разнообразия удовлетворенных общественных потребностей. С этой точки зрения хозяйство можно определить как систему, в кото-

рой ресурсы и знания преобразуются в удовлетворенные общественные потребности.

Функция хозяйства инвариантна социально-экономическим формам его поведения. По мере развития общества меняются правила, по которым реализуется эта функция, сама же функция остаётся неизменной.

Степень реализации хозяйством его функции может быть описана с двух точек зрения:

- с точки зрения списка и пропорций удовлетворенных общественных потребностей;
- с точки зрения массы затраченного труда.

На этом основании выделяются структурная и объёмная стороны реализации функции хозяйственной системы. На разных этапах развития хозяйства роль критерия может выполнять как объёмная, так и структурная стороны реализации функции, при этом каждой из сторон могут соответствовать разные правила их реализации. Так формами реализации объёмного критерия на разных этапах развития хозяйства служили: масса рабочего труда в условиях рабовладения, масса сельскохозяйственного продукта в условиях феодализма, масса прибавочной стоимости в условиях капитализма.

Для определения структуры хозяйственной системы необходимо ввести в рассмотрение понятие ее первичного элемента.

Первичным элементом хозяйственной системы является устойчивое обособленное единство ресурсов и распоряжающихся этими ресурсами людей, которое называется распорядительным центром. Ресурсы в распорядительном центре многообразны, распорядитель всегда один, хотя в качестве распорядителя может выступать целая группа людей с неделимыми правами и ответственностью. В этом случае они образуют так называемого группового работника.

Структура хозяйственной системы представляет собой способ ее разделения на распорядительные центры, в каждом из которых реализуется процесс принятия решений по поводу использования ресурсов. Хозяйственная система – это совокупность распорядительных центров, взаимная зависимость между которыми выше, чем зависимость любого распорядительного центра данной совокупности от любых хозяйственных объектов, не принадлежащих этой совокупности.

Связь структуры и функции хозяйственной системы выражается в понятии работоспособности.

Работоспособность хозяйственной системы – это способность системы реализовать заданную функцию в рамках существующей структуры.

Одна и та же функция хозяйственной системы может быть реализована разными структурами. Поэтому функция как основной признак отличия одной хозяйственной системы от другой обособливает хозяйственную систему в экономическом пространстве. Структура, являясь признаком, отличающим хозяйственную систему от себя самой в разные моменты ее существования, обособливает хозяйственную систему во времени.

В настоящее время хозяйство рассматривается:

1. как производственно-технологическая система, элементами которой являются сырье и средства его переработки, объединённые заданной технологией;
2. как кибернетическая система, то есть как совокупность управляющей и управляемой подсистем, связанных потоками информации;
3. как совокупность процессов формирования стоимости, где элементами являются, например, основные средства и оборотные фонды.

Хозяйство, являясь динамической развивающейся системой, обладает всеми свойствами больших сложных систем.

Процесс функционирования хозяйства заключается в преобразовании вещественно-энергетических ресурсов биосферы в удовлетворенные общественные потребности. Этот процесс протекает лишь при участии человека, т.е. разума и имеет две стороны:

1. технологическую, т.е. формы организации физико-химических процессов;
2. социальную, т.е. формы организации совместной деятельности людей.

Все общественные потребности можно разделить на три класса:

1. исходные общественные потребности, связанные с необходимостью преобразования вещества и энергии природы (потребности в руде, древесине и т.п.);
2. промежуточные общественные потребности, связанные с необходимостью функционирования и развития хозяйства (потребности в станках, электроэнергии, пряже и т.п.);
3. замыкающие общественные потребности, связанные с необходимостью удовлетворения жизненных потребностей общества (потребности в одежде, образовании, медицинском обслуживании и т.п.).

В процессе эволюции общества изменяются условия функционирования экономики, и вследствие этого периодически возникает необходимость изменения как технологической, так и социальной сторон ее функционирования.

2.5. Особенности хозяйственных систем

1. Главная особенность хозяйственных систем, принципиально отличающая их от технических и живых систем, состоит в том, что каждый элемент хозяйственной системы имеет в своем составе человека с присущим ему целенаправленным поведением. Этот приводит к тому, что свойство целенаправленного поведения есть свойство каждого элемента хозяйства. Целенаправленным поведением обладает тот элемент, который имеет объективную возможность автономно выбирать и менять цели своего функционирования. В технических и живых системах целенаправленным поведением обладает один или очень ограниченное число элементов. Человек имеет цели, по отношению к которым он регулирует свое поведение и упорядочивает свои действия.

Из этой особенности хозяйственных систем вытекает важное следствие: деление хозяйственных систем на управляемые и управляющие, используемое во многих работах по теории управления, не отвечает действительному типу взаимодействия между отдельными элементами хозяйственных систем. Эффективное управление хозяйством невозможно без использования специального механизма увязки и согласования целенаправленности всех его частей.

2. Нестатистический характер поведения хозяйственных систем. Среда хозяйственной системы является чрезвычайно нестабильной. Это связано как со сложностью и непредсказуемостью процессов, протекающих в биосфере, так и присутствием в хозяйственной системе неформализуемого элемента – человека, обладающего свободой выбора своего поведения. В силу быстрого обновления научных и технических знаний, качественного изменения хозяйственных процессов и общественных потребностей, хозяйственные системы утратили статистическую устойчивость, то есть не представимы в виде статистического ансамбля. Статистические ряды, описывающие функционирование хозяйственных систем, являются, как правило, короткими. Хозяйственная характеризуется неопределённостью нестатистического вида.

3. Способность хозяйственной системы изменять свою организации под действием постоянно изменяющихся внешних и внутренних факторов. Среда живых и технических систем достаточно стабильна. Если ее

параметры выходят за пределы допустимого, система перестаёт существовать в прежнем качестве. Хозяйственная система способна приспосабливаться к любым изменениям, происходящим в природной среде и в обществе. Такая способность хозяйственной системы обеспечивается существованием подвижного ядра. Ядро – это те элементы системы, разрушение которых сводит к нулю работоспособность системы. Состав ядра хозяйственной системы постоянно изменяется в зависимости от конкретного списка общественных потребностей.

4. Специфический способ адаптации в изменяющейся среде. В технических и живых системах в качестве основного механизма адаптации к внешним изменениям выступают включение и выключение связей, принадлежащих устойчивому списку. При выходе внешних воздействий за допустимые границы, такие системы распадаются. Хозяйственная система адаптируется путем изменения самого множества потенциальных связей между его элементами и перестройки своей структуры.

5. Специфический механизм обеспечения целостности. Для живых и технических систем признаком целостности является компактность, то есть относительная близость пространственного расположения, за пределами которого системы распадаются. Целостность хозяйственной системы обеспечивается распространением целенаправленного поведения на все ее элементы. Это достигается согласованием интересов отдельных элементов системы независимо от их пространственного расположения с реализацией функции всей системы.

2.6. Задачи системного исследования хозяйства

Системный подход является тем средством, с помощью которого решаются нестатистические задачи.

В системном исследовании различна роль структуры и функции как стабилизирующих факторов. связи с этим в системном исследовании выделены два основных класса проблем – проблема анализа и проблема синтеза. Проблема анализа связана с изучением свойств системы в зависимости от ее структуры, а проблема синтеза состоит в выборе определенной структуры, исходя из заданных свойств системы.

Применительно к исследованию экономических процессов системный подход предполагает решение следующих задач:

1. выявление специфических особенностей хозяйственных систем, которые отличают их развитие и функционирование от систем других классов (технических и живых);

2. изучение основных системных свойств хозяйственных объектов, таких как управляемость, организованность и др.;
3. структурный анализ хозяйственной системы, вскрывающий характер взаимосвязей между ее подсистемами, выявление назначения каждой подсистемы;
4. определение характера и степени влияния на систему среды;
5. формулировку основных принципов системного подхода к решению разного рода управляющих задач;
6. исследование особенностей управления и механизмов обратных связей в хозяйственных системах;
7. разработку алгоритмов системного анализа экономическим проблемам различной степени сложности и неопределённости;
8. исследование процессов принятия хозяйственных решений в каждом блоке системы с учетом его взаимодействия с другими блоками и его места в системе в целом.

2.7. Вопросы и задания

1. Какую структуру можно выделить в коммерческом предприятии, государстве и какие функции являются предпосылками её существования?
2. Согласны ли вы с утверждением, что цель функционирования искусственно создаваемой системы задаётся в системе более высокого уровня? Приведите соответствующие примеры.
3. Какие связи с внешней средой вы можете назвать у произвольной экономической системы? Каковы условия её существования?
4. Приведите пример системы, где нарушен принцип развития.
5. Выполните декомпозицию, анализ и синтез рассмотренных вами ранее систем.
6. Какие примеры обратных связей в экономике вы можете назвать? К какой схеме управления они относятся: замкнутой или разомкнутой?
7. Укажите виды моделей, которыми вы бы могли описать коммерческое предприятие.
8. В чем состоит фундаментальное значение закона необходимого разнообразия?
9. В каких случаях при исследовании систем вы будете использовать принцип чёрного ящика?

10. Какие экономические законы, являющиеся проявлением целостных свойств хозяйственной системы, вы можете назвать?
11. Какие точки зрения на степень реализации хозяйством его функции есть? Каковы на ваш взгляд их достоинства и недостатки?
12. В виде каких систем может рассматриваться хозяйство?
13. Назовите особенности хозяйственных систем.
14. Перечислите задачи системного исследования хозяйства.

Глава 3

Математика как язык описания систем

3.1. Прикладное и теоретическое направления в математике

Математика имеет два объективно существующих источника своего развития. Первый источник является внешним. Он связан с необходимостью решения математическими средствами задач, лежащих за пределами математики. Исторически этот источник был первым. Второй источник является внутренним. Он связан с внутренней логикой развития математики, то есть с необходимостью систематизировать найденные математические факты, выяснять их взаимосвязь, объединять с помощью обобщающих концепций в теорию и развивать эту теорию по ее внутренним законам. Эти два направления в развитии математики можно назвать прикладным и теоретическим.

Различные взгляды на то, что включается в математику.

1. Математикой нужно называть лишь чисто дедуктивные построения. Все, что лежит вне этих построений к математике отношения не имеет и математикой называться не может, даже прикладной.

Эта точка зрения значительно сужает границы математики и наносит вред самой математике, обедняет ее. Эффективность математики проявляется в ее приложениях, то есть во взаимоотношении ее абстрактных объектов с объективной реальностью.

2. Математика включает не только дедуктивные области, но и все математические сущности – математические объекты, идеи и методы, встречающиеся как в чистой математике, так и в приложениях (построение математических моделей, математический эксперимент, индуктивные и другие рассуждения математического характера).

«Пределы математики – это вся область доказательных рассуждений, относящихся к любой науке, достигнувшей того уровня развития, при котором относящиеся к этой науке понятия могут быть выражены

в абстрактной, логико-математической форме» (Д.Пойа. Математическое открытие).

Рассмотрим различные точки зрения на прикладную математику.

1. Прикладная математика есть логически недоработанная и несовершенная часть математики, представляющая собой набор некоторых приемов, рецептов и правил. Это недостатки прикладной математики должны быть устранены, в результате чего этот раздел математики возвысится до нормального математического уровня.

2. Прикладная математики есть вычислительная и машинная математика.

3. Прикладная математика есть наука об оптимальных, практически приемлемых методах решения математических задач, возникающих вне математики.

4. Прикладная математика – это наука о построении, исследовании, интерпретации и оптимизации математических моделей.

Два последних определения наиболее точно описывают существо прикладной математики.

Математическое решение прикладных задач обладает существенной спецификой.

1. В прикладной математике принципиально недостижима доказательность того же уровня, что и в чистой математике потому, что математическая модель реального объекта может описывать лишь существенные черты этого объекта и не может претендовать на его полное описание.

2. К решению прикладных задач предъявляются требования, которые в чистой математике считаются второстепенными: Прикладная задача должна быть решена не только правильно, но и своевременно, экономно по затраченным усилиям, решение должно быть доступным для существующих вычислительных средств и пригодным для фактического использования, точность решения должна соответствовать задаче. Лучше найти удовлетворительное решение задачи в срок, чем полное решение к тому времени, когда оно станет бесполезным.

Существует афоризм: «Чистая математика делает то, что можно, так, как нужно, а прикладная – то, что нужно, так, как можно».

Предметом исследования чистой математики являются математические структуры, а предметом исследования прикладной математики – математические модели.

Прикладная математики – это способы применения математики для наиболее точного описания той или иной реальности. Прикладная математики изучает гомоморфизмы между реальностью и математикой. Она разрабатывает способы борьбы с невообразимой сложностью любой реальности.

Существуют математические понятия и определения, трактовки которых в чистой и прикладной математике принципиально различаются.

3.2. Причины появления ошибок при применении математики в прикладных исследованиях

Под прикладным исследованием понимается любое исследование, применяющее математику, предмет которого лежит вне математики. Обычно молчаливо подразумевается, что если прикладная задача сформулирована на математическом языке, то она переходит в сферу математики и за ее дальнейшую судьбу можно не волноваться, если только она не окажется непомерно сложной. Однако применяемые в прикладных исследованиях рассуждения часто принципиально отличаются от применяемых в чистой математике.

Например, часто возникает такой вопрос: для решения некоторого класса задач K предлагается некоторый метод M и требуется выяснить, является ли этот метод приемлемым. Само понятие приемлемости является неформализуемым. Оно включает в себя представления о типе используемой ЭВМ, о разумной точности и т.п. Кроме того, если метод M может иметь точное описание, то класс задач K обычно не вполне определен и уточняется в процессе исследования.

Но даже если задача поставлена вполне строго, то в процессе ее решения часто применяются логические рассуждения, совершенно неприемлемые с точки зрения классической математики. Приведем некоторые примеры.

1. Доказательство сходимости бесконечного процесса или проверка условий теоремы о сходимости, заменяются выяснением практической сходимости этого процесса. Совершается лишь конечное, часто весьма небольшое число шагов процесса и если при этом обнаруживается отчетливая тенденция к сходимости и не возникает опасений, что дальнейшие шаги нарушат эту тенденцию, то их и не совершают. Таким образом, бесконечный процесс заменяется конечным числом шагов. Например, если вычисляется сумма числового ряда, то заключение о практической сходимости и о возможности остановки вычислений делается с помощью сравнения частных сумм этого ряда. Часто задача содержит некоторый па-

параметр и необходимо выполнить серию вычислений при различных значениях этого параметра. Если контроль практической сходимости трудоёмок, то заключение о числе необходимых шагов процесса делают на основе расчётов при одном или нескольких типичных значениях параметра.

Такой прием широко распространен, хотя является нестрогим с точки зрения чистой математики.

2. Строгое доказательство сходимости бесконечного процесса используется как довод в пользу достаточности ограниченного числа его шагов, например, числа итераций в итерационном методе. Однако сам по себе факт сходимости еще ничего не говорит о том, сколько надо сделать шагов, чтобы достичь заданной точности. Бывают случаи, когда первые шаги расходящегося процесса дают точность большую, чем сходящегося, например, при асимптотических разложениях.

3. Строго доказанная сходимость ряда при достаточно малом значении параметра принимается за основание для использования этого ряда при конкретных конечных значениях параметра. Этот переход лежит в основе различных вариантов метода малого параметра. Иногда он сочетается с проверкой практической сходимости ряда, что делает его убедительным для прикладника, но он остаётся совсем не убедительным с точки зрения чистого математика.

4. Факт устойчивости решения относительно малых изменений начальных условий принимается как соображение в пользу практической устойчивости исследуемой физической системы относительно реальных возмущений, которые всегда конечны.

5. Невозможность точного представления действительных чисел в компьютере, существование машинного нуля.

Многие из рассмотренных ошибок могут быть устранены путем дополнительных исследований. Однако при реализации математических моделей на ЭВМ существуют сложности принципиального характера, связанные с ограниченностью ресурсов ЭВМ, прежде всего памяти и времени, отводимого на решение задачи, и приводящие к неадекватности классической математики вычислительным процессам, реализуемым в компьютере. Эта неадекватность связана с невозможностью практической реализации бесконечных множеств и бесконечных процессов типа предельного перехода. Это выражается в невозможности представления в ЭВМ действительных чисел с бесконечным числом десятичных знаков и замене бесконечных процессов конечным числом шагов.

3.3. Понятие «существование» в чистой и прикладной математике

В чистой математике понятию «существование» долгое время не давалось определения. Считались само собой понятными выражения типа «решение этой задачи существует» или «в множестве M существует по крайней мере один элемент, обладающий свойством α ». Гильберт определил смысл понятия «существование» как отсутствие логического противоречия.

В прикладной математике математический объект всегда существует как схематизация реального объекта. Поэтому голое утверждение о существовании математического объекта, например утверждение «решение данной задачи существует» для прикладной математики совершенно недостаточно. Например, принцип Дирихле, вытекающий из закона исключенного третьего, гласит, что если n предметов разложено по t ящикам, причём $n > t$, то по крайней мере в одном из ящиков будет более одного предмета. С помощью принципа Дирихле легко доказать, что в городе с миллионным населением всегда существуют по крайней мере два человека с одинаковым числом волос, для этого надо к одному классу (ящику) отнести людей с одинаковым числом волос. Однако установление этого факта никак не помогает отыскать эту пару.

Таким образом, существуют два принципиально различных подхода к определению понятия существования математического объекта. В прикладной математике он существует как математическая модель реального объекта, принципиально идентифицируем и конструируем. в чистой математике он существует как идея, не противоречащая принятой системе аксиом.

3.4. Понятие числа в чистой и прикладной математике

В чистой математике число является преимущественно логическим объектом, а в прикладной математике — порядковым индексом или количественной мерой реальной дискретной совокупности, и тогда получаем натуральные числа, либо количественной мерой непрерывной протяженности, тогда получаем вещественное число. Это различие подходов особенно ярко проявляется при рассмотрении очень больших и очень малых чисел.

Будем рассматривать натуральное число как количество элементов реального конечного множества. Если первые натуральные числа имеют чётко выраженную индивидуальность, то по мере увеличения инди-

видуальность чисел постепенно теряется. При этом имеется в виду не формальная, а реальная индивидуальность. Например, число 10^{10} имеет отчётливую формальную индивидуальность, однако трудно представить себе реальную задачу, в которой множество с 10^{10} элементами отличалось бы от множества с $10^{10} + 1$ элементами. В быту такая потеря индивидуальности начинается с нескольких десятков, а в научных и технических расчётах — с нескольких сотен или тысяч. Таким образом, реальное большое число становится как бы представителем семейства близких ему чисел.

Еще большие формально выписанные числа вообще полностью теряют всякий реальный смысл. Например, никакая реальная совокупность не может содержать число элементов, сравнимое с $N = 10^{10^{10}}$, то есть в любой реальной задаче N будет равно бесконечности. По современным представлениям наибольшая протяженность во Вселенной имеет порядок 10^{10} световых лет или 10^{28} см. Наименьшие реальные значения длин не менее 10^{-20} см. При применении в прикладной математике теорем существования, предельных переходов, оценок, полученных в чистой математике, надо всё время иметь в виду осмысленные диапазоны значений рассматриваемых величин. Иногда при этом приходится пересматривать привычные представления. Например, теоретически $\lim_{x \rightarrow \infty} \lg \lg x = \infty$, однако, даже при $x = 10^{100}$ $\lg \lg 10^{100} = 2$.

Те же вопросы возникают при рассмотрении формально записанных очень малых чисел. Например, выражение $10^{-10^{10}}$ в прикладной математике равно нулю, причём не приближённо, а точно, так как оно несравнимо меньше любого реального положительного числа. В практических расчётах такие малые числа часто появляются из-за неадекватного выбора единиц измерения, например, если выражать массу электрона в тоннах. Истинная малость определяется точностью измерительных приборов. В настоящее время относительная точность измерения времени и длины достигает 10^{-12} . Точность измерения других величин существенно ниже. Эта точность не может повышаться беспредельно, так как этому мешают квантовые свойства, в частности принцип неопределённости.

Таким образом, не только бесконечные десятичные дроби, но и дроби со слишком большим числом значащих цифр лежат за пределами прикладной математики. Иррациональные числа, такие, как π , $\sqrt{2}$ и т.п., в прикладной математике определяются своими приближёнными значениями. Математический континуум при чрезмерном продвижении в область малого становится неадекватным физическому. Теория вещественных чисел, как и всякая логическая схема, не вполне адекватна описываемому ей объекту. Здесь, как и при рассмотрении чрезмерно больших чисел, проявляется важная черта, свойственная всякой дедуктивной тео-

рии. Содержательная дедуктивная теория отталкивается от той или иной реальной структуры и заменяет ее некоторой формальной структурой, которую затем развивает по формальным логическим законам. Так как эти две структуры не вполне эквивалентны, то в дедуктивной теории наряду с выводами, адекватными реальности, могут появиться результаты, не допускающие реальной интерпретации. И если не привлекать соображений, лежащих за пределами возводимой теории, то нет возможности различить эти два типа следствий.

3.5. Классификация моделей

Мир познается путем построения моделей реальных объектов. Все модели по природе носителя можно разделить на физические и знаковые.

К физическим моделям относятся такие, в которых составляющие их элементы являются предметами и явлениями материального мира, а отношения между элементами подчиняются физическим законам. Примером физической модели является аэродинамическая труба, используемая для изучения аэродинамических свойств конструкции планера самолета.

Физическая модель часто использует те же принципы, что и сама исследуемая система. Однако это необязательно. Например, работа двигателя внутреннего сгорания может моделироваться на аналоговой вычислительной машине, в которой физическим носителем информации являются токи и напряжения.

Элементами знаковой модели являются конечные или бесконечные наборы символов некоторой знаковой системы. Эти наборы называются выражениями. С выражениями можно обращаться по определённым правилам, зависящим от вида выражения. Знаковая модель рассматривается как множество выражений, на котором определено некоторое множество операций.

В классе знаковых моделей можно выделить:

- математические модели;
- модели данных;
- алгоритмические модели.

3.6. Математическая модель

Математическая модель рассматривается в рамках некоторой формальной аксиоматической теории Г.

Пусть T_1 – множество элементов, которые будем называемых термами, T_2 – множество операций. Из элементов множеств T_1 и T_2 образовывать линейно упорядоченные последовательности, называемые формулами.

Во множестве всех возможных формул выделим подмножество правильно построенных формул. Формула называется правильно построенной, если она построена с помощью некоторого заданного множества H правил конструирования правильно построенных формул.

Из множества правильно построенных формул выделим подмножество A , которое назовем множеством аксиом. Для того, чтобы можно было строить новые правильно построенные формулы из уже построенных, зададим конечное множество R отношений между правильно построенными формулами, которые будем называть правилами вывода.

Формальной аксиоматической теорией называется пятерка объектов $\Gamma = \langle T_1, T_2, H, A, R \rangle$, где T_1 – множество термов, T_2 – множество операций, H – множество правил конструирования правильно построенных формул, A – множество аксиом и R – множество правил вывода.

Понятие математической модели опирается на понятие выводимости.

В рамках формальной аксиоматической теории Γ правильно построенная формула Φ выводима из правильно построенных формул $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_k$ тогда и только тогда, когда существует такая последовательность правильно построенных формул $F_1, F_2, \dots, F_n$, что $\Phi = F_n$ и $F_i (1 \leq i \leq n)$ есть:

1. либо аксиома;
2. либо $\Phi_j (1 \leq j \leq k)$;
3. либо непосредственное следствие некоторых предыдущих правильно построенных формул по одному из правил вывода.

Элементы $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_k$ называются посылками, а Φ – следствием.

Таким образом, цепочка вывода, с помощью которой строится новая правильно построенная формула, начинается либо с аксиомы, которая по определению есть правильно построенная формула, либо с одной из посылок, либо с одной из уже построенных правильно построенных формул. Поскольку посылки являются правильно построенными формулами, то следовательно вывод любой правильно построенной формулы начинается с аксиом.

Теперь можно дать определение математической модели.

Математической моделью в рамках некоторой формальной аксиоматической теории Γ называется множество посылок, процесс ее исследования рассматривается как получение разнообразных следствий из этих посылок.

Примерами моделей могут служить:

1. система дифференциальных уравнений, описывающая динамику полета летательного аппарата и трактуемая как система посылок в рамках теории дифференциального исчисления;
2. схема транспортных связей микрорайона крупного города, рассматриваемая как система посылок в рамках теории графов.

3.7. Модель данных

Моделью данных или информационной моделью называется знаковая система, представляющая собой совокупность структур данных и отношений между ними.

Эта знаковая система содержит множество переменных X , каждой из которых ставится в соответствие множество ее значений L_x . Над множеством X определяется набор отношений R . Тройка объектов $\langle X, L_x, R \rangle$ концептуальной моделью.

Множество кортежей, составляющих отношения $r \in R$, называется моделью данных или информационной моделью исследуемой системы. Над данными определены операции пополнения, удаления, поиска и др., позволяющие формировать и корректировать модель данных, также реализовывать различные информационные запросы.

3.8. Алгоритмическая модель

Алгоритмическая или информационная модель – это специальный вид знаковой модели, определяемый алгоритмом. Существует несколько эквивалентных определений понятия алгоритма: машина Тьюринга, нормальные алгоритмы Маркова, определения алгоритма Колмогорова, использующее понятие конструктивного объекта и другие. В любом случае алгоритм есть некоторый процесс, предполагающий существование некоторого субъекта или исполнителя, который его реализует. Таким образом, алгоритм может использоваться для моделирования динамических систем, изменяющихся во времени. Рассмотрим определение алгоритма, предполагающее использование в качестве исполнителя вычислительной машины.

Будем называть алгоритмом четверку объектов:

$$A = \langle X, L_x, Q, P \rangle,$$

где X – множество элементов памяти;

L_x – множество областей значений, которые могут принимать элементы памяти;

Q – множество операторов, каждый из которых рассматривается как отображение значений элементов памяти в новые значения;

P – множество спусковых функций операторов, каждая из которых P_j рассматривается как предикат, принимающий значение истина в случае, если соответствующий оператор $Q_j \in Q$ может начать преобразование.

Процесс преобразования значений элементов памяти, осуществляемый операторами алгоритма, называется вычислительным процессом. В алгоритмической модели вычислительный процесс соответствует поведению моделируемой системы.

При моделировании динамических систем в алгоритм имитационной модели необходимо вводить специальную переменную, изменение значений которой соответствует течению времени. Такая переменная называется модельным временем. Спусковые функции операторов, а следовательно, и последовательность преобразования значений элементов памяти, зависят от модельного времени, обеспечивая тем самым моделирование временных категорий реального мира.

3.9. Общая схема применения математики для изучения реальных объектов

Рассмотрим общую схему применения математики для изучения реальных объектов и явлений.

Пусть имеется некоторый объект, который в результате протекания некоторого процесса переходит из начального состояния в конечное. Ставится задача изучения изменения некоторой совокупности его свойств. Изучение всегда ведется на языке той или иной науки – физики, биологии, социологии и т.д. На языке этой науки формулируются интересующие нас свойства объекта. Такое описание называется содержательной моделью. В содержательную модель включаются:

- наиболее существенные элементы и связи между ними;
- предположения о характере связей между элементами (гипотезы);
- законы; установленные в данной науке.

Построение содержательной модели требует квалификации исследователя в рассматриваемой области и опирается на неформальные рассуждения.

На следующем этапе описание содержательной модели переводится на формальный математический язык, то есть выписываются уравнения

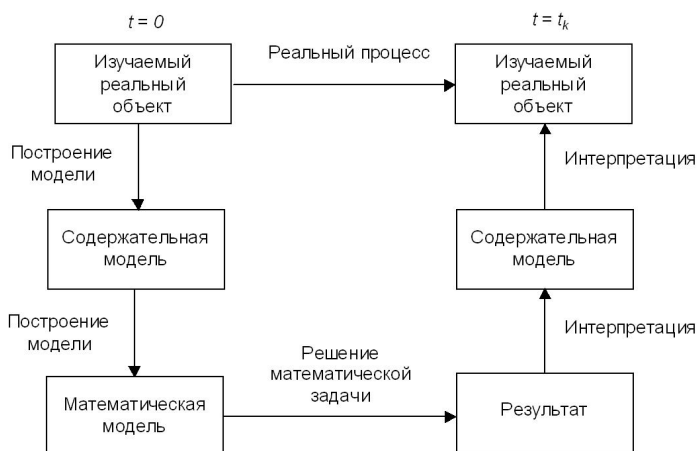


Рис. 3.1. Этапы математического моделирования

и соотношения, связывающие элементы содержательной модели, образующие математическую модель. После построения математической модели изучение реального объекта заменяется изучением этой модели, то есть решением полученной математической задачи. Полученное решение должно быть интерпретировано в терминах соответствующей науки.

Описанные этапы тесно связаны между собой. Математическая модель обычно строится с ориентацией на предполагаемый метод решения математической задачи с учётом того, будет ли использоваться компьютер. С другой стороны, при решении математической задачи или интерпретации решения может понадобиться уточнить или даже изменить математическую модель.

Пример 1.

Груз массы m колеблется на горизонтальной плоскости под действием пружины.

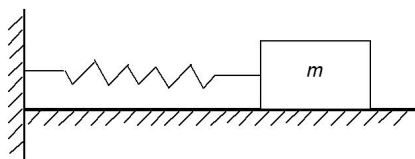


Рис. 3.2. Колебание груза на пружинке

Требуется определить характер колебаний груза и их частоту.

1. Содержательная модель.

Элементы содержательной модели:

- горизонтальная плоскость;
- груз;
- пружина.

Связи между элементами:

- пружина соединена с вертикальной плоскостью и грузом;
- груз может двигаться только по горизонтальной плоскости.

Гипотезы:

- пружина имеет нулевую массу и жесткость k ;
- трение отсутствует;
- растяжение мало.

Законы, которым подчиняется модель:

- второй закон Ньютона;
- закон Гука.

2. Математическая модель.

Направим ось x вдоль направления колебаний и выберем начало отсчёта в точке, соответствующей равновесному положению груза.

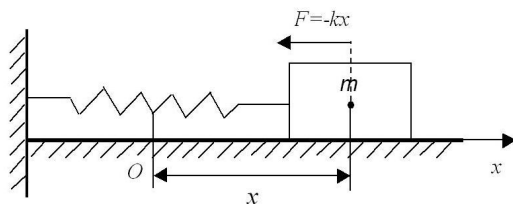


Рис. 3.3. Колебание груза на пружинке

Уравнение движения груза имеет следующий вид:

$$m = \frac{d^2x}{dt^2} = -kx.$$

Это дифференциальное уравнение является математической моделью рассматриваемого явления. Его решение имеет вид:

$$x(t) = C_1 \cos \sqrt{\frac{k}{m}}t + C_2 \sin \sqrt{\frac{k}{m}}t.$$

Таким образом, груз совершает гармонические колебания около точки равновесия $x = 0$ с угловой частотой:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Мы получили интересующий нас результат не из наблюдений за колебаниями груза, а из решения дифференциального уравнения.

Однако, эта модель описывает не все стороны рассматриваемого процесса. Так, из решения нельзя найти амплитуду колебаний. Для этого нужны дополнительные сведения – начальные условия.

Далее, реальные колебания затухают, однако никаких сведений об этом получить из решения нельзя. Оно ничего не говорит также о влиянии на колебания формы груза или расположения его центра масс. При совершении колебаний происходит нагрев пружины. Сведений об этом из данной модели получить тоже нельзя.

Для того, чтобы учесть какие-то дополнительные свойства рассматриваемого процесса, необходимо изменить его математическую модель. Таким образом, для одного и того же реального объекта может существовать несколько математических моделей.

Допустим, что мы хотим учесть влияние сил трения на колебания груза. Для этого необходимо сделать предположение, то есть высказать гипотезу о характере этих сил. Правильность гипотезы затем проверяется сравнением результатов математического анализа модели с результатами экспериментов с реальным объектом.

Предположим, что сила трения пропорциональна скорости груза. Тогда математическая модель будет иметь следующий вид:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -f \frac{dx}{dt} - kx$$

Перепишем это уравнение следующим образом:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2h \frac{dx}{dt} + \alpha^2 x = 0,$$

где $h = \frac{f}{2m}$, $\alpha^2 = \frac{k}{m}$.

Характеристическое уравнение имеет следующий вид:

$$\lambda^2 + 2h\lambda + \alpha^2 = 0.$$

Оно имеет корни:

$$\lambda_{1,2} = -h \pm \sqrt{h^2 - \alpha^2}.$$

Возможны три случая.

Случай 1. $h^2 - \alpha^2 > 0$.

Из этого неравенства следует, что $\frac{f^2}{4m^2} - \frac{k^2}{m^2} > 0$, или $f^2 - 4k^2 > 0$. Умножив обе стороны неравенства на x , получим:

$$(fx)^2 > (2kx)^2.$$

Это означает, что сила трения больше удвоенной упругой силы, то есть имеет место случай большого трения. В этом случае оба корня характеристического уравнения вещественны и отрицательны и общее решение дифференциального уравнения имеет вид:

$$x(t) = C_1 e^{(-h + \sqrt{h^2 - \alpha^2})t} + C_2 e^{(-h - \sqrt{h^2 - \alpha^2})t}.$$

Отсюда видно, что при $t \rightarrow \infty, x(t) \rightarrow 0$, то есть колебания затухают.

Случай 2. $h^2 - \alpha^2 = 0$.

В этом случае $(fx)^2 = (2kx)^2$. Это означает, что сила трения равна удвоенной упругой силе. Оба корня характеристического уравнения равны и отрицательны:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = -h.$$

Общее решение дифференциального уравнения имеет вид:

$$x(t) = e^{-ht}(C_1 + C_2 t).$$

В этом случае также при $t \rightarrow \infty, x(t) \rightarrow 0$.

Случай 3. $h^2 - \alpha^2 < 0$.

Получаем $(fx)^2 < (2kx)^2$, то есть имеет место случай малого трения. В этом случае характеристическое уравнение имеет сопряжённые комплексные корни с отрицательной вещественной частью. Общее решение дифференциального уравнения имеет вид:

$$x(t) = e^{-ht}[C_1 \cos(\sqrt{\alpha^2 - h^2}t) + C_2 \sin(\sqrt{\alpha^2 - h^2}t)].$$

Обозначив $\omega = \sqrt{\alpha^2 - h^2}$, получим:

$$x(t) = A e^{-ht} \cos(\omega t + \varphi),$$

где $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$, $\varphi = \arctan \frac{C_1}{C_2}$.

Таким образом, решение имеет вид затухающего гармонического колебания с частотой $\omega = \sqrt{\alpha^2 - h^2}$, амплитудой Ae^{-ht} и начальной фазой φ . Для получения неизвестных амплитуды A и фазы φ необходима дополнительная информация о начальных условиях.

Итак, что во всех трех случаях колебания груза затухают. Таким образом, более точная модель позволяет точнее описать поведение груза на пружине. Мы видим, что в зависимости от цели исследования для одного и того же объекта могут существовать различные математические модели. Возможна и обратная ситуация, когда различные объекты могут иметь одинаковую математическую модель.

Пример 2

Рассмотрим колебания электрического тока в контуре, состоящем из сопротивления, индуктивности и емкости.

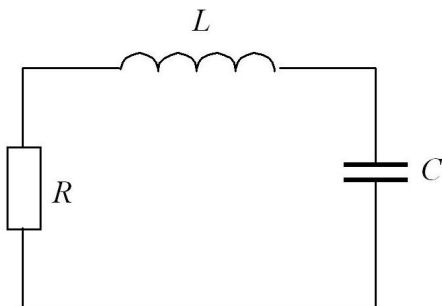


Рис. 3.4. Колебательный контур

Опишем содержательную модель.

Сделаем следующие предположения.

1. В емкости отсутствуют токи утечки.
2. Катушка индуктивности не обладает сопротивлением.
3. Между витками катушки отсутствует емкость.
4. Соединительные провода не имеют сопротивления и индуктивности.
5. Суммарное сопротивление всех элементов сосредоточено в резисторе.

Будем использовать следующие физические законы.

1. Закон Ома.

2. Закон самоиндукции.

3. Связь между напряжением и зарядом на обмотках конденсатора.

Построим математическую модель. По закону Кирхгофа:

$$U_R + U_L + U_C = 0,$$

где U_R, U_L, U_C – падение напряжения на сопротивлении, индуктивности и емкости:

$$U_R = iR$$

$$U_L = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt, \text{ так как } i = \frac{dq}{dt}.$$

Получаем:

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = 0.$$

Это уравнение полностью аналогично уравнению колебания груза на пружине. Обозначив $\frac{R}{L} = 2h, \frac{1}{LC} = \alpha^2$, сведем его к уравнению:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + 2h \frac{di}{dt} + \alpha^2 i = 0.$$

Таким образом, математическая модель, описывающая колебания тока в контуре, полностью совпадает с моделью, описывающей колебания груза на пружине. Не решая это уравнение можно сразу воспользоваться готовым результатом.

Например, для случая $h^2 - \alpha^2 < 0$ сразу получаем:

$$i(t) = Ae^{-\frac{R}{2L}t} \cos(\omega t + \varphi),$$

где частота колебаний равна:

$$\omega = \sqrt{\alpha^2 - h^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$

Наличие одинаковых математических моделей для механических и электрических колебаний позволяет моделировать механическую систему электрической. Вместо исследования сложной механической системы можно производить измерения в соответствующим образом построенной электрической цепи, имеющей ту же математическую модель. Такой способ замены изучения одного физического процесса другим, имеющим ту же математическую модель, но более удобным для экспериментирования, называется аналоговым моделированием.

3.10. Требования к математическим моделям

1. Адекватность.

Важнейшим требованием к математической модели является требование её адекватности, то есть правильного соответствия изучаемому реальному объекту относительно изучаемой совокупности его свойств. Под этим понимается:

- правильное качественное описание рассматриваемых свойств объекта, возможность на основании исследования модели сделать правильный вывод о направлении изменения каких-либо количественных характеристик о их взаимосвязи;
- правильное количественное описание свойств объекта с некоторой разумной точностью.

В некоторых областях, где количественные заключения проявляются не вполне чётко, например, в социальных и биологических науках, математические модели являются, как правило, лишь качественными. Однако и такие модели позволяют выявлять существенные свойства объекта.

Адекватность необходимо рассматривать только по отношению к определённым свойствам объекта, которые изучаются в данном исследовании. Для колебательной системы с малым трением модель в виде дифференциального уравнения:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx$$

адекватна по отношению к частоте колебаний и их характеру, так как на небольшом интервале времени затуханием колебаний можно пренебречь. Однако если нас интересует скорость затухания колебаний, то эта модель уже неадекватна и в качестве адекватной модели нужно взять дифференциальное уравнение:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -f \frac{dx}{dt} - kx.$$

Забвение того, что всякая адекватность относительна и имеет свои границы применения, может привести к попыткам навязать реальному объекту свойства модели. Применение неадекватной модели может привести к тому, что мы не уловим или чрезмерно искажим то, что нам нужно, но зато будем изучать то, что нам не нужно или даже то, чего на самом деле нет. Как правило, в таких случаях проверка адекватности модели не может осуществляться на чисто дедуктивном уровне.

2. Простота и оптимальность.

С точки зрения требования адекватности сложные модели предпочтительней простых. Применяя более сложную модель, можно учесть большее число факторов, которые влияют на изучаемые характеристики объекта. Однако это может привести к громоздкой системе уравнений, не поддающейся изучению. Таким образом, мы приходим к требованию достаточной простоты модели. Модель является достаточно простой, если имеющиеся средства её исследования дают возможность провести с разумной точностью качественный или количественный анализ выбранных характеристик.

При увеличении числа учитываемых в модели факторов её точность сначала увеличивается, а затем начинает уменьшаться. Это связано с переусложнением модели и потерей адекватности. Как правило, степень понимания явления обратно пропорциональна числу переменных, фигурирующих в его описании. Оптимизации модели состоит в том, что она не должна быть ни слишком сложной, ни слишком упрощённой.

3.11. Общая и компьютерная схемы моделирования

Всякая предметная область имеет свой язык описания знаний о ней. Естественный это язык или искусственный – неважно, главное. Что он не выводит за пределы предметной области и позволяет свободно ориентироваться в ней при описании её понятий, свойств, задач, методов и т.д.

Задачу, описанную языком некоторой предметной области будем называть предметной задачей, а её описание – формулировкой на языке этой предметной области. Всякая предметная задача неформальна по отношению к языку собственной области и формальна по отношению к языку любой другой предметной области. Неформальность означает естественность, содержательность в рамках данного языка, формальность – грубость, зависимость от конструкций, форм другого языка.

Пусть A и Z – две предметные области, не обязательно разные. Если задача z из предметной области Z в каком-то смысле похожа на задачу a из предметной области A , то z называется моделью задачи a , а процесс построения z называется моделированием задачи a . Если $A \neq Z$, то есть задачи a и z лежат в разных предметных областях, то модель z можно рассматривать как одну из форм представления задачи a , определяемой языком предметной области Z . В этом случае модель z называется формальной, а процесс её построения называется формализацией задачи a .

В случае $A = Z$ модель называется неформальной или содержательной, а моделирование называется переформулировкой на языке предметной области A .

Факт моделирования будем обозначать $a \rightarrow z, A \rightarrow Z$. Степень похожести модели на исходную задачу определяется исследователем в зависимости от того, насколько её решение позволяет судить о решении моделируемой задачи. Если эта степень признается удовлетворительной, то модель называется адекватной, в противном случае – неадекватной. Если адекватная модель получается в результате лишь замены терминов и обозначений, используемых в моделируемой задаче, то она называется пересказом.

Существуют два способа моделирования.

1. Сводимость моделируемой задачи к известной.

Сначала в качестве модели выбирается некоторая известная задача, а затем обосновывается её адекватность.

2. Постановка моделируемой задачи.

Выполняется непосредственная разработка адекватной модели.

Между этими двумя способами нет чёткой границы и их следует рассматривать как крайние случаи в практике моделирования.

Необходимость моделирования задачи вызывается отсутствием или непригодностью известных средств её решения и стремлением использовать средства решения другой задачи. Моделирование как метод научного познания позволяет получать новые знания в исследуемой области путем использования знаний о другой области. В наших обозначениях A является областью исследования, а область Z исследователь выбирает сам как более изученную, или по каким-то соображениям более предпочтительную, чем A .

Однако возможна ситуация, в которой подходящая область z выбрана, а модель на её языке сразу построить трудно из-за чрезмерной удалённости областей A и Z . Естественным выходом в этой ситуации является поэтапное моделирование, то есть построение такой цепи моделей:

$$a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow \dots \rightarrow y \rightarrow z,$$

для которой соответствующая цепь предметных областей:

$$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow \dots \rightarrow Y \rightarrow Z$$

содержит либо совпадающие, либо достаточно близкие смежные области.

В цепи моделей решается, как правило, лишь конечная задача, а предшествующие ей несут моделирующую функцию. Решение конечной задачи z переводится в решение предшествующей последовательно, от конца к началу.

Описанная схема является общей схемой моделирования. Если мы хотим для решения исходной предметной задачи использовать компьютер, то эта схема должна обладать некоторыми особенностями.

1. Область Z является областью общения с компьютером, то есть программированием. Задача z является задачей преобразования данных, средствами решения которой являются языки программирования, операционные системы, базы данных, базы знаний и т.д.

2. Область Y – это вычислительная математика. Задача y – вычислительная задача которая решается с помощью вычислительных методов и алгоритмов.

3. Помимо вычислительной математики в цепи предметных областей среди промежуточных звеньев могут быть какие-то другие математические дисциплины и теории. Соответствующие им звенья в цепи моделей будут математическими задачами, которые называются математическими моделями. Одна из них обычно оказывается основной «методической» моделью, то есть задачей с собственным методом решения, который определяет облик вычислительного алгоритма решения задачи y . Математические модели, не обладающие собственным методом решения, называются математическими описаниями.

Первая по порядку математическая модель в цепи моделей называется предварительной и начальной. Она часто оказывается математическим описанием и необходима для осуществления первого шага в математику. Каждая из моделей может быть как известной, хорошо изученной задачей, так и оригинальной, требующей разработки оригинальных методов решения.

Схема моделирования с указанными особенностями называется компьютерной. Чаще всего на практике встречается следующая стандартная компьютерная схема.

Цепь предметных областей: исходная предметная область $\rightarrow$ математическая терминология $\rightarrow$ некоторая математическая теория $\rightarrow$ вычислительная математика $\rightarrow$ программирование.

Цепь моделей: исходная предметная задача $\rightarrow$ математическое описание $\rightarrow$ задача некоторой математической теории $\rightarrow$ вычислительная задача $\rightarrow$ задача преобразования данных.

3.12. Вопросы и задания

1. Какие существуют источники развития математики?
2. Что включается в математику?

3. Что такое прикладная математика?
4. Какова специфика математического решения прикладных задач?
5. Приведите примеры логических рассуждений при решении конкретных задач, неприемлемых с точки зрения классической математики.
6. Объясните различие в формулировке понятия "существование" в чистой и прикладной математике.
7. Какие модели по природе носителя можно выделить?
8. Назовите знаковые модели и охарактеризуйте их.
9. Опишите общую схему применения математики для изучения реальных объектов.
10. Составьте математическую модель для одной из проанализированных вами ранее систем (с учетом поставленной цели исследования).
11. Какие существуют требования к математическим моделям? Что они означают?
12. Опишите общую и компьютерную схемы моделирования.

Глава 4

Логические основы системного анализа

4.1. Научное знание

Знание есть проверенный практикой результат познания действительности, её верное отражение в сознании человека. Наука является наиболее развитой формой познания. Обыденное познание так же способно давать объективное знание о мире, но характер объективности знания в обыденном и научном сознании различен.

1. Обыденный опыт имеет дело с целым объектом и всем комплексом его внешних связей. В науке объекты расчленяются для изучения их отдельных частей и связей. На теоретическом уровне наука имеет дело с идеализированными моделями объектов, а не с самими объектами.

2. Для точной фиксации объектов исследования и их состояний наука использует специально разрабатываемый язык терминов и символов.

3. Наука нуждается в специальных орудиях и средствах исследования научной аппаратуре.

4. Научное знание отличается от обыденного обоснованностью и системностью. Достоверность научного знания не может быть установлена только опытом, чем ограничивается обыденное познание. Наука использует специфические средства проверки знаний на истинность – научный эксперимент. Наука отличается логической связью научных утверждений в систему, достигаемой путем применения процедур логического вывода одних утверждений из других.

5. В обыденном познании метод не выделяется и не имеет самостоятельной ценности. В научном познании метод исследования играет ведущую роль.

6. В отличие от обыденного познания занятия наукой требуют особой подготовки, а также усвоения научных ориентаций и ценностных установок.

С учетом сказанного можно дать следующее определение науки.

Наука – это сфера исследовательской деятельности, направленной на производство новых знаний о природе, обществе и человеке, включающая в себя все условия этого производства: учёных с их знаниями и способностями, научные учреждения, экспериментальное оборудование, методы научно-исследовательской работы, концептуальный аппарат и систему научной информации.

Научное знание – это знание, которое отвечает следующим основным принципам научности:

- принципу проверяемости, то есть возможности прямого или косвенного эмпирического подтверждения основных положений и выводов теории ;
- принципу опровержимости, то есть принципиальной возможности полного пересмотра научной теории при накоплении достаточного числа противоречащих ей фактов;
- принципу соответствия, то есть способности новой теории содержать в себе элементы предшествующего научного знания, обеспечивая преемственность его развития;
- принципу инвариантности. то есть относительной независимости выводов научной теории от конкретных условий её использования в границах её применимости;
- принципу согласованности, то есть внутренней системной упорядоченности положений научной теории и её внешней непротиворечивости другим элементам научного знания.

Развитие научного знания представляет собой последовательный процесс постановки проблемы, формирования гипотезы и построения теории.

Научная проблема является формой отображения ещё не познанной, но требующей познания объективной реальности. Причиной возникновения проблемы являются внутренние или внешние противоречия в развитии предшествующего теоретического знания. Правильная постановка проблемы во многом определяет конечный успех всего научного исследования.

Научная гипотеза есть логически сформированное предположительное решение поставленной проблемы, требующее обоснования и подтверждения. Гипотеза представляет собой лишь один из возможных путей решения проблемы. В процессе научного исследования даже одной проблемы может возникнуть несколько различных гипотез.

Научная теория есть целостная, иерархически упорядоченная система понятий и допущений, обладающая внутренней структурной организованностью.

Вся совокупность научных принципов, используемых для обоснования научного знания образует научный метод.

Научное учение есть упорядоченная совокупность теоретических положений высокой степени в одной определенной области научного знания, включающая в себя ряд взаимно не противоречащих друг другу научных гипотез, теорий и концепций одинаковой идейной направленности.

Научная концепция есть совокупность наиболее существенных элементов теории или учения, базовый принцип понимания процессов и явлений окружающего мира.

4.2. Научная теория

Научная теория является системой знаний, позволяющих объяснить возникновение и функционирование предметов и явлений действительности, а также предсказать их развитие. Эти предметы и явления могут быть материальными и идеальными.

Никакая теория не может дать полного описания реальной системы. Она способна лишь отразить ее с определенной точностью.

Всякая научная теория представляет собой целостную систему и включает в себя следующие элементы:

- исходную эмпирическую основу, которая называется предмет исследования;
- язык, используемый для изучения предмета исследования; он может быть естественным или искусственным;
- средства, позволяющие перейти от эмпирики, конкретно-чувственной действительности к аксиомам, то есть непреложным истинам.

Любая теория – это выраженная в понятиях совокупность идей, законов и принципов, постулатов и аксиом, отражающих реальные системы, являющиеся предметом исследования данной науки.

Основным стержнем построения теории является идея. Идея есть основной принцип построения теории. Остальные принципы теории конкретизируют идею и находят выражение в законах, понятиях и категориях. Теория как система выступает в качестве единства совокупности принципов, законов и понятий.

Различают содержательные, теоретические и методологические принципы построения научной теории.

Содержательные принципы описывают изучаемый объект на языке конкретной науки.

Формальные принципы – это математические положения, которые образуют основу математической модели исследуемого объекта.

Содержательные принципы более устойчивы, поскольку в основе своей остаются неизменными. Формальные принципы являются способом описания теории и являются менее устойчивыми, поскольку почти всегда имеется несколько эквивалентных способов описания теории.

Методологические принципы отражают наиболее общие существенные свойства системы, а так же накладывают определенные ограничения на формы и методы исследования, например, принцип причинности.

Кроме идей принципов научная теория включает в себя совокупность законов. Следует отметить, что объективный закон, как он есть в действительности, отличен от закона науки. Законы объективной реальности – это существенные, общие, повторяющиеся связи между ее предметами, явлениями и процессами. Они действуют независимо от того, знаем ли мы о них или не знаем.

Законы науки являются отражением объективных законов в сознании людей. По мере развития понятийного аппарата и экспериментальной техники законы науки изменяют свой вид, становясь все более точной моделью объективного закона.

Идеи, принципы и законы выражаются в форме понятий. Любая научная теория есть система понятий. Принципы и законы теории представляются в форме взаимосвязи понятий.

Важным элементом научной теории являются правила вывода. Они позволяют исходя из аксиом делать правильные выводы и тем самым предсказывать будущее состояние системы. Верность исходной системы аксиом определяет границы логической непротиворечивости научной теории. За пределами любой научной теории имеются факты, которые аксиомы данной теории не объясняют.

Каждая совокупность аксиом порождает определенную теорию. Используя различные совокупности аксиом, можно построить различные логически непротиворечивые теории.

Процесс развития науки есть замена, диалектическое отрицание одной совокупности аксиом другой, а, следовательно, отрицание старой теории новой. Новая теория не отбрасывает старую, а сохраняет ее в новой теории как частный случай.

4.3. Структура, функции и среда научной теории

Взаимосвязь элементов научной теории образует ее структуру. Она включает следующие взаимосвязи:

- между эмпирической реальностью, как основной теории и ее логической подсистемой, отражающей эту реальность;
- между аксиоматикой и языком теории;
- между аксиоматикой и логическими средствами вывода из неё нужных следствий;
- между выводами теории и эмпирической реальностью.

Научная теория выполняет следующие функции.

1. Информационная функция. Теория как система содержит информацию, то есть сведения о реально существующей материальной или идеальной системе, её описание. Это описание выполняется в форме понятий, законов, принципов, описывающих существенные, внутренне необходимые связи между элементами системы. Оно является систематизированным описанием, то есть описанием не каждого отдельного элемента, а их совокупности, их совместного функционирования.

2. Объяснительная функция. Научная теория должна не просто описывать, а объяснять отражаемую ею реальную систему, показывать совокупность присущих ей причинных связей, раскрывать, в силу каких причин данная система возникла и существует, почему присущие ей процессы протекают так, а не иначе.

3. Эвристическая функция. Научная теория эвристична по своему происхождению, формам и методам ее разработки и использования. Это означает, что основные научные достижения получены не логическим путем, а с использованием неформальных приемов и интуиции. Сама научная теория является средством развития творческого потенциала человека, его интуиции и способности к предвидению.. (То, чего я не знаю, никогда мне не пригодится).

4. Практическая функция. Теория создаётся ради практики, ради преобразования действительности. Теория находит подтверждение своей истинности в практике.

5. Прогностическая функция. Она заключается в способности научной теории предсказывать будущее поведение исследуемого объекта что особенно важно в управлении.

Средой научной теории является окружающий человека мир. Важным элементом внешней среды научной теории являются другие научные теории. Из них теория черпает различного рода факты и выводы, те или иные элементы языка и аксиоматики, методы и средства познания.

4.4. Научная проблема

Под научной проблемой понимается вопрос, ответ на который не содержится в накопленном обществе знаний.

Одним вопросом проблема никогда не исчерпывается. Она представляет собой целую систему, состоящую из центрального вопроса, составляющего существо проблемы и некоторого количества вспомогательных вопросов, получение ответов на которые необходимо для ответа на основной вопрос.

В основе любой проблемы лежит противоречие. Научная проблема возникает в условиях проблемной ситуации, когда складывается противоречие между знанием о потребностях людей и незнанием средств их удовлетворения. Это противоречие в конечном счёте упирается в незнание определенных закономерностей объективного мира.

Проблемная ситуация возникает также как противоречие между существующей теорией и новыми фактами, нуждающимися в теоретическом истолковании, или как выяснение внутренней логической противоречивости существующей теории. Развитие любой научной теории представляет собой последовательное разрешение следующих друг за другом проблем.

Все проблемы можно разделить на три класса.

1. Хорошо структурированные, то есть количественно сформулированные.
2. Слабо структурированные, содержащие количественные и качественные оценки.
3. Неструктурированные или качественные проблемы.

Для решения проблем первого класса существует хорошо развитый математический аппарат. Для решения проблем второго класса нужны системные методы. Для решения проблем третьего класса применяются эвристические методы.

Системный анализ применяется для того, чтобы слабо структурированную проблему превратить в хорошо структурированную, для которой имеется готовый математический аппарат.

Рассмотрение любой проблемы начинается с выяснения ответа на вопрос существует ли проблема. Далее даётся ее точная формулировка и анализ ее структуры. Затем рассматривается развитие проблемы, внешние связи ее с другими проблемами и ставится вопрос о принципиальной разрешимости проблемы.

Для того, чтобы проблема могла быть решена, она должна быть правильно поставлена. Грамотная постановка проблемы предполагает выполнение следующих действий.

1. Формулировка проблемы, включающая

- выдвижение центрального вопроса проблемы;
- фиксацию противоречия, которое лежит в основе проблемы;
- предположительное описание ожидаемого результата.

2. Построение проблемы, включающее

- формулировку вспомогательных вопросов, без ответа на которые нельзя получить ответ на центральный вопрос проблемы;
- группировку и определение последовательности решения вспомогательных вопросов;
- ограничение изучаемой области в соответствии с потребностями исследования и возможностями исследователя;
- отделение известного от неизвестного в изучаемой области;
- поиск альтернатив для всех элементов проблемы.

3. Оценка проблемы, включающая

- выявление всех условий, необходимых для решения проблемы, включая методы, средства и приёмы;
- проверку наличных возможностей;
- выяснение степени проблемности, то есть соотношения известного и неизвестного в информации, которую требуется использовать для решения проблемы;
- нахождение среди уже решенных проблем аналогичной решаемой;
- отнесение проблемы к определённого типу.

4. Обоснование проблемы. Представляет собой последовательную реализацию следующих процедур:

- установление ценностных, содержательных и генетических связей данной проблемы с другими проблемами;
- приведение доводов в пользу реальности проблемы, ее постановки и решения;
- выдвижение возражений против проблемы.

5. Обозначение проблемы. Включает в себя

- выяснение смысла понятий, имеющих отношение к проблеме;
- перевод проблемы на научный язык;
- подбор понятий, наиболее точно фиксирующих смысл проблемы.

Можно выделить три уровня постановки проблемы.

Первый уровень – после определения центрального вопроса проблемы описанные правила постановки проблемы не используются.

Второй уровень – постановка проблемы в соответствии с описанными правилами, но без осознания их смысла и необходимости соблюдения.

Третий уровень – сознательное использование всех правил постановки проблемы.

Выполнение правил постановки проблемы дает следующие преимущества:

1. Обогащается понимание проблемы, выявляются новые подходы к ней, возникают новые точки зрения на средства и условия ее решения.

2. В ряде случаев происходит отказ от исследования, если обнаруживается, что поставленная проблема не является таковой, либо отсутствуют возможности её решения.

3. Обеспечивается качественное планирование научного исследования, повышение его эффективности.

4. Повышается уверенность в возможности решения проблемы.

4.5. Каноническая постановка задачи и проблемы

Задачей называется вопрос, ответ на который не требует получения нового знания. Под задачей в канонической форме будем понимать логическое высказывание вида:

«Дано V , требуется W ».

Это высказывание записывается в виде $\langle V; W \rangle$, где V – заданные условия, W – цель.

В первом приближении заданные условия V включают:

V^S – множество возможных состояний объекта;

V^P – множество операторов, переводящих объект из одного состояния в другое.

Цель W определяет желаемое состояние объекта. Оно может быть выражено подмножеством множества состояний V^S или их последовательностью во времени.

Решение задачи, то есть достижение цели, обеспечивается выбором оператора или последовательности операторов, которые переведут объект в желаемое состояние.

Состояниями в множестве V^S могут быть также логические объекты. Операторы в этом случае являются правилами вывода и процедурами построения.

Существуют задачи двух типов.

1. Задача на построение – построить или отождествить объект из заданного множества, отвечающий некоторым критериям.

2. Задача на доказательство – доказать по установленным правилам правильность построения или отождествления некоторого объекта.

Процесс решения задачи всегда сводится к поиску процедуры построения, отождествления или доказательства.

Под проблемой в канонической форме будем понимать высказывание вида:

«Требуется W ».

Будем записывать это выражение в виде $\langle -, W \rangle$, где не определены явно условия V .

Проблему можно считать неполной постановкой задачи. Следующим этапом такой постановки будет выяснение условий V . Этот этап также можно рассматривать в качестве отдельной задачи вида:

«Дано $\langle -, W \rangle$, требуется $\langle V; W \rangle$ ».

Логическое высказывание вида:

«Дано V » или $\langle V; - \rangle$,

где явно не определена цель W , будем называть ситуацией.

Ситуацию также можно рассматривать как неполную постановку задачи и считать следующим этапом определение цели. Для этого можно сформулировать отдельную задачу:

«Дано $\langle V; - \rangle$, требуется $\langle V; W \rangle$ ».

Людам приходится действовать в условиях неопределённости. Она вызвана двумя причинами: неполнотой информации, поступающей из среды и ограниченными познавательными способностями человека. Постановка задачи является первым шагом в борьбе с неопределённостью. Ситуацию и проблему можно рассматривать как начальные этапы постановки задачи. При постановке задачи должно быть обеспечено единство языка, на котором описываются условия V и цель W . Поскольку цель характеризует подмножество состояний объекта V , она должна быть сформулирована в тех же понятиях, в каких описывается состояние объекта.

4.6. Мнимые проблемы

Под мнимыми проблемами понимаются проблемоподобные структуры, которые не являются проблемами, но либо ошибочно принимаются за них, либо выдаются как проблемы. В зависимости от характера возникновения все мнимые проблемы можно разделить на два класса.

1. Экстранаучные мнимые проблемы, причины которых находятся вне науки. В основе их возникновения лежат заблуждения – мировоззренческие, методологические, идеологические и другие.

2. Интранаучные мнимые, причины проблемы, причины которых лежат в трудностях процесса познания. Их можно разбить на три группы:

- "уже не проблемы то есть уже решённые, но принимаемые ошибочно за нерешённые;
- "еще не проблемы которые возникают как следствие отрыва нашего мышления от реальных возможностей настолько, что невозможно указать в обозримом будущем средства актуализации и решения этих проблем;
- "никогда не проблемы то есть такие проблемоподобные структуры, для которых вообще не существует решения вследствие того, что их постановка противоречит фундаментальным принципам науки, например, создание вечного двигателя.

4.7. Вопросы и задания

1. Дайте определения науке и научному знанию.
2. Что такое научная гипотеза?
3. Что есть научная теория и какие элементы она включает в себя?
4. Какие различают принципы построения научной теории?
5. Назовите функции научной теории.
6. Приведите примеры различных плодов человеческого разума, которые могут или не могут считаться научной теорией.
7. Какие проблемы называют мнимыми? Приведите примеры.

Глава 5

Теория принятия решений

5.1. Особенности задачи принятия решений

Теория принятия решений представляет собой набор понятий и систематических методов, позволяющих анализировать проблемы принятия решений в условиях неопределённости.

Теория принятия решений предписывает нормы поведения лицу, принимающему решение, которым он должен следовать, чтобы не вступить в противоречие со своими собственными суждениями и предпочтениями. Теория решений не дает метода описания того, как фактически должны вести себя отдельные лица. Она вооружает лицо, принимающее решение, методологией принятия сложных решений, которые включают элементы субъективизма, но не может заменить его.

Задача принятия решений имеет следующие особенности.

1. Многоцелевой характер. В большинстве сложных задач приходится стремиться к достижению различных целей. Эти цели почти всегда противоречивы. Поэтому лицо, принимающее решение, неизбежно оказывается перед необходимостью выбора.

2. Воздействие фактора времени. Все важные последствия принятия решения не проявляются сразу, и нельзя указать конкретный момент времени, когда можно наблюдать то или иное последствие.

3. Присутствие неформализуемых понятий. Такие понятия, как престиж, политическое действие, воля и т.д. являются неформализуемыми и существенно усложняющих задачу принятия решений.

4. Наличие неопределённостей.

5. Сложность получения полной и достоверной информации.

6. Динамический аспект процесса принятия решений. После того, как некоторое решение принято, может оказаться, что задача не исчерпана до конца и потребуются принять новое решение через несколько лет.

Для того, чтобы можно было говорить о принятии решения, необходимо выполнение двух условий.

1. У принимающего решение должна быть определенная цель. Иногда эта цель не формулируется в явном виде, но в той или иной форме она должна обязательно присутствовать, иначе обсуждение правильности принимаемых решений лишено всякого смысла.

2. Принимающий решение должен обладать средствами влияния на результат, в противном случае надобность принятия решения отпадает.

5.2. Структура цели

Задача принятия решения формулируется в терминах цели, средств и результата. В классической теории управления используется следующий подход: имеется некоторая система, затем формулируется цель управления, и управление ведется так, чтобы цель была достигнута. Гипотеза о существовании цели управления является в теории управления необсуждаемым постулатом. Далее выясняется, достижима ли цель, и ищутся способы ее оптимального достижения.

Любая цель должна обладать следующими свойствами.

1. Цель должна быть единственной. Задача достижения сразу нескольких целей, как правило, противоречива.

2. Цель должна быть в принципе достижима. В противном случае она уже не цель, а либо ценность, либо фатальная неизбежность. Например, целью человека может быть накопить деньги для покупки дорогой вещи. Однако, стремление копить деньги, без необходимости покупки некоторой вещи целью не является, так как нельзя установить, когда такая цель будет достигнута.

Обычно непосредственно достигнуть цель нельзя, поэтому надо строить какие-то подчинённые цели, достигнув которых, мы сможем легче достичь главную цель. Однако об упорядочении множества подчинённых целей можно говорить только после того, как выработана точная программа достижения главной цели. Например, ставится цель получить большее количество электроэнергии. Необходимо ли для этого строить гидроэлектростанцию и губить массу рыбы? Оказывается, что это необходимо лишь в рамках определенного проекта. В рамках другого проекта необходимо строить атомную электростанцию. Следовательно, можно выбирать различные средства для достижения одной и той же цели.

Ценность главной цели не требует оправдания, она существует априори, иначе она уже не будет главной целью. Выбор подчинённых целей

может быть до некоторой степени произвольным, так как они оправданы лишь как средства достижения главной цели.

В классической теории управления цель управления считается заданной априорно. Однако, на самом деле управляет не тот, кто формирует управляющие воздействия, а тот, кто ставит цель. Для любой системы управления существует более высокий иерархический уровень управления, на котором формируется цель управления. На этом уровне человек при постановке задач управления руководствуется не целями, а ценностями. Это является самым главным отличием управления в социальных и экономических системах от управления в технических системах.

Можно выделить следующие типы целей.

1. Качественная цель. Характеризуется тем, что всякий возможный исход либо полностью удовлетворяет этой цели, либо полностью не удовлетворяет, причём исходы, удовлетворяющие цели, неразличимы между собой по степени достижения этой цели и точно так же неразличимы между собой исходы, не удовлетворяющие цели.

2. Максимизация заданной функции. Как правило, в математических моделях принятия решения цель отождествляется с максимизацией некоторой функции, заданной на множестве всех исходов и принимающей действительные значения (целевая функция).

Имея цель, заданную с помощью целевой функции, можно определить связанное с этой целью предпочтение исходов: из двух исходов более предпочтительным будет тот, которому соответствует большее значение целевой функции. Назовем такое предпочтение предпочтением, связанным с целевой функцией. Однако можно говорить о предпочтении и без наличия целевой функции, например, указывая множество всех пар исходов, для которых первый исход в паре предпочтительней второго, то есть указывая отношение предпочтения.

5.3. Процесс принятия решений

Процесс принятия решения можно разбить на четыре этапа.

1. Определение альтернативных способов действия. Должен быть задан подходящий набор целей и указаны соответствующие им меры эффективности. Это дает возможность определить степень, с которой заданные цели могут быть достигнуты с помощью различных способов действия. Для каждого способа действия возможные исходы описываются в единицах принятой эффективности. Кроме того, необходимо указать,

как изучаемый процесс развивается во времени, и описать способы сбора информации.

2. Описание вероятностей возможных исходов. Необходимо, чтобы неопределённость, связанная с альтернативными решениями, была выражена численно через распределение вероятностей. В результате такой операции становится известной вероятность каждого возможного исхода для каждого принятого решения.

3. Ранжирование предпочтений возможных исходов. Для этого выбирают меру эффективности, а затем с ее помощью представляют в числовой форме отношение лица, принимающего решение, к последствиям и вероятности возможных исходов.

4. Рациональный синтез информации, полученной на первых трех этапах. Следует проанализировать и эффективно использовать всю полученную информацию для выбора альтернатив.

Математическая модель задачи принятия решения представляет собой формальное описание цели, средств ее достижения и результатов, а также способа связи средств с результатами. Формальное описание средств и результатов можно получить, задав множество альтернатив и множество исходов. Альтернативы – это то, что мы выбираем, а исходы – то, к чему приходим. Понимание того, что есть исход в данной ситуации принятия решения, зависит от принимающего решение. Таким образом, понятие исхода является субъективным.

Основные типы связи альтернатив с исходами.

1. Каждая альтернатива приводит к единственному исходу. В этом случае имеется функциональная зависимость исходов от альтернатив.

2. Каждая альтернатива может привести к одному из нескольких исходов, каждый из которых имеет определенную вероятность появления. Здесь имеется стохастическая зависимость исходов от альтернатив.

3. Каждая альтернатива может привести к одному из нескольких исходов, но отсутствует даже стохастическая зависимость исходов от альтернатив.

Если принимающий решение информирован о типе связи, то говорят, что в первом случае решение принимается в условиях определённости, во втором случае – в условиях риска, в третьем случае – в условиях неопределённости.

Информированность принимающего решение о связи исходов с альтернативами может не совпадать с той, которая имеется объективно.

5.4. Вопросы и задания

1. Какова роль теории принятия решений?
2. Назовите особенности задачи принятия решений? В каких практических ситуациях они могут вам встретиться?
3. Какими свойствами должна обладать цель?
4. Почему ценность главной цели не требует оправдания?
5. В чем состоит отличие управления в социально-экономических системах от управления в технических?
6. Какие типы целей существуют?
7. Опишите этапы процесса принятия решений.

Глава 6

Методы борьбы с неопределённостью

6.1. Типы неопределённостей

Задачи, не содержащие неопределённостей, являются скорее исключением, чем правилом. Адекватное описание проблемы практически всегда содержит различного рода неопределённости. Принято различать три типа неопределённостей.

1. Неопределённость целей.
2. Неопределённость наших знаний об окружающей обстановке (природная неопределённость).
3. Неопределённость действий реального противника или партнера.

Рассмотрим последовательно эти типы неопределённостей. Целевая функция всегда носит внешний характер по отношению к решаемой задаче. Формализация цели, то есть выбор целевой функции, почти всегда трудная проблема.

Рассмотрим некоторые наиболее употребительные способы преодоления неопределённости в случае, когда требуется найти способ действий (вектор x), обеспечивающий экстремальное значение нескольких критериев $f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)$ одновременно. Например, в экономических задачах необходимо максимизировать доход и минимизировать затраты.

6.2. Линейная свертка

Вместо n частных критериев рассматривается один критерий вида:

$$F(x) = \sum_{i=1}^n c_i f_i(x), \quad (6.1)$$

где c_i — некоторые положительные числа, удовлетворяющие условию:

$$\sum_{i=1}^n c_i = 1.$$

Величина c_i показывает, насколько изменяется целевая функция $F(x)$ при изменении $f_i(x)$ на единицу:

$$c_i = \frac{\partial F}{\partial f_i}.$$

Величины c_i определяются экспертным путем и отражают представления лица, принимающего решение, о важности отдельных критериев.

Предположим, что ограничения, наложенные на выбор компонент вектора x , являются линейными:

$$\sum_s a_{js}x_s \leq b_j, j = \overline{1, m}, \quad (6.2)$$

так же, как и функции $f_i(x)$:

$$f_i(x) = \sum_s d_{is}x_s. \quad (6.3)$$

Тогда задача максимизации критерия 6.1 сводится к задаче линейного программирования: найти максимум линейной формы:

$$F(x) = \sum_s \sum_i c_i d_{is}x_s$$

при ограничениях 6.2.

6.3. Использование контрольных показателей

Часто в задачах планирования задаётся некоторая система нормативов $f_1^*, f_2^*, \dots, f_n^*$. Это значит, что нужно максимизировать функции $f_i(x)$ при условиях:

$$f_i(x) \geq f_i^*, i = \overline{1, n}.$$

В таком случае целевую функцию удобно представить в виде:

$$F(x) = \min_i \frac{f_i(x)}{f_i^*}$$

и искать вектор x , который обеспечивает максимальное значение $F(x)$.

При данном значении x величина $F(x)$ дает значение наихудшего из критериев $f_i(x)$. Условие $F(x) \rightarrow \max$ означает выбор такой системы параметров x , которая максимизирует отношение i -го реально достигнутого значения критерия к его контрольному значению.

Если на выбор компонент вектора наложены ограничения в виде линейных неравенств 6.2, а целевая функция имеет вид линейной формы 6.3, то задача так же может быть сведена к задаче линейного программирования. Для этого нужно ввести новую переменную:

$$V = \min_i \frac{f_i(x)}{f_i^*}$$

и добавить ограничения вида

$$f_i(x) \geq V f_i^*, i = \overline{1, n}. \quad (6.4)$$

Получим следующую задачу линейного программирования: найти максимум по x скаляра V , удовлетворяющего ограничениям 6.2 и 6.4.

6.4. Простейший случай преодоления неопределённости целей

Пусть опять критерии $f_i(x)$ должны удовлетворять ограничениям:

$$f_i(x) \geq f_i^*, i = \overline{1, n}, \quad (6.5)$$

где f_i^* – система контрольных показателей.

Предположим, что среди критериев f_i выделен основной, например, $f_1(x)$. Тогда можно прийти к однокритериальной задаче:

$$f_1(x) \rightarrow \max$$

при ограничениях 6.5.

6.5. Введение метрики в пространстве целевых функций

Предположим, что удалось решить систему однокритериальных задач:

$$f_i(x) \rightarrow \max, i = \overline{1, n}$$

и найти в каждой задаче вектор $x = x_i$, доставляющий максимум критерию $f_i(x)$:

$$f_i(x) = f_i, i = \overline{1, n}$$

Совокупность скалярных величин f_i определяет в пространстве критериев точку, которую назовем точкой абсолютного максимума. Если все векторы x_i различны, то невозможно одновременно максимизировать все критерии. Следовательно, точка $(f_1, f_2, \dots, f_n)$ в пространстве критериев недостижима.

Введем положительно определенную матрицу $R = \{r_{ij}\}$.

Тогда скалярная величина:

$$h = \sqrt{\sum_i \sum_j [f_i(x) - f_i] r_{ij} [f_j(x) - f_j]}$$

определяет в пространстве критериев расстояние от точки, соответствующей данному вектору x , до точки абсолютного максимума.

В частом случае, когда R – единичная матрица,

$$h = \sqrt{\sum_i [f_i(x) - f_i]^2}$$

есть евклидово расстояние от точки $(f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x))$ до точки абсолютного максимума.

6.6. Принцип Парето

До сих пор мы пытались свести многокритериальную задачу к однокритериальной. Но к анализу многокритериальных задач можно подойти и с других позиций. Можно попытаться сократить множество допустимых решений, то есть исключить из рассмотрения те решения, которые заведомо плохи. Один из таких путей предложил в 1904г. итальянский экономист Парето.

Пусть цель субъекта состоит в максимизации двух функций $f(x)$ и $g(x)$. Только в исключительных случаях максимум двух независимых друг от друга функций достигается в одной точке. Типичная картина имеет следующий вид

Функция $f(x)$ достигает максимума в точке x_1 , а функция $g(x)$ – в точке x_2 . Из графиков функций видно, что с возрастанием одной функции, другая, как правило, убывает, то есть увеличивая один показатель, мы уменьшаем другой. Какое решение будет оптимальным?

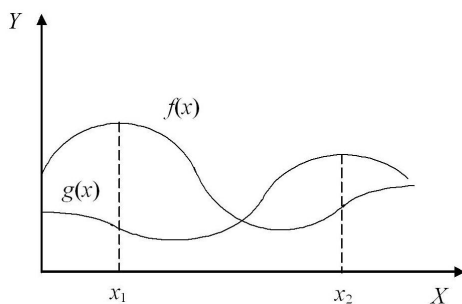


Рис. 6.1. Две независимые функции

Ответить на это вопрос сложно. В данном случае речь идет не о том, как найти оптимальное решение, а о том, что следует понимать под оптимальным решением. Здесь мы сталкиваемся с трудностью не технического, а концептуального характера.

Предположим, что при разработке модели автомобиля нас интересует срок службы u и максимальная скорость v , причём мы хотим максимизировать оба показателя. Мы можем варьировать некоторые технические характеристики автомобиля в заданных границах. При этом каждому фиксированному набору значений этих характеристик соответствует определённое значение срока службы u_0 и предельной скорости v_0 . Таким образом, альтернативами являются наборы значений варьируемых характеристик, а исходами — соответствующие им пары чисел (u_0, v_0) . Мы приходим к задаче выбора решения в условиях определённости.

Если изобразить все пары чисел (u_0, v_0) на плоскости переменных u и v , получим некоторую область D возможных исходов. Принятие решения заключается в выборе конкретной точки области D . Возникает вопрос, какую точку взять в качестве оптимальной?

Пусть мы выбрали точку $M_0(u_0, v_0)$. Построим криволинейный треугольник AM_0B . Для любой точки этого треугольника оба показателя u и v будут больше, чем для точки M_0 . Аналогичное рассуждение применимо к любой точке области D , для которой можно построить такой криволинейный треугольник. Следовательно, при выборе исхода надо ограничиться теми точками области D , для которых построение такого криволинейного треугольника невозможно, то есть теми исходами, для которых невозможно одновременное улучшение обоих показателей. Такие исходы называются оптимальными по Парето или эффективными. Множество всех эффективных точек принадлежит части границы области D , наиболее удалённой от начала координат.

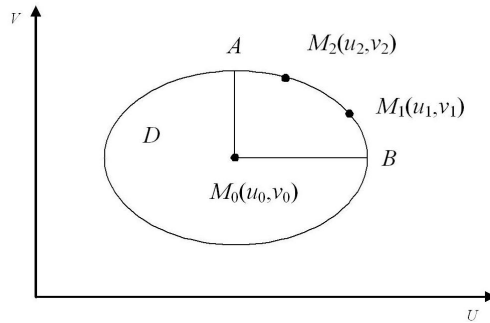


Рис. 6.2. Выбор оптимальной точки

Сравним две эффективные точки M_1 и M_2 . Для точки M_1 больше показатель u , а для точки M_2 — показатель v . Таким образом, эффективные точки являются несравнимыми между собой по предпочтению. Если мы все же хотим их сравнить, то для этого требуется дополнительная информация следующего типа: сколькими единицами выигрыша по одному показателю можно скомпенсировать проигрыш единицы по другому показателю? Принцип Парето не выделяет единственное решение, он только сужает множество альтернатив. Окончательный выбор остаётся за лицом, принимающим решение. Для окончательного выбора оптимального решения нужна дополнительная информация. Рассмотрим способы задания такой дополнительной информации.

1. Упорядочение показателей по важности.

Пусть известно, что показатель v существенно важнее показателя u . В этом случае потерю единицы показателя v нельзя компенсировать никаким увеличением показателя u . Следовательно выбор оптимального исхода нужно производить среди тех исходов, для которых значение показателя v максимально. Они изображены на рисунке жирной линией.

У всех этих исходов значение показателя v одинаково, поэтому лучшим среди них будет тот, который имеет наибольшее значение показателя u . Ему соответствует точка $M_{\text{опт}}$.

2. Задание весов относительной важности.

Пусть известно, что один показатель в определённое число раз важнее другого, например, максимальная скорость автомобиля в 2,5 раза важнее его срока службы. Это означает, что потеря пяти единиц времени службы приравнивается к приращению двух единиц скорости. Поэтому на плоскости переменных u и v мы можем отождествить любые две точки $M_1(u_1, v_1)$ и $M_2(u_2, v_2)$ области D , для которых:

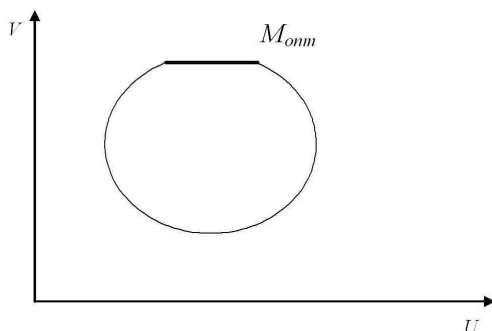


Рис. 6.3. Выбор равнозначных оптимальных исходов

$$\frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2} = \frac{2}{5} \text{ или } 2u_1 + 5v_1 = 2u_2 + 5v_2$$

Геометрически это означает, что мы рассматриваем семейство прямых

$$2u + 5v = \text{const}$$

и считаем равноценными любые два исхода, принадлежащие одной прямой этого семейства.

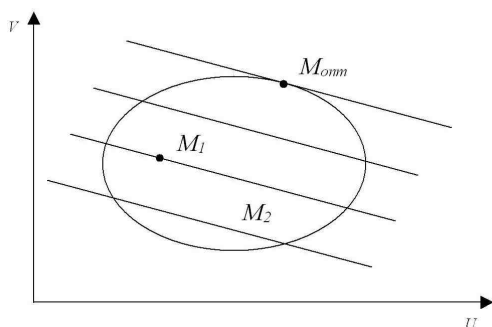


Рис. 6.4. Выбор оптимальной точки с заданным приоритетом показателей

Для двух исходов M_1 и M_2 лучшим будет тот, который расположен на прямой, более удалённой от начала координат. Оптимальным будет исход, соответствующий точке $M_{\text{опт}}$. Положение оптимальной точки $M_{\text{опт}}$ зависит от угла наклона прямых, который определяется отношением весов относительной важности показателей.

6.7. Природные неопределённости

Пусть целевая функция содержит неопределённый параметр α , который определяется влиянием внешней среды и является неконтролируемым, то есть имеет вид $f(x, \alpha)$, где x — управляемый параметр.

Решая задачу:

$$f(x, \alpha) \rightarrow \max \quad (6.6)$$

мы можем определить вектор x лишь как функцию параметра α :

$$x = x(\alpha) \quad (6.7)$$

Если никакой информации о параметре α нет, то результат оптимизации целевой функции будет произвольным. В реальной ситуации информация о параметре α обычно имеет вид:

$$\alpha \in G_\alpha$$

G_α — некоторое множество.

Такой информации недостаточно для однозначного решения задачи. Формула 6.7 определяет лишь некоторое отображение множества природных факторов G_α на множество G_x решений, которое называется множеством неопределённости результата. Построение этого множества связано с большим объёмом вычислений. Практически используется принцип наилучшего гарантированного результата.

Для любого управляемого параметра x :

$$\min_{\alpha \in G_\alpha} f(x, \alpha) \leq f(x, \alpha)$$

Тогда и:

$$f^* = \max_x \min_{\alpha \in G_\alpha} f(x, \alpha) \leq \max_x f(x, \alpha)$$

Число f^* называется гарантированной оценкой, а соответствующее $x = x^*$ называется гарантирующей стратегией. Каково бы ни было значение неопределённого природного параметра α , значение целевой функции будет не меньше f^* .

Для получения гарантированной стратегии необходимо решить следующие задачи оптимизации.

1. Вычислить $\min_{\alpha \in G_\alpha} f(x, \alpha)$ для любого x , в результате будут найдены $\alpha = \alpha^*(x)$ и $f(x) = f(x, \alpha^*(x))$.
2. Вычислить $\max_x f(x, \alpha^*(x))$, в результате будут найдены $x = x^*$ и $f^*(x^*) = f^*$.

В результате использования гарантирующей стратегии мы гарантируем себя от всяких случайностей: каково бы ни было значение неконтролируемого параметра, мы обеспечиваем значение целевой функции не меньше f^* .

Если неизвестный природный параметр α является случайной величиной и известна его плотность вероятности, то значение целевой функции так же будет случайной величиной. В качестве оценки выбранной стратегии теперь можно принять величину максимума математического ожидания:

$$\hat{f} = \max_x M[f(x, \alpha)].$$

6.8. Вопросы и задания

1. Какие источники неопределенностей имеются при решении задач?
2. Опишите способы преодоления неопределённости целей.
3. Каким образом учитывается природная неопределённость?
4. Вы работаете экономистом в коммерческом предприятии, занимающимся розничной продажей товаров повседневного спроса через сеть магазинов. Какие неопределённости могут встретиться вам в вашей профессиональной деятельности?

Глава 7

Особенности управления экономическими системами в условиях неопределённости

7.1. Особенности управления экономическими системами

Главной особенностью управления экономическими системами является существование нескольких субъектов, каждый из которых может влиять на поведение системы в целом в своих интересах. Каждый из субъектов имеет собственное представление о системе и эти представления различны. Следовательно, при исследовании хозяйственных систем не может быть никакого объективного, то есть независящего от субъекта, описания системы. Изучение хозяйственной системы может проводиться лишь с позиции определенного субъекта, основываться на его целях и представлениях о ситуации.

В экономических системах не существует элемента, в котором бы концентрировалась вся информация о системе. Субъекту всегда приходится действовать в условиях неопределённости и принимать некоторые гипотезы об окружающей среде. Обычно предполагается, что у каждого субъекта существует цель. Её можно сформулировать в терминах максимизации некоторого функционала. Для субъекта i можно записать:

$$J_i \rightarrow \max.$$

Но эта цель, как правило, точно неизвестна. Её может не знать и сам субъект i . Это приводит к необходимости формулировать гипотезы о поведении других субъектов.

Таким образом, выбор управляющего воздействия субъектом зависит от степени его информированности. Кроме того, оно зависит от того, что знают другие субъекты о целях и поведении субъекта, с позиции которого ведется анализ. Поэтому возникает необходимость выделения классов систем, для изучения которых можно использовать общие подходы.

7.2. Иерархические системы

Иерархия означает определённое неравноправие элементов в системе, подчинение одних элементов другим. Основная цель создания иерархической системы – распределение функций обработки информации и принятия решения между отдельными элементами системы. Если объем информации, необходимой для принятия решения невелик, то нет никакой необходимости в создании иерархической системы.

Пусть $f(u, \xi)$ – целевая функция системы, которую необходимо максимизировать, u – вектор управления, ξ – вектор, характеризующий неопределённость. При условии полной централизации $u \in G_u$ и $\xi \in G_\xi$.

Гарантированная оценка значения целевой функции будет иметь вид:

$$f^* = \max_{u \in G_u} \min_{\xi \in G_\xi} f(u, \xi)$$

Предположим, что в системе создаётся иерархическая структура управления. Теперь отдельные решения в элементах системы будут приниматься по ограниченной информации. Следовательно, множество стратегий G'_u будет более узким $G'_u \subset G_u$. Но одновременно происходит уменьшение уровня неопределённости, так как при централизованной обработке информации отдельные массивы информации можно обрабатывать более подробно, то есть теперь $\xi \in G'_\xi \subset G_\xi$.

Таким образом, в случае иерархической системы управления гарантированная оценка целевой функции будет:

$$\hat{f} = \max_{u \in G'_u} \min_{\xi \in G'_\xi} f(u, \xi).$$

Вопрос о целесообразности создания иерархической системы управления решается сравнением величин f^* и $\hat{f}$. Поскольку существует некоторое множество S возможных иерархических структур, возникает задача выбора оптимальной структуры, максимизирующей целевую функцию.

Как только некоторому элементу системы предоставляются права принятия решения, он приобретает определенные возможности достижения собственных целей и у него неизбежно возникают определенные противоречия с системой в целом. Это создаёт определенные трудности в управлении системой и является недостатком иерархической структуры управления.

Однако у иерархической системы есть и достоинства. Субъекты объединяются в иерархическую систему, потому что это им выгодно. Ограничивая свои права они лучше обеспечивают свою стабильность. Таким образом, в иерархических системах элементы неравноправны.

Рассмотрим возможные схемы иерархических систем управления.

1. Двухуровневая иерархическая система.

Имеется некоторый субъект, который будем называть центром. Ему подчинены N других субъектов, которые будем называть производителями.

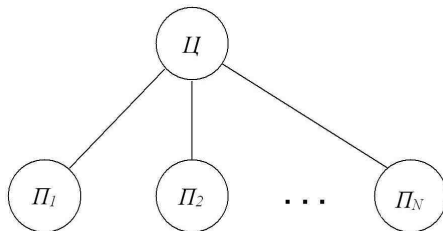


Рис. 7.1. Двухуровневая иерархическая система

Центр стремится максимизировать свою целевую функцию:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_N, y_1, y_2, \dots, y_N) \rightarrow \max.$$

Здесь x_i – управляющие воздействия центра на производителей. Величины y_i находятся в распоряжении производителей. Каждый производитель стремится максимизировать собственную целевую функцию:

$$f_i(x_i, y_i) \rightarrow \max, i = \overline{1, N}$$

Таким образом, интересы производителя определяются величиной y_i , которая находится в его распоряжении, и величиной x_i , которой распоряжается центр. Предполагается, что значение целевой функции производителя не зависит от действий других производителей.

Центр знает целевые функции производителей и формирует управляющие воздействия x_i , которые становятся известными производителям в момент, когда они принимают решения о выборе величин y_i . Таким образом, центр имеет возможность направлять в нужное направление действия производителей. Решение производителя становится известным центру и используется для принятия решения на следующем шаге.

2. Трёхуровневая иерархическая система.

Имеется центр верхнего уровня Π_0 , которому подчинено k центров второго уровня Π_i . Каждому центру Π_i подчинено N_i производителей.

Центр верхнего уровня максимизирует свою целевую функцию:

$$F(x_1, \dots, x_k, y_1, \dots, y_k) \rightarrow \max,$$

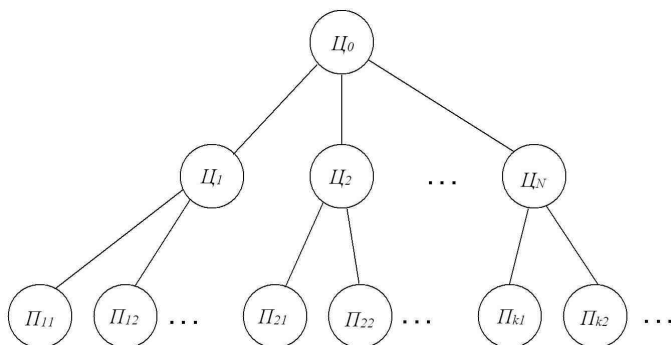


Рис. 7.2. Трёхуровневая иерархическая система

где $x_1, \dots, x_k$ — управления, которые находятся в распоряжении центра Π_0 .

Центры второго уровня максимизируют свои целевые функции:

$$f_i(y_{i1}, \dots, y_{iN_i}, z_{i1}, \dots, z_{iN_i}) \rightarrow \max, i = \overline{1, k},$$

где y_{ij} — управление, находящееся в распоряжении i -го центра, с помощью которого он воздействует на подчинённого ему производителя Π_{ij} .

Производитель Π_{ij} максимизирует свою целевую функцию:

$$\varphi_{ij}(y_{ij}, z_{ij}) \rightarrow \max, i = \overline{1, k}, j = \overline{1, N_i}$$

где z_{ij} — величины, находящиеся в распоряжении производителей.

Центр Π_0 сообщает центрам второго уровня свои управляющие воздействия x_i , которые в свою очередь сообщают свои воздействия производителям и центру верхнего уровня.

В этой системе предполагается, что элементы одного уровня не обмениваются информацией.

7.3. Управление иерархической системой с помощью распределения ресурсов

Рассмотрим объединение N промышленных предприятий, выпускающих однотипную продукцию. Будем предполагать, что объединение имеет иерархическую структуру. Во главе объединения находится управленческая организация, которую будем называть центром. Обозначим через

P_i объём продукции, выпускаемой i -м производителем. Целевая функция центра однозначно определяется продукцией, которую выпускают производители:

$$J = J(P_i, \dots, P_N) \quad (7.1)$$

Предположим, что центр может влиять на величины P_i лишь косвенно, учитывая интересы и цели производителей. Будем предполагать, что объём продукции P_i определяется производственной функцией Кобба-Дугласа:

$$P_i = \alpha_i x_i^{k_i} L_i^{1-k_i}, 0 \leq k_i \leq 1, i = \overline{1, N}. \quad (7.2)$$

где α_i, k_i – некоторые характеристики предприятия;

x_i – объём производственных фондов;

L_i – количество рабочей силы.

Будем считать, что прибыль производителя J_i равна стоимости произведённой продукции за вычетом накладных расходов. Предполагаем, что они сводятся только к оплате рабочей силы. Обозначим среднюю заработную плату через ω_i , тогда:

$$J_i = c_i P_i - \omega_i L_i, \quad (7.3)$$

где c_i – цена продукции.

Будем считать, что каждый производитель стремится максимизировать собственную прибыль:

$$c_i P_i - \omega_i L_i \rightarrow \max.$$

В распоряжении центра находится ресурс, который расходуется на создание основных фондов производителя. Производитель, получив в свое распоряжение ресурс u_i , производит в течение планового периода продукцию в объёме:

$$P_i = \alpha_i (x_i + u_i)^{k_i} L_i^{1-k_i}.$$

Задача центра состоит в таком распределении ресурса U :

$$U = \sum_{i=1}^N u_i,$$

которое доставляет максимум его целевой функции 7.1. Однако, результат распределения ресурса будет зависеть не только от величины u_i , но и от того, какое количество рабочей силы L_i привлечёт производитель.

Будем считать, что центру известно, что производитель в момент принятия решения о выборе величины L_i знает значение u_i . На основании этой информации центр должен считать, что производитель выберет такое значение L_i , которое максимизирует величину:

$$J_i = c_i \alpha_i (x_i + u_i)^{k_i} L^{1-k_i} - \omega_i L_i.$$

Этот максимум находится из условия:

$$\frac{\partial J_i}{\partial L_i} = 0,$$

или:

$$c_i \alpha_i (x_i + u_i)^{k_i} (1 - k_i) L^{-k_i} - \omega_i = 0$$

Отсюда получаем:

$$L^{k_i} = \frac{c_i \alpha_i (x_i + u_i)^{k_i} (1 - k_i)}{\omega_i}$$

или:

$$L_i = \left[\frac{c_i \alpha_i (1 - k_i)}{\omega_i} \right]^{\frac{1}{k_i}} (x_i + u_i).$$

Обозначим:

$$a_i = \left[\frac{c_i \alpha_i (1 - k_i)}{\omega_i} \right]^{\frac{1}{k_i}}.$$

Тогда

$$L_i = a_i (x_i + u_i).$$

Объем продукции i -го производителя P_i при таком выборе величины L_i будет равен:

$$P_i = \alpha_i (x_i + u_i)^{k_i} L^{1-k_i} = \alpha_i (x_i + u_i)^{k_i} a_i^{1-k_i} (x_i + u_i)^{1-k_i} = \alpha_i a_i^{1-k_i} (x_i + u_i).$$

Обозначим $\beta_i = \alpha_i a_i^{1-k_i} x_i$, $\gamma_i = \alpha_i a_i^{1-k_i}$, получим:

$$P_i = \beta_i + \gamma_i u_i,$$

то есть объем произведённой производителем продукции P_i линейно зависит от величины выделенного ресурса u_i .

Целевая функция центра может быть представлена в следующем виде:

$$J(p_1, \dots, p_N) = J(\beta_1 + \gamma_1 u_1, \dots, \beta_N + \gamma_N u_N) = J^*(u_1, \dots, u_N).$$

Отсюда следует, что задача управления, которую решает центр, сводится к следующей задаче математического программирования.

Найти значения $u_1, \dots, u_N$, максимизирующие функцию:

$$J^*(u_1, \dots, u_N) \rightarrow \max,$$

при ограничении

$$U = \sum_{i=1}^N u_i = \text{const.}$$

В рассмотренной задаче величина ресурса, выделяемого производителю не зависит от результатов его деятельности. Рассмотрим случай, когда величина выделяемого ресурса есть некоторая функция производимого продукта:

$$u_i = u_i(P_i).$$

Будем по-прежнему считать, что стратегия производителя заключается в максимизации его прибыли:

$$c_i P_i - \omega_i L_i \rightarrow \max.$$

Величина L_i должна выбираться из условия:

$$\frac{\partial J_i}{\partial L_i} = 0,$$

однако величина продукции P_i есть функция L_i , то есть:

$$c_i \frac{\partial P_i}{\partial L_i} - \omega_i = 0. \quad (7.4)$$

Зависимость выпуска P_i от затрат труда L_i задаётся производственной функцией:

$$P_i = \alpha_i [x_i + u_i(P_i)]^{k_i} L_i^{1-k_i}.$$

Отсюда получаем:

$$\frac{\partial P_i}{\partial L_i} = \alpha_i k_i L_i^{1-k_i} [x_i + u_i(P_i)]^{k_i-1} \frac{du_i}{dP_i} \frac{\partial P_i}{\partial L_i} + \alpha_i (1 - k_i) L_i^{-k_i} [x_i + u_i(P_i)]^{k_i},$$

или

$$\frac{\partial P_i}{\partial L_i} = \frac{\alpha_i(1 - k_i)L^{-k_i}[x_i + u_i(P_i)]^{k_i}}{1 - \alpha_i k_i [x_i + u_i(P_i)]^{k_i-1} L^{1-k_i} \frac{du_i}{dP_i}}.$$

Полученное выражение необходимо подставить в формулу 7.4.

Таким образом, в рассматриваемом случае задача центра сводится к следующей: найти неотрицательные функции $u_i(P_i)$, обеспечивающие максимум целевой функции центра $J = J(P_i, \dots, P_N)$ при ограничениях 7.4.

7.4. Управление с помощью штрафов и поощрений

Пусть центр выплачивает производителю дополнительное вознаграждение $\varphi_i(P_i)$ в зависимости от результатов его деятельности или изымает штраф. Тогда целевая функция производителя запишется в виде:

$$J_i = c_i P_i - \omega_i L_i + \varphi_i(P_i).$$

Будем по-прежнему считать, что деятельность производителя описывается производственной функцией Кобба-Дугласа:

$$P_i = \alpha_i x_i^{k_i} L_i^{1-k_i}.$$

Величины производственных фондов x_i будем считать фиксированными.

Сделаем следующие предположения.

1. Стратегия производителя заключается в максимизации его прибыли

$$c_i P_i - \omega_i L_i + \varphi_i(P_i) \rightarrow \max$$

путем выбора количества рабочей силы L_i .

2. Производитель в момент принятия решения о выборе L_i знает функцию $\varphi_i(P_i)$.

Оптимальное значение L_i^* определяется из условия максимума прибыли J_i :

$$J_i = c_i \alpha_i x_i^{k_i} L_i^{1-k_i} - \omega_i L_i + \varphi_i(P_i)$$

$$\frac{\partial J_i}{\partial L_i} = c_i \alpha_i x_i^{k_i} (1 - k_i) L_i^{-k_i} - \omega_i + \frac{d\varphi_i}{dP_i} \frac{dP_i}{dL_i} = 0.$$

Производная $\frac{dP_i}{dL_i}$ определяется видом производственной функции.

Оптимальное значение L_i^* будет функционалом, то есть будет зависеть от вида функции $\varphi_i(P_i)$:

$$L_i^* = L_i^*[\varphi_i(P_i)].$$

Следовательно, функционалом будет и оптимальный объем выпуска продукции:

$$P_i^* = P_i^*[\varphi_i(P_i)].$$

Целевая функция центра будет теперь иметь вид:

$$J = J[P_1^*(\varphi_1), P_2^*(\varphi_2), \dots, P_N^*(\varphi_N)].$$

Таким образом, центр решает следующую задачу: найти вид функций $\varphi_i(P_i)$, обеспечивающих максимальное значение целевой функции центра.

Эта задача является сложной нестандартной задачей оптимизации, поскольку сами функционалы P_i^* определяются из решения тоже весьма сложной оптимизационной задачи $J_i \rightarrow \max$.

Для решения этой задачи используются два подхода.

Первый подход – это метод параметризации. Он заключается в том, что исходя из некоторых дополнительных соображений выбирается класс функций, внутри которого ищется оптимальная функция штрафа $\varphi(P)$. Вид функции $\varphi(P)$ задаётся с точностью до неизвестных параметров $a_1, \dots, a_k$.

Целевая функция производителя приобретает вид:

$$J_i = c_i P_i - \omega_i L_i + \varphi_i(P_i, a_1, \dots, a_k),$$

где вид функции $\varphi_i(P_i, a_1, \dots, a_k)$ известен.

Оптимальное решение производителя, максимизирующее J_i , будет уже не функционалом, а функцией параметров $a_1, \dots, a_k$:

$$L_i^* = L_i^*[a_1, \dots, a_k].$$

Следовательно, оптимальный объем выпуска продукции, который можно найти по производственной функции, также будет функцией от $a_1, \dots, a_k$:

$$P_i^* = P_i^*(a_1, \dots, a_k).$$

Задача центра будет сведена к нахождению максимума его целевой функции как функции многих переменных $a_1, \dots, a_k$:

$$J = J(a_1, \dots, a_k) \rightarrow \max.$$

Второй поход к нахождению функции штрафов заключается в сведении задачи к последовательному решению ряда более простых оптимизационных задач.

Предположим, что центр распоряжается выбором воздействия x , а производитель — воздействием y . Целевая функция центра имеет вид $F(x, y)$, а целевая функция производителя $f(x, y)$. Оба субъекта стремятся обеспечить свои интересы путем максимизации своих целевых функций:

$$F(x, y) \rightarrow \max,$$

$$f(x, y) \rightarrow \max.$$

Задача решается в несколько этапов.

1. Центр ищет такое воздействие на производителя, которое ставит его в самые трудные условия:

$$f(x, y) \rightarrow \min_x.$$

Решением будет функция $x = x^*(y)$. Например, если можно варьировать цены, надо назначать их самыми малыми, если варьируется штраф, он назначается самым большим.

2. Производитель ищет наилучшую стратегию y в самых трудных для него условиях:

$$f[x^*(y), y] \rightarrow \max_y.$$

Решением будет $y = y^*(x)$.

Решение этой задачи позволяет ему найти гарантированное значение целевой функции f^* .

3. Центр, зная решение производителя $y = y^*(x)$ и его гарантированный результат f^* , решает задачу поиска своей оптимальной стратегии путем решения оптимизационной задачи:

$$F(x, y) \rightarrow \max_x,$$

при условии $f(x, y) \geq f^*$. Это позволяет учесть интересы производителя, обеспечивая ему результат не ниже f^* .

7.5. Вопросы и задания

1. В каком элементе экономической системы содержится вся информация о системе?
2. От чего зависит выбор управляющего воздействия субъектом управления?
3. Каковы достоинства иерархической системы управления? Опишите общую схему управления в двух- и трёхуровневой иерархической системе.
4. Как реализуется управление с помощью распределения ресурсов и управление с помощью штрафов и поощрений? В чем, на ваш взгляд, достоинства и недостатки этих методов?

Глава 8

Основы оценки сложных систем

8.1. Понятие шкалы

Одной из задач системного анализа является количественная оценка качества характеристик систем и эффективности их функционирования. В основе оценки лежит процесс сопоставления значений качественных и количественных характеристик исследуемой системы значениям соответствующих шкал.

Шкалой называется тройка элементов $\langle X, \varphi, Y \rangle$, где X – реальный объект, Y – шкальное множество, φ – гомоморфное отображение X на Y .

Реальный объект или эмпирическая система представляется в виде множества:

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\},$$

где $x_1, x_2, \dots, x_n$ – свойства системы.

Между элементами множества X , то есть между свойствами системы, существует некоторое отношение R_x . Например, если целью измерения является выбор одного из элементов x_i , то элементы x_i рассматриваются как альтернативы, а отношение R_x должно позволять их сравнивать.

Шкальное множество Y представляется в виде некоторой знаковой системы, элементами которой являются символы или знаки

$$Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}.$$

Элементы $y_1, y_2, \dots, y_n$ могут иметь числовую и нечисловую природу. Между элементами шкального множества существует отношение R_y .

Каждому элементу x_i ставится в соответствие некоторый элемент y_i $y_i = \varphi(x_i)$, где φ – гомоморфное отображение X на Y .

Тип шкалы определяется множеством шкальных значений Y и типом гомоморфного отображения φ . Процесс соотнесения элементам множества X некоторых элементов множества Y называется измерением.

8.2. Номинальная шкала

В номинальной шкале шкальные значения y_i являются именами объектов. Такая шкала позволяет отнести элементы x_i к одному из классов. Если каждый класс состоит из одного объекта, номинальная шкала используется для различения объектов.

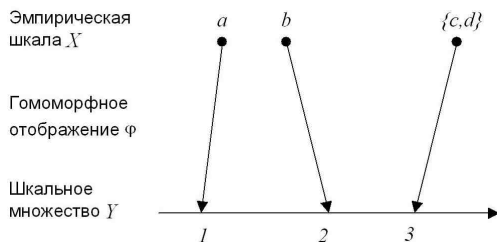


Рис. 8.1. Номинальная шкала

Символы 1, 2, 3 являются не числами, а обозначениями классов объектов. Элементам a и b ставится в соответствие одно и то же шкальное значение. Это означает, что при измерении эти элементы неразличимы.

8.3. Шкала порядка

Шкала называется шкалой порядка или ранговой шкалой, если множество шкальных значений Y есть множество вещественных чисел, а отношение R_y есть отношение порядка.

Шкала порядка допускает не только различение объектов, но и упорядочение их по измеряемому свойству. Шкала порядка применяется когда нужно упорядочить объекты в соответствии с каким-либо качеством, но при этом не требуется производить его точное измерение, например, когда надо упорядочить объекты во времени или в пространстве. Примерами порядковых шкал могут быть шкала силы землетрясения, шкала твердости минералов, различные социологические шкалы.

Любая шкала, полученная из шкалы порядка с помощью произвольного монотонно возрастающего преобразования шкальных значений, будет также шкалой порядка.

8.4. Шкала интервалов

Шкалой интервалов называется шкала, в которой сохраняется неизменным отношение интервалов при линейном преобразовании шкальных значений:

$$\psi(x) = ax + b, a > 0, \forall b.$$

$$\frac{x_1 - x_2}{x_3 - x_4} = \frac{\psi(x_1) - \psi(x_2)}{\psi(x_3) - \psi(x_4)} = \text{const.}$$

Примерами интервальных шкал могут служить шкалы температур. Например, переход от шкалы Цельсия к шкале Фаренгейта задаётся линейным преобразованием:

$$t^\circ F = 1,8t^\circ C + 32.$$

Шкала интервалов сохраняет различие и упорядоченность измеряемых объектов. Однако кроме этого она сохраняет отношение расстояний между парами объектов. Если расстояние между x_1 и x_2 в k раз больше расстояния между x_3 и x_4 , то есть:

$$\frac{x_1 - x_2}{x_3 - x_4} = k,$$

то это соотношение сохраняется при любом линейном преобразовании шкальных значений. При этом отношения самих оценок не сохраняются.

В интервальных шкалах измеряют временные и пространственные характеристики, например, время выполнения работы, разницу в отметках высот.

8.5. Шкала отношений

Шкалой отношений называется шкала, в которой сохраняется отношение численных оценок при преобразовании подобия шкальных значений:

$$\psi(x) = ax, a > 0;$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{\psi(x_1)}{\psi(x_2)} = \frac{ax_1}{ax_2}.$$

Примерами измерений в шкалах отношений являются измерение массы и длины объектов. В какой бы системе единиц не производилось измерение массы, отношение масс двух объектов остаётся одинаковым при переходе от одной шкалы к другой. Этим свойством обладает и измерение длин.

Шкала отношений выражает отношение свойств объектов — во сколько раз свойство одного объекта превосходит это же свойство другого объекта.

Переход от одной шкалы отношений к другой осуществляется с помощью преобразования подобия, то есть с помощью изменения масштаба измерений (сжатия или растяжения). Шкала отношений является частным случаем шкалы интервалов при $b = 0$. Это означает задание нулевой точки начала отсчета шкальных значений. Для шкал отношений сохраняется не только отношение свойств объектов, но и отношение расстояний между парами объектов.

8.6. Шкала разностей

Шкалой разностей называется шкала, к которой остаются неизменными разности численных оценок свойств при преобразовании сдвига:

$$\psi(x) = x + b.$$

Это означает, что при переходе от одной шкалы к другой меняется лишь начало отсчета.

Шкала разностей используется в том случае, когда необходимо измерить, насколько один объект превосходит другой по определённом свойству. Если x_1 и x_2 — оценки двух объектов в одной шкале, а $\psi(x_1) = x_1 + b$ и $\psi(x_2) = x_2 + b$ — оценки в другой шкале, то имеем:

$$\psi(x_1) - \psi(x_2) = (x_1 + b) - (x_2 + b) = x_1 - x_2.$$

Примерами измерений в шкалах разностей могут быть измерения разностей температур в шкалах Цельсия и Кельвина, измерение прироста продукции предприятия в текущем году по сравнению с прошлым годом.

Шкала разностей является частным случаем шкалы интервалов при $a = 1$. Точка отсчета в шкалах разностей может быть произвольной. Шкала разностей, как и шкала интервалов, сохраняет отношение интервалов между оценками пар объектов, но, в отличие от шкалы отношений, не сохраняет отношение оценок свойств объектов.

8.7. Абсолютная шкала

Абсолютной шкалой называется шкала, в которой единственным допустимым преобразованием является тождественное преобразование. Это означает, что существует только одно отображение эмпирических объектов в числовую систему Y .

Абсолютная шкала применяется для измерения количества объектов, предметов, событий и т.п. В качестве шкальных значений при измерении количества объектов используются натуральные числа, когда объекты представлены целыми единицами, и действительные числа, если кроме целых единиц присутствуют части объектов. Абсолютная шкала является частным случаем всех ранее рассмотренных шкал.

8.8. Методы оценивания систем

При исследовании систем используются следующие методы оценивания:

- парное сравнение,
- ранжирование,
- классификация,
- численная оценка.

Парное сравнение заключается в выявлении лучшего из двух объектов.

Ранжирование есть упорядочение объектов по убыванию или возрастанию значения некоторого признака.

Классификация заключается в отнесении заданного элемента к одному из подмножеств.

Численная оценка заключается в сопоставлении системе одного или нескольких чисел.

Перечисленные задачи оценивания могут быть решены непосредственно лицом, принимающим решение, либо с помощью экспертов — специалистов в данной области. В этом случае оценивание называется экспертизой.

8.9. Методы экспертных оценок

При использовании экспертных оценок предполагается, что мнение группы экспертов надежнее мнения отдельного эксперта.

Экспертные оценки несут в себе субъективные черты, присущие каждому эксперту. Они устраняются в процессе обработки индивидуальных оценок. Экспертиза включает в себя следующие этапы.

1. Формирование цели экспертизы.
2. Разработка процедуры экспертизы.
3. Формирование группы экспертов.
4. Опрос экспертов.
5. Анализ и обработка информации.

Тип процедуры экспертизы зависит от задачи оценивания. Если необходима лишь качественная оценка объектов по некоторым качественным признакам, то используются методы ранжирования, парного и множественного сравнения. Если необходимы численные оценки, то могут быть использованы непосредственная оценка, метод Черчмена-Акоффа и другие.

Будем предполагать, что имеется конечное число оцениваемых объектов или альтернатив $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ и сформулированы один или несколько признаков сравнения, по которым осуществляется сравнение свойств объектов. Методы измерения различаются только процедурой сравнения объектов. Эта процедура включает:

- построение отношения между объектами эмпирической системы;
- выбор гомоморфного отображения φ ;
- выбор типа измерительной шкалы.

8.10. Ранжирование

На основе своих знаний и опыта эксперт располагает объектами в порядке предпочтения, руководствуясь одним или несколькими выбранными показателями сравнения. В зависимости от вида отношений между объектами возможны различные варианты упорядочения объектов.

1. Среди объектов нет одинаковых по сравниваемым показателям. В этом случае между объектами существует отношение строго порядка. В результате сравнения объектов составляется упорядоченная последовательность:

$$a_1 > a_2 > \dots > a_n,$$

где объект с первым номером наиболее предпочтителен из всех объектов, объект с номером два менее предпочтителен, чем первый, но предпочтительней всех остальных, и т.д.

Такая последовательность объектов может быть отображена на упорядоченную числовую последовательность:

$$x_1 > x_2 > \dots > x_n.$$

Числовая последовательность может быть любой. Единственное ограничение заключается в том, что переход от одной последовательности к другой должен сохранять порядок. Этим свойством обладает шкала порядка, поэтому ранжирование есть измерение в порядковой шкале. В практике чаще всего в качестве числовой последовательности используется последовательность натуральных чисел 1, 2, 3, В этом случае числа $x_1, x_2, \dots, x_n$ называются рангами и обычно обозначаются $r_1, r_2, \dots, r_n$.

2. Среди объектов есть объекты с равными значениями сравниваемых показателей. В этом случае между объектами существует отношение нестрогого линейного порядка:

$$a_1 > a_2 > a_3 = a_4 > a_5 > \dots > a_n.$$

Такая последовательность объектов отображается на числовую последовательность с нестрогим порядком, то есть на такую, среди элементов которой имеются отношения типа неравенства и равенства:

$$x_1 > x_2 > x_3 = x_4 > x_5 > \dots > x_n.$$

Эквивалентным объектам присваиваются равные ранги, равные среднему арифметическому номеров равных объектов. Такие ранги называются связанными. Например, если $a_3 = a_4 = a_5$, то ранги объектов a_3, a_4, a_5 будут равны:

$$r_3 = r_4 = r_5 = \frac{3 + 4 + 5}{3} = 4.$$

$$\text{Если } a_9 = a_{10}, \text{ то } r_9 = r_{10} = \frac{9 + 10}{2} = 9,5.$$

Таким образом, связанные ранги могут быть дробными, но в любом случае сумма рангов n объектов равна сумме натуральных чисел от 1 до n .

Если ранжирование осуществляется группой экспертов, то его результаты сводятся в таблицу:

Объект	Э1	Э2	...	Эк
a_1	r_{11}	r_{12}	...	r_{1k}
a_2	r_{21}	r_{22}	...	r_{2k}
...	...	...	...	...
a_n	r_{n1}	r_{n2}	...	r_{nk}

Аналогичный вид имеет таблица, если осуществляется ранжирование объектов одним экспертом по нескольким показателям. При этом в таблице вместо экспертов в соответствующих графах указываются показатели.

Несмотря на то, что ранги являются числами, они не дают возможности сделать вывод о том, насколько или во сколько раз один объект предпочтительней другого.

Достоинством ранжирования является простота процедуры. Недостатком является невозможность упорядочения большого числа объектов. Как показывает опыт, при числе объектов 10 – 15 эксперты затрудняются в их ранжировании и могут допускать ошибки.

8.11. Парное сравнение

Парное сравнение – это процедура установления предпочтения объектов при сравнении всех возможных пар. Парное сравнение является более простой процедурой, чем ранжирование. При сравнении пар объектов возможно либо отношение строгого порядка, либо отношение эквивалентности. Поэтому парное сравнение есть измерение в порядковой шкале.

При парном сравнении используются следующие типы числовых отображений.

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & , \text{если } a_i > a_j \text{ или } a_i = a_j; \\ 0 & , \text{если } a_i < a_j. \end{cases}$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 2 & , \text{если } a_i > a_j; \\ 1 & , \text{если } a_i = a_j; \\ 0 & , \text{если } a_i < a_j. \end{cases}$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & , \text{если } a_i > a_j; \\ 0 & , \text{если } a_i = a_j; \\ -1 & , \text{если } a_i < a_j. \end{cases}$$

Результаты парного сравнения представляются в виде таблицы размера $n \times n$.

По результатам парных сравнений не всегда можно выполнить ранжирование объектов. Эксперт может указать, что $a_1 > a_2$, $a_2 > a_3$ и в то же время $a_3 > a_1$. Это может быть связано со сложностью задачи, недостаточной компетентностью эксперта, нечёткой постановкой задачи, её многокритериальностью и т.д.

8.12. Множественные сравнения

Они отличаются от парных сравнений тем, что экспертам предъявляются не пары объектов, а тройки, четвёрки и т.д. Эксперт упорядочивает их по важности или разбивает на классы. Множественные сравнения занимают промежуточное положение между парными сравнениями и ранжированием. Они позволяют использовать больший объем информации, но при этом количество множественных сравнений может быть очень большим, что затрудняет работу экспертов.

8.13. Непосредственная оценка

Этот метод заключается в присваивании объектам числовых значений в шкале интервалов. Эксперту необходимо поставить в соответствие каждому объекту точку на числовой оси. При этом необходимо, чтобы эквивалентным объектам присваивались одинаковые числа. Чаще всего на практике применяют бальную оценку. Используются 5-, 10- и 100-бальные шкалы.

8.14. Метод Черчмена-Акоффа (последовательное сравнение)

Этот метод наиболее часто используется при оценке альтернатив. Используются следующие предположения.

1. Каждой альтернативе $a_i, i = \overline{1, n}$ ставится в соответствие действительное неотрицательное число $\varphi(a_i)$.
2. Если альтернатива a_i предпочтительней альтернативы a_j , то, если альтернативы a_i и a_j равноценны, то $\varphi(a_i) = \varphi(a_j)$.
3. Если $\varphi(a_i)$ и $\varphi(a_j)$ – оценки альтернатив a_i и a_j , то сумма $\varphi(a_i) + \varphi(a_j)$ соответствует совместному осуществлению альтернатив a_i и a_j .

Присвоение оценок альтернативам осуществляется в следующем порядке. Предварительно альтернативы ранжируются. Затем осуществля-

ется последовательная корректировка оценок экспертов. Наиболее предпочтительной альтернативе приписывается оценка 1, остальные оценки располагаются между 0 и 1. Затем производится сравнение альтернативы a_1 с суммой альтернатив $a_2, a_3, \dots, a_n$, то есть с результатом их совместного осуществления. Если оказывается, что a_1 предпочтительней, то эксперт корректирует оценки так, чтобы

$$\varphi(a_1) > \sum_{i=2}^n \varphi(a_i)$$

Если альтернатива a_1 оказывается менее предпочтительней, то для уточнения оценок она сравнивается с суммами альтернатив $a_2, a_3, \dots, a_{n-1}$; $a_2, a_3, \dots, a_{n-2}$ и т.д. пока не окажется, что альтернатива a_1 предпочтительней суммы альтернатив $a_2, a_3, \dots, a_k$. После корректировки оценок альтернатива a_1 исключается из рассмотрения. Далее рассматривается альтернатива a_2 и процесс корректировки оценок повторяется.

При большом n процедура становится очень трудоемкой.

8.15. Вопросы и задания

1. Что такое шкала?
2. Какие виды шкал вам известны и где они применяются? Какие из них встречаются при моделировании экономических систем?
3. Назовите еще несколько методов оценивания систем, которые вам известны.
4. В чем состоит метод экспертных оценок и каковы его достоинства и недостатки?
5. В каких случаях при моделировании экономических систем вы будете применять тот или иной метод оценивания?

Глава 9

Методы решения слабоструктурированных проблем

9.1. Метод мозговой атаки

Для решения проблемы собирается группа специалистов. Членам группы представляется предварительная информация об обсуждаемой проблеме. После этого начинается совместное обсуждение, при этом выполняются определенные правила, суть которых заключается в следующем.

1. Обеспечить как можно большую свободу мышления участников и высказывания ими новых идей.
2. Приветствовать любые идеи, даже если вначале они кажутся абсурдными, их обсуждение и оценка производятся позднее.
3. Не допускать критики любой идеей, не объявлять ее ложной и не прекращать обсуждение.
4. Высказывать как можно больше идей, особенно нетривиальных.

9.2. Метод Дельфи

Метод Дельфи предполагает полный отказ от коллективных обсуждений. Это делается для того, чтобы уменьшить влияние таких психологических факторов, как присоединение к мнению наиболее авторитетного специалиста, нежелание отказываться от публично высказанного мнения, следование за большинством. Прямые дебаты заменены программой последовательных индивидуальных опросов, проводимых в форме анкетирования. Ответы обобщаются и вместе с новой дополнительной информацией поступают к экспертам, после чего они уточняют свои первоначальные ответы. Процедура повторяется несколько раз до достижения приемлемой сходимости совокупности мнений. Приемлемая сходимость оценок экспертов обычно достигается после пяти туров.

Процедура метода Дельфи заключается в следующем.

1. Организуется последовательность циклов мозговой атаки.
2. Разрабатывается программа последовательных индивидуальных опросов с помощью вопросников, исключающая контакты между экспертами, но предусматривающая ознакомление их с мнениями друг друга между турами. Вопросники от тура к туру могут уточняться.
3. Экспертам присваиваются весовые коэффициенты значимости их мнений, вычисленные на основе предшествующих опросов, уточняемые от тура к туру.

Недостатки метода.

1. Длительность проведения экспертизы.
2. Необходимость неоднократного пересмотра экспертами своих ответов, что часто вызывает негативную реакцию.

9.3. Вопросы и задания

1. Обозначьте различия методов решения слабоструктурированных проблем.
2. Укажите какие, на ваш взгляд, они обладают достоинствами и недостатками?

Библиографический список

1. Антонов, А. В. Системный анализ / А. В. Антонов. — М.: Высшая школа, 2004.
2. Анфилатов, В. С. Системный анализ в управлении: Учеб. пособие. / В. С. Анфилатов, А. А. Емельянов, А. А. Кукушкин. — М.: Финансы и статистика, 2007.
3. Бережная, Е. В. Математические методы моделирования экономических систем / Е. В. Бережная, В. И. Бережной. — М.: Финансы и статистика, 2006.
4. Волкова, В. Н. Основы теории систем и системного анализа / В. Н. Волкова, А. А. Денисов. — СПб.: Изд-во политехн. ун-та, 2005.
5. Гранатуров, В. М. Экономический риск: сущность, методы измерения, пути снижения / В. М. Гранатуров. — М.: Дело и Сервис, 2002.
6. Дрогобыцкий, И. Н. Системный анализ в экономике / И. Н. Дрогобыцкий. — М.: Финансы и статистика, ИНФРА-М, 2009.
7. Косоруков, О. А. Исследование операций / О. А. Косоруков, А. В. Мищенко. — М.: Экзамен, 2003.
8. Красс, М. С. Математика для экономических специальностей / М. С. Красс. — М.: Дело, 2002.
9. Могилевский, В. Д. Методология систем / В. Д. Могилевский. Отделение экономики РАН. — М.: Экономика, 1999.
10. Разумов, О. С. Системные знания: Методология, практика / О. С. Разумов, В. А. Благодатских. — М.: Финансы и статистика, 2006.

Учебное издание

Пьянков Виталий Александрович,
Липенков Александр Данилович

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СИСТЕМ
И СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ

Учебное пособие

Под редакцией А.В. Панюкова

Техн. редактор *А.В. Миних*

Издательский центр Южно-Уральского государственного университета

Подписано в печать 22.06.2013. Формат 60×84 1/16. Печать цифровая.
Усл. печ. л. 6,28. Тираж 120 экз. Заказ 562/408.

Отпечатано в типографии Издательского центра ЮУрГУ.
454080, г. Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, 76.